

**USO DA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO NA RECUPERAÇÃO
AVANÇADA DE PETRÓLEO – INJEÇÃO DE POLÍMEROS**

LUCAS ALVES PAES GOMES

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO – UENF
LABORATÓRIO DE ENGENHARIA E EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO - LENEP**

**MACAÉ – RJ
SETEMBRO DE 2010**

USO DA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO NA RECUPERAÇÃO AVANÇADA DE PETRÓLEO - INJEÇÃO DE POLÍMEROS

LUCAS ALVES PAES GOMES

Dissertação de mestrado apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense “Darcy Ribeiro”, como parte das exigências para obtenção do título de mestre em Engenharia de Reservatório e de Exploração.

Orientador: Prof. Adolfo Puíme Pires, D.Sc.

Co-orientador: Prof. Viatcheslav Ivanovich Priimenko, Ph.D.

MACAÉ – RJ
SETEMBRO DE 2010

USO DA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE CORRENTE NA RECUPERAÇÃO AVANÇADA DE PETRÓLEO – INJEÇÃO DE POLÍMEROS

LUCAS ALVES PAES GOMES

Dissertação de mestrado apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense “Darcy Ribeiro”, como parte das exigências para obtenção do título de mestre em Engenharia de Reservatório e de Exploração.

Comissão Examinadora:

Dirceu Bampi, D.Sc. – E&P/PETROBRAS

Prof. Mikhail Petrovich Vishnevskii, Ph.D. – LCMAT/UENF

Prof. George Mitrofanov, Ph.D. – LENEP/UENF

Prof.^a Roseane Marchezi Misságia, D.Sc. – LENEP/UENF

Prof. Viatcheslav Ivanovich Priimenko, Ph.D. (Co-orientador) – LENEP/UENF

Prof. Adolfo Puime Pires, D.Sc. (Orientador) – LENEP/UENF

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo seu amor incomparável e companhia constante.

À minha esposa Aline pela compreensão, amor, dedicação, paciência e principalmente pelos incentivos de perseverança quando chegavam os momentos mais difíceis.

Aos meus pais, Emildo e Elza, e ao meu irmão Leo pelo carinho e preocupação que sempre tiveram por mim.

Aos professores Adolfo P. Pires e Viatcheslav I. Priimenko pela companhia e orientação deste trabalho.

À Patrícia Martins pelo grande auxílio e incentivo para que esse trabalho se iniciasse.

Aos meus amigos Johann Lacerda e Eduarda Lacerda pelas discussões e esclarecimentos proporcionados além das inúmeras caronas.

Aos companheiros de trabalho na Petrobras, em especial, Zapparoli, Maylton, Luís Gilberto, Luís Antônio, Rodrigo Quadros, Gilson Soares e Dirceu Bampi. Foi de imensa valia os debates de simulação de fluxo e esclarecimentos dos fenômenos físicos em um reservatório de petróleo.

À Petrobras pela disponibilidade dos equipamentos de *hardware* e *software* que possibilitaram a geração e validação dos resultados obtidos neste trabalho.

Aos professores e colegas de classe do LENEP/CCT/UENF que foram fundamentais na minha formação acadêmica e profissional durante esses anos.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	IV
ÍNDICE DE FIGURAS	VII
ÍNDICE DE TABELAS	IX
RESUMO	X
ABSTRACT	XI
NOMENCLATURA	XII
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS.....	3
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO	5
2.2 INJEÇÃO DE POLÍMEROS EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO.....	8
2.3 APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO NA MODELAGEM DE RECUPERAÇÃO AVANÇADA DE PETRÓLEO.....	10
2.4 OUTRAS PROPOSTAS DE APLICAÇÃO PARA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO.....	11
3 MODELAGEM MATEMÁTICA	13
3.1 CONSERVAÇÃO DA MASSA	13
3.2 RELAÇÕES AUXILIARES.....	15
3.3 CASOS ESPECIAIS DA APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA	16
3.3.1 DESLOCAMENTO IMISCÍVEL – INJEÇÃO DE ÁGUA.....	17
3.3.2 DESLOCAMENTO IMISCÍVEL COM A ADIÇÃO DE <i>N</i> COMPONENTES NA ÁGUA INJETADA	18
3.3.3 EQUAÇÃO DA PRESSÃO PARA FLUIDOS INCOMPRESSÍVEIS.....	19
4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO	21
5 SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA INJEÇÃO DE VÁRIOS PRODUTOS QUÍMICOS	27
5.1 INJEÇÃO DE POLÍMERO	27
5.2 INJEÇÃO DE ÁGUA COM <i>N</i> COMPONENTES DISSOLVIDOS.....	28
6 CONSTRUÇÃO DO SIMULADOR POR LINHAS DE FLUXO	35
6.1 DADOS DE ENTRADA PARA A SIMULAÇÃO	37

6.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO INTERNA – DEFINIÇÃO DE POÇOS	37
6.3 CÁLCULO DO CAMPO DE PRESSÃO	37
6.4 CÁLCULO DAS PROPRIEDADES ENTRE BLOCOS	40
6.5 CÁLCULO DAS VELOCIDADES ENTRE BLOCOS	43
6.6 CONSTRUÇÃO DAS LINHAS DE FLUXO	43
6.7 CÁLCULO E MAPEAMENTO DO TRANSPORTE DA MASSA AO LONGO DAS LINHAS DE FLUXO	48
6.8 CORREÇÃO PARA ERROS NO BALANÇO DE MASSA	52
7 APLICAÇÕES E RESULTADOS.....	53
7.1 CASO 1: MOBILIDADE TOTAL UNITÁRIA	54
7.2 CASO 2: INJEÇÃO DE ÁGUA EM MEIO HOMOGÊNEO	57
7.3 CASO 3: INJEÇÃO DE ÁGUA EM MEIO HETEROGÊNEO.	61
7.4 CASO 4: INJEÇÃO CONTÍNUA DE 1 POLÍMERO	66
7.5 CASO 5: INJEÇÃO CONTÍNUA DE 2 POLÍMEROS.....	69
8 CONCLUSÕES.....	73
REFERÊNCIAS.....	75
APÊNDICE A – ISOTERMAS DE ADSORÇÃO	79

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 – ESQUEMA ILUSTRATIVO DA UTILIZAÇÃO DO TEMPO DE VÔO NO LUGAR DA MEDIDA ESPACIAL.	22
FIGURA 2 – TRANSFORMAÇÃO ESPACIAL DO ESPAÇO FÍSICO (x, y, z) PARA O SISTEMA DE COORDENADAS EM (τ, ψ, χ) . ADAPTADO DE DATTA-GUPTA E KING (2007).	24
FIGURA 3 – COMPARAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE VARRIDO AREAL MOSTRANDO O CONTROLE DE MOBILIDADE PROPORCIONADO PELA INJEÇÃO DA ÁGUA COM POLÍMERO.	28
FIGURA 4 – PERFIS DE CONCENTRAÇÃO E SATURAÇÃO NO PLANO (S_w, F_w) . ADAPTADO DE PIRES ET AL. (2004).	31
FIGURA 5 – PERFIL DE SATURAÇÃO DE ÁGUA PARA A INJEÇÃO DE 2 POLÍMEROS.	33
FIGURA 6 – PERFIL DE CONCENTRAÇÃO DOS DOIS POLÍMEROS INJETADOS.	33
FIGURA 7 – FLUXOGRAMA DE CÁLCULO DAS CONCENTRAÇÕES E SATURAÇÕES NA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO.	36
FIGURA 8 – MATRIZ DOS COEFICIENTES DE TRANSMISSIBILIDADES EM RELAÇÃO A UMA CÉLULA CENTRAL NUM MODELO 2D.	40
FIGURA 9 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA EQUAÇÃO MATRICIAL PENTADIAGONAL UTILIZADA PARA A SOLUÇÃO DA PRESSÃO EM PROBLEMAS 2D.	40
FIGURA 10 – VARIAÇÃO DA VISCOSIDADE DA ÁGUA DE INJEÇÃO COM A CONCENTRAÇÃO DO POLÍMERO DISSOLVIDO.	43
FIGURA 11 – ESQUEMA ILUSTRATIVO DO TRAÇADO DAS LINHAS DE FLUXO DENTRO DE UMA CÉLULA BIDIMENSIONAL.	44
FIGURA 12 – MAPEAMENTO DA SATURAÇÃO E DA CONCENTRAÇÃO EM CADA LINHA DE FLUXO PARA UM VALOR MÉDIO POR BLOCO.	49
FIGURA 13 – PERMEABILIDADE RELATIVA PARA O CASO DA MOBILIDADE TOTAL UNITÁRIA.	55
FIGURA 14 – COMPARAÇÃO ENTRE AS VAZÕES DE PRODUÇÃO OBTIDAS PELA SOLUÇÃO EXATA E AS OBTIDAS PELO SIMULADOR DESENVOLVIDO NESTE TRABALHO.	55
FIGURA 15 – CURVAS DE PERMEABILIDADE RELATIVA PARA OS CASOS 2, 3, 4 E 5.	56
FIGURA 16 – FLUXO FRACIONÁRIO DE ÁGUA PARA O CASO 2.	57
FIGURA 17 – PERFIL DE SATURAÇÃO DE ÁGUA OBTIDA PARA O CASO 2.	57
FIGURA 18 – COMPARAÇÃO ENTRE OS MAPAS DE SATURAÇÃO OBTIDOS NESTE TRABALHO E UM SIMULADOR COMERCIAL PARA 200 E 500 DIAS. CASO 2.	59
FIGURA 19 – COMPARAÇÃO ENTRE OS MAPAS DE SATURAÇÃO OBTIDOS NESTE TRABALHO E UM SIMULADOR COMERCIAL PARA 750 E 2000 DIAS. CASO 2.	60
FIGURA 20 – COMPARAÇÃO ENTRE AS CURVAS DE PRODUÇÃO DE ÁGUA E ÓLEO SIMULADAS NESTE TRABALHO E UM SIMULADOR COMERCIAL.	61
FIGURA 21 – VALORES DE PERMEABILIDADE PARA MALHA DE SIMULAÇÃO DO CASO 3	61
FIGURA 22 - FLUXO FRACIONÁRIO PARA O CASO 3.	62
FIGURA 23 - PERFIL DE SATURAÇÃO DE ÁGUA PARA O CASO 3.	62
FIGURA 24 – TRAJETÓRIA DAS LINHAS DE FLUXO NO RESERVATÓRIO, APÓS 1000 DIAS DE SIMULAÇÃO.	63
FIGURA 25 – COMPARAÇÃO ENTRE OS MAPAS DE SATURAÇÃO OBTIDOS NESTE TRABALHO E UM SIMULADOR COMERCIAL PARA O TEMPO DE 200 E 500 DIAS. CASO 3.	64

FIGURA 26 - COMPARAÇÃO ENTRE OS MAPAS DE SATURAÇÃO OBTIDOS NESTE TRABALHO E UM SIMULADOR COMERCIAL PARA 750 E 1000 DIAS. CASO 3.	65
FIGURA 27 – ISOTERMA DE LANGMUIR. CASO 4.	67
FIGURA 28 – COMPARAÇÃO ENTRE AS VAZÕES DE PRODUÇÃO DE ÁGUA OBTIDAS NESTE TRABALHO E UM SIMULADOR COMERCIAL. CASO 4.	68
FIGURA 29 – COMPARAÇÃO ENTRE AS VAZÕES DE PRODUÇÃO DE ÓLEO OBTIDAS NESTE TRABALHO E UM SIMULADOR COMERCIAL. CASO 4.	68
FIGURA 30 – COMPARAÇÃO ENTRE O FATOR DE RECUPERAÇÃO OBTIDO NOS DOIS SIMULADORES. CASO 4.	68
FIGURA 31 – CURVAS DE FLUXO FRACIONÁRIO DA ÁGUA OBTIDAS A PARTIR DAS CONCENTRAÇÕES DOS POLÍMEROS PARA O CASO 5.	70
FIGURA 32 – PERFIL DE SATURAÇÃO DE ÁGUA CALCULADO PARA O ESTUDO DE CASO 5.	70
FIGURA 33 – PERFIL DE CONCENTRAÇÃO DOS POLÍMEROS INJETADOS. CASO 5.	71
FIGURA 34 – COMPARATIVO ENTRE AS CURVAS DE PRODUÇÃO OBTIDAS PELA INJEÇÃO DE DOIS POLÍMEROS E AS OBTIDAS PELA SIMPLES INJEÇÃO DE ÁGUA.	71
FIGURA 35 – AUMENTO DO FATOR DE RECUPERAÇÃO DO ÓLEO DEVIDO A INJEÇÃO DE ÁGUA ADICIONADA DE POLÍMEROS.	72

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1 – CASOS PARTICULARES DA EQUAÇÃO GERAL DA CONSERVAÇÃO DA MASSA	20
TABELA 2 – COMPARAÇÃO ENTRE AS EQUAÇÕES DE PRESSÃO E DE CONSERVAÇÃO DA MASSA NOS ESPAÇOS (x, y, z) E (τ, ψ, χ)	26
TABELA 3 – CÁLCULO DAS SATURAÇÕES E CONCENTRAÇÕES MÉDIAS PARA CADA SEGMENTO DE LINHAS DE FLUXO	50
TABELA 4 – VALORES PARA OS PARÂMETROS DE ENTRADA DO SIMULADOR	54
TABELA 5 – VALORES UTILIZADOS PARA CALCULAR A ADSORÇÃO DO POLÍMERO PELA ROCHA. ISOTERMA DE LANGMUIR	66
TABELA 6 – DADOS DOS POLÍMEROS INJETADOS.....	69

RESUMO

A injeção de produtos químicos é um dos processos mais importantes de Recuperação Avançada de Petróleo. Dentre outros métodos químicos, a injeção de polímeros tem sido largamente utilizada para aumentar o fator de recuperação em campos de petróleo ao redor do mundo. O polímero reduz a mobilidade da água de injeção pelo aumento de sua viscosidade, melhorando a eficiência de varrido e aumentando a produção de petróleo. O fluxo bifásico de óleo e água com componentes químicos é modelado por um sistema de $(n+1)$ equações diferenciais parciais, onde n é o número de componentes químicos dissolvidos apenas na fase aquosa. Para a Isoterma de Adsorção de Langmuir, esse sistema de equações para mais de um polímero dissolvido na água deve ser resolvido numericamente. Neste trabalho, a técnica de decomposição do operador, que permite a solução analítica do problema da injeção contínua multicomponentes, é associada com um simulador bi-dimensional baseado no método das linhas de fluxo. Além do conceito de tempo de vôo, uma outra mudança de variável independente possibilita a obtenção da solução analítica ao longo de cada linha de fluxo para o caso onde a concentração de injeção é maior que a concentração inicial de cada componente no reservatório. Essa situação ocorre tanto para as Isotermas de Langmuir quanto para a Isoterma de Henry. Diversos modelos geológicos foram simulados considerando diferentes valores para as propriedades dos fluidos e da rocha. Os resultados foram comparados com os resultados de um simulador comercial baseado no método das diferenças finitas, demonstrando boa concordância. O simulador desenvolvido neste trabalho, baseado no método das linhas de fluxo, pode ser utilizado para avaliar a eficiência de varrido areal em um reservatório submetido a um projeto de injeção de polímeros.

PALAVRAS-CHAVE: Simulação por Linhas de Fluxo, Recuperação Avançada de Petróleo, Métodos Químicos, Injeção de Polímeros.

ABSTRACT

Chemical flooding is one of the most important Enhanced Oil Recovery methods. Among other chemicals, polymer injection has been widely used to improve the recovery of oil from mature fields around the world. Polymer increases water viscosity, reduces its mobility and changes the mobility ratio, enhancing the sweep efficiency and leading to higher oil recovery. The two-phase flow of oil and water with chemical species dissolved is modeled by a system of $(n+1)$ partial differential equations, where n is the number of chemical components dissolved only in the water phase. For Langmuir type isotherm, the solution of the system of equations for more than one polymer dissolved in water must be performed numerically. In this work, the splitting technique, that allows the analytical solution for the problem of continuous multicomponent polymer injection, is linked to a two-dimensional simulator based on the streamline method. Besides the time of flight concept, another change of an independent variable makes the solution along each streamline analytical for the case where the injected concentration is greater than the initial concentration of each component in the reservoir. This situation occurs in both Langmuir and Henry isotherms. Several geological models were simulated considering different rock and fluid properties. The results were compared to a commercial simulator based on the finite difference method, showing good agreement. The developed streamline based simulator can be used to evaluate the effectiveness of the reservoir areal sweep in a polymer flooding project.

KEYWORDS: Streamline Simulation, Enhanced Oil Recovery, Chemical Methods, Polymer Flooding

NOMENCLATURA

Símbolos

a_i	Concentração adsorvida do componente i .
A_{is}	Concentração do componente i na rocha s .
A_x	Área transversal à direção x .
A_y	Área transversal à direção y .
A_z	Área transversal à direção z .
C	Concentração de massa por unidade de volume.
c	Gradiente de velocidade.
C_{ij}	Concentração volumétrica do componente i na fase j .
D	Velocidade do choque.
\vec{D}_{ij}	Tensor de dispersão do componente i na fase j .
f	Fluxo fracionário.
g	Aceleração da gravidade.
\vec{K}	Tensor permeabilidade.
k_{rj}	Permeabilidade relativa da fase j .
M	Razão de mobilidade entre as fases aquosa e oléica.
N_c	Número de componentes.
\vec{N}_i	Fluxo mássico do componente i por unidade de área.
P	Pressão.
P_j	Pressão na fase j .
$P_{c_{i,j}}$	Pressão capilar entre as fases i e j .
q_j	Vazão de produção ou injeção da fase j no meio poroso.
q_t	Vazão total de produção ou injeção no meio poroso.
R_i	Reação química do componente i .
r_{ij}	Reação química do componente i na fase j .
r_{is}	Reação química do componente i com a rocha.
S_j	Saturação da fase j .

S_{or}	Saturação de óleo residual.
S_{wi}	Saturação de água irreduzível.
T	Transmissibilidade.
t_D	Tempo adimensional.
u_j	Velocidade aparente da fase j no meio poroso.
V	Velocidade intersticial do fluido no meio poroso.
x	Distância na direção x .
x_D	Distância adimensional.
y	Distância na direção y .
z	Profundidade. Positivo na direção descendente.
W_i	Concentração de massa do componente i por unidade de volume de rocha.

Letras Gregas

χ	Função de fluxo.
ϕ	Porosidade.
λ_j	Mobilidade da fase j .
ξ	Distância espacial.
μ_j	Viscosidade da fase j .
ρ_j	Massa específica da fase j .
ρ_s	Massa específica da rocha.
τ	Tempo de vôo.
ω_{ij}	Fração mássica do componente i na fase j .
ω_{is}	Fração mássica do componente i na rocha s .
ψ	Função de fluxo.

Sobrescritos

Ini	Condição inicial.
Inj	Condição de injeção.
n	Início do passo de tempo de pressão.
$n+1$	Final do passo de tempo de pressão.

Subscritos

<i>D</i>	Adimensional.
<i>e</i>	Entrada.
<i>f</i>	Fase.
<i>i</i>	Componente ou célula.
<i>j</i>	Fase.
<i>LF</i>	Linha de fluxo.
<i>max</i>	Máximo.
<i>min</i>	Mínimo.
<i>o</i>	Componente óleo.
<i>o</i>	Estado puro.
<i>r</i>	Relativa.
<i>s</i>	Rocha ou saída.
<i>t</i>	Total.
<i>x</i>	Direção x.
<i>y</i>	Direção y.
<i>z</i>	Direção z.
<i>w</i>	Componente água.

Siglas

BL	Buckley-Leverett.
DF	Diferenças finitas.
EOR	Recuperação avançada de petróleo (<i>Enhanced Oil Recovery</i>)
TOF	Tempo de vôo (<i>Time of Flight</i>).

1 INTRODUÇÃO

Para que maiores fatores de recuperação de hidrocarbonetos possam ser atingidos, o gerenciamento adequado de um campo de petróleo deve levar em consideração o impacto de diversos parâmetros envolvidos no processo, tais como uma boa caracterização do fluido e da rocha, as interações entre eles e as heterogeneidades geológicas do meio. A escolha entre os diferentes métodos complementares à produção natural de óleo é baseada nessas características. A simples injeção de água, com a finalidade básica de “varrer” o óleo e manter a pressão nos reservatórios se perpetuou como o método de recuperação complementar ou secundário mais utilizado na indústria petrolífera. Entretanto, em muitos reservatórios, o incremento na produção pode ser drasticamente afetado pela criação de canais preferenciais para a água injetada. Nesses casos, a utilização de métodos de recuperação avançada de petróleo (EOR) pode ser uma opção para explorar uma jazida de forma viável economicamente.

O termo EOR tem sido reservado para descrever todo e qualquer processo além da simples injeção de água ou gás no reservatório, sendo caracterizado basicamente, pela injeção de materiais originalmente estranhos aos presentes no reservatório (Lake, 1989). Com poucas exceções, os métodos de recuperação avançada de petróleo podem ser classificados em três categorias: térmicos, solventes e químicos. Os métodos térmicos incluem a injeção de vapor, água quente e combustão *in situ*. O princípio da recuperação térmica é simples: aumentando significativamente a temperatura do óleo, obtém-se uma redução em sua viscosidade com uma consequente melhoria na razão de mobilidade. A injeção de solventes engloba os casos de hidrocarbonetos miscíveis, injeção de dióxido de carbono (CO₂) e nitrogênio. O solvente misturado ao óleo residual vence as forças capilares e aumenta a mobilidade do óleo. Os métodos químicos são compostos pela injeção de polímeros, surfactantes e de produtos alcalinos. A injeção de polímero é o método químico mais comumente utilizado. A adição de polímero com elevados pesos moleculares aumenta a viscosidade da água de injeção trazendo a mobilidade da água para valores mais próximos da mobilidade do óleo.

Para que um projeto de injeção de polímeros obtenha sucesso, diversos parâmetros devem ser cuidadosamente analisados. Dentre os principais, podemos destacar as incertezas quanto à geologia do reservatório e a perda de parte do polímero injetado devido à adsorção no meio poroso. Normalmente, o simulador de fluxo é a principal ferramenta utilizada para responder essas questões. A análise do impacto de incertezas geológicas pode se tornar uma tarefa bastante exaustiva em termos computacionais, pois o número de simulações requeridas pode facilmente ser superior a 100 para um pequeno número de parâmetros envolvidos. Dessa forma, o tempo de rodada de cada experimento torna-se um fator essencial para que a análise se torne viável.

Nos últimos anos, a técnica de simulação por linhas de fluxo tem despertado bastante interesse e tem sido aplicada como uma ferramenta complementar ou até alternativa à simulação tradicional por diferenças finitas. Com a introdução da coordenada de tempo de vôo, calculada ao longo da linha de fluxo, o problema do transporte da massa em 3D, pode ser desmembrado em um conjunto de problemas 1D calculados analiticamente, quando a hipótese de fluxo incompressível é assumida. A geometria e a densidade das linhas de fluxo traçadas durante a simulação refletem o impacto da geologia no percurso do fluido ao longo do reservatório, provendo uma melhor resolução. Dessa forma, esta técnica traz vantagens significativas para a modelagem de processos de recuperação avançada, como é o caso da injeção de polímeros, que dependem muito de uma boa noção do percurso do fluxo no meio poroso.

Para sistemas onde a trajetória das linhas de fluxo não sofre grandes mudanças com o passar do tempo, a solução para o transporte de massa dos componentes pode ser avançada sem que seja necessário calcular novamente o campo de pressão. Este é o caso de sistemas incompressíveis onde a escala de tempo na qual o fluxo flui ao longo da linha de fluxo é frequentemente muito menor do que a escala de tempo na qual a posição da linha de fluxo muda significativamente.

A simulação por linhas de fluxo facilita a representação de transporte longitudinal dos fluidos, entretanto, apresenta maiores dificuldades na representação

de fluxos transversais, como é o caso de segregação gravitacional, efeitos de capilaridade e de difusão. Mecanismos transversos são resolvidos pela utilização de uma técnica numérica conhecida como decomposição do operador (*operator splitting*), onde a solução da saturação é separada em dois passos: fluxo ao longo da linha de fluxo e fluxo transversal à linha de fluxo.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo a modelagem do problema da injeção contínua de polímeros em reservatórios de petróleo para o caso onde a concentração de injeção é maior que a concentração inicial de cada componente no reservatório. A solução foi obtida através de um simulador bidimensional, desenvolvido neste trabalho, baseado no método das linhas de fluxo.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação de mestrado possui a seguinte estrutura:

O Capítulo 1 apresenta o problema a ser estudado, justificando a escolha do método das linhas de fluxo na simulação de processos incompressíveis, nesse caso, a injeção de polímeros.

Uma revisão bibliográfica mostrando os recentes avanços obtidos pela simulação por linhas de fluxo e as experiências reportadas da utilização da injeção de polímeros como método de recuperação avançada é detalhada no Capítulo 2.

O Capítulo 3 discute a formulação básica do fluxo de fluidos em meios porosos. São apresentadas as equações básicas que descrevem a conservação da massa dos componentes considerando o deslocamento imiscível de óleo e água com ou sem a adição de n componentes na água injetada, além da equação da pressão para fluidos incompressíveis.

No Capítulo 4 é mostrada a formulação matemática da simulação por linhas de fluxo. A transformação espacial em termos de tempo de vôo é aplicada sobre as

equações que governam a conservação da água e dos polímeros. No final do capítulo é apresentada uma tabela comparando as equações originais com as equações geradas após a transformação espacial.

O Capítulo 5 ilustra o efeito da aplicação do polímero no controle de mobilidade. Em seguida, uma nova mudança de variável independente permite resolver analiticamente o problema da modelagem da injeção simultânea de mais de um componente químico, como por exemplo, n polímeros.

O Capítulo 6 apresenta o passo a passo para a construção do simulador por linhas de fluxo. Também é discutido o mapeamento das saturações e concentrações ao longo das linhas de fluxo na malha de simulação original.

No Capítulo 7 é feita a comparação entre os resultados obtidos pelo simulador por linhas de fluxo, desenvolvido neste trabalho, e um simulador comercial (IMEX) que utiliza o método das diferenças finitas. As principais conclusões desse trabalho encontram-se no Capítulo 8.

Finalmente, no Anexo A são apresentadas as isotermas de adsorção que controlam o equilíbrio termodinâmico entre as concentrações de polímero adsorvidas pela rocha com as concentrações dissolvidas na fase aquosa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica está dividida em quatro seções: a primeira apresenta um resumo dos trabalhos referentes ao tema da simulação por linhas de fluxo mostrando seus recentes avanços e, conseqüentemente, maior grau de importância no ramo de simulação de reservatórios de hidrocarbonetos; o segundo tópico trata dos métodos de recuperação avançada de petróleo, em especial, os métodos químicos (injeção de polímeros); a terceira parte apresenta um resumo dos trabalhos que acoplam os dois primeiros itens. Por fim, serão apresentadas outras aplicações da técnica de simulação por linhas de fluxo.

2.1 SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO

Os primeiros estudos referentes à modelagem da movimentação de fluidos em reservatórios por meio das linhas de fluxo, datam do ano de 1934 (Muskat e Wyckoff, 1934). Utilizando modelos de condutividade elétrica e fluxo bifásico incompressível, foi comparada a eficiência de varrido para diversos cenários de alocação de poços, como *five spot* e *seven spot*. Desde então, diversos autores têm aplicado e ampliado o entendimento da simulação por linhas de fluxo voltado para modelagem de reservatórios de hidrocarbonetos.

Muitas das aplicações iniciais utilizaram-se de aproximações numéricas ou analíticas baseadas em tubos de fluxo para a modelagem de fluxos multifásicos, basicamente, considerando injeção de água. Higgins e Leighton (1962) aplicaram a técnica de tubos de fluxo para modelar deslocamentos não lineares em um domínio areal e homogêneo para diversos arranjos regulares de poços. Após dividir o reservatório em “tubos” ou “canais” de mesmo volume, a vazão do fluido injetado era calculada em função da resistência oferecida por cada canal e a solução para o escoamento bifásico unidimensional era mapeada pela teoria de Buckley-Leverett (Buckley e Leverett, 1942).

Leblanc e Caudle (1971) mostraram como o escoamento em um tubo de fluxo pode ser representado pela velocidade na linha de fluxo central, para um

reservatório de espessura constante contendo fluidos incompressíveis. Parsons (1972) estudou o efeito da anisotropia da permeabilidade em um arranjo *five-spot* sob a consideração de mobilidade total unitária. Utilizando a técnica de tubos de fluxo foi possível concluir que a desconsideração da anisotropia pode gerar interpretações erradas em projetos piloto ou previsões de baixa confiabilidade para projetos de um campo.

Thiele (1994) apontou o método de tubos de fluxo como uma alternativa simples e robusta à simulação de reservatórios. A metodologia foi aplicada para o estudo de traçadores, miscibilidade ao primeiro contato e fluxo bifásico imiscível. Nesse último caso, o campo de velocidade torna-se uma função da saturação e os tubos de fluxo são periodicamente atualizados à medida que o fluxo avança. A aproximação de Riemann é usada para mapear a solução de Buckley-Leverett ao longo dos tubos de fluxo. Evidências são apresentadas para mostrar que o erro devido à aproximação de Riemann é menor que o erro introduzido pela difusão numérica nas soluções tradicionais por diferenças finitas.

A técnica de simulação por tubos de fluxo até então tinha sua aplicabilidade reduzida a modelos simplificados que consideravam um arranjo fixo de poços, ou seja, sem a possibilidade de inclusão de novos poços ao longo da simulação, além de vazões constantes para os poços. Não se consideravam também os efeitos gravitacionais e outros mecanismos mais complexos associados com o deslocamento transversal dos fluidos como capilaridade e efeitos gravitacionais. Como resultado, sua aplicação era bastante reduzida e utilizada basicamente para avaliar eficiência de varrido areal para um determinado arranjo de poços.

A utilização do método das linhas de fluxo nas simulações de reservatório tornou-se viável pela simplicidade para o traçado das linhas pelo método analítico de Pollock (1988), que considera uma aproximação linear para a variação da velocidade dentro de cada célula, e a reformulação da equação do transporte em termos de coordenadas de tempo de vôo. King *et al.* (1993) aplicaram esse método para avaliar o impacto da heterogeneidade na criação de canais preferenciais em processos de injeção de gás miscível. Os resultados foram comparados com simulações de malhas de alta resolução apresentando ganho computacional e

concordância nos resultados. Posteriormente, Datta-Gupta e King (1995) mostraram que a aplicação do tempo de vôo no cálculo da saturação e concentração ao longo das linhas de fluxo fornece resultados semelhantes aos obtidos pelo método das diferentes finitas com um custo computacional significativamente menor.

Bratvedt *et al.* (1996) incluíram os efeitos gravitacionais na simulação por linhas de fluxo, através da utilização de uma técnica numérica conhecida como decomposição do operador (*operator splitting*). Nesse ponto, a simulação por linhas de fluxo começou a contemplar a componente vertical na descrição do fluxo diferenciando-se da simulação baseada em tubos de fluxo das décadas de 70 e 80. Bratvedt *et al.* (1996) também compararam duas maneiras diferentes de transferir os perfis de saturação das linhas entre um passo de solução de pressão e o passo seguinte. Uma das formas se baseia em projeções dos perfis de saturação de segmentos das linhas anteriores em segmentos das novas linhas, enquanto que a outra forma considera as saturações médias das células da malha 3D. Foi provado que o primeiro caso é mais acurado que o segundo.

Batycky *et al.* (1996) e Batycky (1997) desenvolveram um simulador baseado no método das linhas de fluxo com aplicação em escala de campo, considerando os efeitos gravitacionais e variações nas vazões dos poços. As soluções 1D nas linhas de fluxo foram obtidas tanto numericamente quanto analiticamente e aplicadas para o caso de escoamento de traçadores, influxo de água, deslocamento imiscível e deslocamento com miscibilidade ao primeiro contato.

Prevost *et al.* (2001) utilizaram uma transformação isoparamétrica para transformar uma malha de simulação com geometria *corner-point* em uma malha ortogonal, tornando possível a utilização do método de Pollock em uma malha mais realista que a estritamente cartesiana. Berenblyum *et al.* (2003) apresentaram resultados que mostram o impacto da pressão capilar nas equações da pressão e da saturação na simulação por linhas de fluxo. Pequenas alterações na trajetória das linhas de fluxo foram notadas com um número maior de linhas atravessando regiões de baixa permeabilidade além de um espalhamento do perfil de saturação na frente de avanço, conforme esperado.

Osako (2006) apresentou uma formulação matemática rigorosa para modelos *black oil* e composicionais utilizando a simulação por linhas de fluxo. Diferentemente dos estudos anteriores, não assumiu que o fluxo volumétrico é conservado ao longo das linhas de fluxo. A característica principal de sua formulação foi a introdução de uma massa específica efetiva ao longo das linhas de fluxo considerando o efeito de compressão/expansão do fluido. Os resultados foram validados pela comparação com simuladores de diferenças finitas usando exemplos de campo e exemplos sintéticos.

Beraldo (2008) implementou uma formulação que considera a variação espacial da composição do óleo em simuladores por linhas de fluxo. Inicialmente um simulador bifásico para sistemas incompressíveis foi alterado para trabalhar com dois componentes na fase óleo, permitindo a inclusão da variação das propriedades desta fase. Em seguida o simulador foi modificado para incorporar sistemas compressíveis com variação da densidade do óleo. Testes comparativos com simuladores por diferenças finitas mostraram que, em ambas as formulações, os resultados foram reproduzidos de forma satisfatória.

2.2 INJEÇÃO DE POLÍMEROS EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO

A injeção de polímeros com a finalidade de melhorar a recuperação em reservatórios de petróleo tem sido utilizada, no mínimo, de três modos diferentes (Lake, 1989):

- a) Com atuação nas proximidades dos poços produtores como agente redutor da permeabilidade relativa à água, normalmente aplicados em poços com razões água-óleo elevadas. Essa classe de polímero é conhecida pela sigla RPM (*Relative Permeability Modifier*).
- b) Como agente bloqueador de caminhos preferenciais no reservatório. O fluido injetado contendo polímero sofre um aumento gradual em sua temperatura ao longo do deslocamento. A partir de uma determinada temperatura, o polímero começa a sofrer rupturas em sua estrutura reticulada absorvendo água e aumentando de volume tamponando os canais preferenciais à água.

- c) Como redutor da mobilidade da água ou da razão de mobilidade água-óleo pela adição de polímero na água injetada, aumentando sua viscosidade.

Neste trabalho será enfatizado apenas o terceiro caso.

Patton *et al.* (1971) avaliaram economicamente a injeção de polímeros através de medidas laboratoriais em uma amostra de um campo de óleo pesado da Califórnia (USA). O estudo mostrou que a injeção de 270 ppm do polímero Kelzan resultava em um ganho de 4,6 dólares para cada 1 dólar gasto com o polímero para um total de meio volume poroso injetado.

Um dos exemplos mais conhecidos de injeção de água com polímeros é o campo gigante de Daqing, na China. Após resultados laboratoriais preliminares que indicavam condições favoráveis, decidiu-se implementar dois pilotos de injeção compostos por quatro arranjos *five-spot* invertidos (Delamaide *et al.*, 1994). Os resultados revelaram que o ganho incremental de óleo atinge cerca de 18% para um reservatório e 12% para o outro. Apesar da análise a partir dos dados de produção revelar que o campo possui um grau de heterogeneidade muito maior que o esperado, os resultados favoráveis obtidos pelos pilotos foram decisivos para estender o método para todo o campo. A injeção de polímero nesse campo já ultrapassa duas décadas obtendo excelentes resultados (He *et al.*, 2009).

Zheng *et al.* (1998) concluíram que a adsorção do polímero pela rocha induz a um aumento na saturação de água irreduzível enquanto que a saturação residual de óleo praticamente não é alterada e propuseram, baseado em resultados experimentais, um modelo matemático que relaciona os pontos terminais das curvas de permeabilidade relativa com a concentração de polímero adsorvida. Melo *et al.* (2002) descreveram as experiências adquiridas pela PETROBRAS durante as diversas fases de implementação do projeto de injeção de polímeros em três campos *onshore* brasileiros: Carmópolis, Buracica e Canto do Amaro. Wassmuth *et al.* (2009) revisaram o progresso da injeção de polímeros no campo de *East Bodo* no Canadá, apresentando desde o modelo conceitual em escala de laboratório até a aplicação e desempenho no campo. A injeção de polímeros neste campo de óleo pesado demonstrou um potencial bem superior quando comparado a métodos

térmicos ou processos microbiológicos. Uma série de trabalhos analisando a produção adicional de óleo, melhor estratégia de injeção e avaliação econômica da injeção de polímeros como método de recuperação avançada de petróleo, foram publicados (Kostenuk e Gagnon, 2006; Spildo *et al.*, 2009 e Xie *et al.*, 2009).

Recentemente Morel *et al.* (2008) publicaram um trabalho sobre o campo de águas profundas de Dália, Angola, onde se espera um ganho de 3% a 7% no fator de recuperação final de um óleo com viscosidade média de 7 centipoise.

2.3 APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO NA MODELAGEM DE RECUPERAÇÃO AVANÇADA DE PETRÓLEO

Um importante passo na tentativa de incluir heterogeneidades no cálculo de deslocamento de fluidos acoplando a simulação por linhas de fluxo a métodos de recuperação avançada de petróleo foi dado por Lake *et al.* (1981). Nesse trabalho, foi adotada uma aproximação híbrida utilizando a técnica de tubos de fluxo para a simulação areal e a técnica de diferenças finitas para a simulação transversal com o objetivo de modelar a injeção de polímero em larga escala. Alguns resultados subsequentes da aplicação desta técnica foram reportados por Emanuel *et al.* (1989) e Emanuel e Milliken (1997), que avaliaram o desempenho da injeção de CO₂ e da injeção de água em escala de campo, obtendo excelentes ajustes com os dados observados.

Passarai e Arihara (2005) propuseram uma extensão da simulação pelo método das linhas de fluxo para modelagem de processos térmicos, como a injeção de água quente em reservatórios de óleos pesados. Para esses casos, não apenas o transporte da água, mas também o transporte do calor ocorre ao longo da linha de fluxo. O algoritmo calcula primeiro a equação do transporte de massa pelo método de diferenças finitas considerando a temperatura corrente e posteriormente resolve a equação da energia ao longo da linha de fluxo. Mesmo sendo testado em um modelo simplificado, o trabalho apontou o potencial da simulação por linhas de fluxo na modelagem de processos térmicos com um razoável equilíbrio entre o detalhamento físico do problema e a eficiência computacional. Mais recentemente, Zhu *et al.* (2010) estudaram o mesmo problema considerando, entretanto, uma solução totalmente acoplada entre o transporte da energia e da massa ao longo da

linha de fluxo. Vários modelos foram testados apresentando razoável concordância com simuladores comerciais por diferenças finitas.

Hou *et al.* (2008) aplicaram o método das linhas de fluxo para gerar modelos de previsão da potencialidade da aplicação de métodos de recuperação avançada. Baseado no regime de fluxo permanente, com linhas de fluxo fixas, foram considerados diferentes fenômenos físico-químicos como injeção de CO₂ miscível, injeção de polímeros e injeção de microorganismos em um modelo pseudo 3D considerando os principais parâmetros que impactam no sucesso desses métodos.

Thiele *et al.* (2008) demonstraram através de simulações em uma, duas e três dimensões, que a injeção de polímero pode ser fácil e eficientemente modelada pela técnica das linhas de fluxo. Foram analisados os impactos do aumento da viscosidade da água como função da concentração do polímero e adsorção do polímero pela rocha. Os resultados mostraram concordância com os simuladores comerciais por diferenças finitas.

2.4 OUTRAS PROPOSTAS DE APLICAÇÃO PARA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO

Di Donato *et al.* (2003) implementaram o modelo de dupla porosidade na simulação por linhas de fluxo para modelar a injeção de água em reservatórios fraturados. O algoritmo foi testado em um modelo de um reservatório do Mar do Norte contendo milhões de células. Os resultados foram similares aos da simulação por diferenças finitas.

Kovscek e Wang (2005) utilizaram a simulação por linhas de fluxo para modelar um processo conhecido como “co-otimização” de dióxido de carbono (CO₂), onde se faz necessário otimizar a injeção desse gás no reservatório, tanto por efeitos de eficiência de varrido, quanto por armazenamento geológico em casos onde a emissão de CO₂ para a atmosfera é controlada. As linhas de fluxo permitem capturar melhor o impacto das heterogeneidades do reservatório.

Rodriguez *et al.* (2008) utilizaram a simulação por linhas de fluxo para otimizar a injeção de água em um reservatório carbonático gigante operado pela

Saudi Aramco com 520 poços produtores e 160 injetores. Foi constatado que poderia ser mantido o mesmo patamar de produção redistribuindo a injeção de água com um volume total menor. A água excedente poderia ser aproveitada para a injeção em outros campos.

Diversos outros trabalhos têm sido publicados a respeito da aplicação da simulação por linhas de fluxo como uma importante ferramenta de auxílio no gerenciamento de campos de petróleo (Ibrahim *et al.*, 2007; Fenwick *et al.*, 2005).

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo serão apresentadas as equações básicas que descrevem a conservação da massa dos componentes que compõem o fluxo em meios porosos.

3.1 CONSERVAÇÃO DA MASSA

A equação da conservação da massa, na sua forma diferencial, para o componente i é definido por (Lake, 1989):

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{N}_i = R_i, \quad (1)$$

onde $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$, W_i é a concentração global do componente i nas fases que fluem e na fase estacionária (rocha). É definido como massa do componente i por unidade de volume; \vec{N}_i é a soma, sobre todas as fases que fluem, do fluxo do componente i dentro de cada fase, dado pela massa do componente i por unidade de área; R_i é a reação em unidades de massa do componente i por unidade de volume. Essa grandeza será positiva quando houver produção e negativa quando houver destruição do componente i , através de uma ou mais reações químicas ou através de fontes físicas como poços. Se considerarmos que os componentes podem ser adsorvidos na fase estacionária, então a concentração do componente i pode ser expresso da seguinte forma:

$$W_i = \phi \sum_{j=1}^{N_f} \rho_j S_j \omega_{ij} + (1 - \phi) \rho_s \omega_{is}, \quad (2)$$

onde ϕ é a porosidade, ρ_j e S_j são a massa específica e a saturação da fase j , respectivamente, e ω_{ij} e ω_{is} são as frações mássicas do componente i na fase j ou na rocha s . Na equação (2), o segundo termo do lado direito representa a adsorção do componente pela rocha.

O fluxo mássico do componente i , \bar{N}_i , é dado pela soma dos fluxos mássicos do componente em todas as fases:

$$\bar{N}_i = \sum_{j=1}^{N_f} \bar{N}_{ij}, \quad (3)$$

ou

$$\bar{N}_i = \sum_{j=1}^{N_f} \left(\rho_j \omega_{ij} \bar{u}_j - \phi \rho_j S_j \bar{\bar{D}}_{ij} \cdot \nabla \omega_{ij} \right). \quad (4)$$

A equação (4) é composta por um termo convectivo, determinado pela velocidade superficial da fase, \bar{u}_j , e uma parte dispersiva caracterizada pelo tensor de dispersão do componente i na fase j , $\bar{\bar{D}}_{ij}$. O tensor de dispersão recebe a contribuição de duas partes: dispersão mecânica e difusão molecular. A contribuição da difusão molecular é normalmente desprezível na escala de aplicação dos simuladores de fluxo (Bear, 1972). Finalmente, a reação R_i pode ser representada por:

$$R_i = \phi \sum_{j=1}^{N_f} S_j r_{ij} + (1 - \phi) r_{is}, \quad (5)$$

onde o termo r_{ij} representa a soma das reações químicas que podem ocorrer em cada fase.

Substituindo as equações (2), (4) e (5) em (1), obtêm-se a forma final da equação de conservação da massa do componente i para um meio isotérmico com fluxo multifásico:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \sum_{j=1}^{N_f} \rho_j S_j \omega_{ij} + (1 - \phi) \rho_s \omega_{is} \right) + \nabla \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_f} \rho_j \omega_{ij} \bar{u}_j - \phi \rho_j S_j \bar{\bar{D}}_{ij} \cdot \nabla \omega_{ij} \right) = \phi \sum_{j=1}^{N_f} S_j r_{ij} + (1 - \phi) r_{is}. \quad (6)$$

3.2 RELAÇÕES AUXILIARES

A velocidade superficial da fase, \vec{u}_j , é expressa através da lei de Darcy:

$$\vec{u}_j = -\lambda_{ij} \vec{K} \bullet (\nabla P_j - \rho_j g \nabla z), \quad (7)$$

onde \vec{K} é o tensor permeabilidade, z é a profundidade (positiva na direção descendente), P_j é a pressão atuante na fase j e λ_{ij} é a mobilidade relativa da fase j , definida como a relação entre a permeabilidade relativa k_{ij} e a viscosidade μ_j . De forma geral:

$$\lambda_{ij} = \frac{k_{ij}(S, \omega, \vec{x})}{\mu_j(\omega, \vec{u}_j)}, \quad (8)$$

onde $\vec{x} = (x, y, z)$ é o vetor que representa a posição no meio poroso. A permeabilidade relativa k_{ij} é uma função da tendência da molhabilidade da fase na rocha e da distribuição do tamanho de poros. A viscosidade μ_j é função da composição da fase. Se a fase em questão não apresentar comportamento newtoniano, também passa a ser função da magnitude da velocidade superficial \vec{u}_j .

A diferença entre as pressões atuantes em duas fases quaisquer no meio poroso (i, j), é definida como a pressão capilar :

$$P_i - P_j = P_{cij}(S, \omega, \vec{x}). \quad (9)$$

As equações (1) - (9) constituem uma representação geral do problema do transporte da massa em um meio poroso.

3.3 CASOS ESPECIAIS DA APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA

Neste tópico serão considerados alguns casos especiais da aplicação da equação geral de conservação da massa. São adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- Efeitos dispersivos são desconsiderados;
- Não ocorrem reações químicas entre os componentes;
- É válida a lei de adição de volumes.

Com a aplicação dessas premissas, a equação (6) torna-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \sum_{j=1}^{N_f} \rho_j S_j \omega_{ij} + (1-\phi) \rho_s \omega_{is} \right) + \nabla \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_f} \rho_j \omega_{ij} \vec{u}_j \right) = 0. \quad (10)$$

Considerando ρ_i^0 como a massa específica de referência do componente i em seu estado puro, é possível expressar as concentrações dos componentes como a fração volumétrica do componente i na fase j , C_{ij} , como:

$$C_{ij} = \frac{\rho_j \omega_{ij}}{\rho_i^0} \quad (11)$$

Dividindo a equação (10) por ρ_i^0 e aplicando a equação (11), temos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \sum_{j=1}^{N_f} C_{ij} S_j + (1-\phi) A_{is} \right) + \nabla \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_f} C_{ij} \vec{u}_j \right) = 0, \quad (12)$$

onde A_{is} é a concentração do componente i na fase sólida.

3.3.1 DESLOCAMENTO IMISCÍVEL – INJEÇÃO DE ÁGUA

Neste caso, será considerado o deslocamento bifásico e imiscível de óleo por água num sistema incompressível. Além disso, não há adsorção dos componentes na fase sólida.

Considerando que não ocorre transferência de massa entre as fases ($C_{ij} = 0, i \neq j; C_{ij} = 1, i = j$), é possível obter a partir de (12) a conservação da massa do componente água:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{u}_w = 0. \quad (13)$$

A equação (13) também pode ser interpretada como a conservação do volume de água, visto que a massa específica da mesma é constante para o caso incompressível. Podemos expressar a velocidade da fase aquosa como uma simples fração da velocidade do total do fluxo:

$$\vec{u}_w = f_w \vec{u}_t, \quad (14)$$

onde \vec{u}_t é a velocidade total do fluxo, dado pela soma da velocidade das fases aquosa e oleica, $\vec{u}_t = \vec{u}_w + \vec{u}_o$, e f_w é o fluxo fracionário da água, definido pela razão entre a mobilidade da água e a mobilidade total. Se desconsiderarmos os efeitos capilares e gravitacionais:

$$f_w = \frac{\lambda_{rw}}{\lambda_{rt}}, \quad (15)$$

ou

$$f_w = \left(1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{k_{rw} \mu_o} \right)^{-1} \quad (16)$$

Finalmente, substituindo a equação (14) em (13) chegamos a:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u}_t f_w) = 0. \quad (17)$$

A equação (17) é conhecida como a equação de Buckley-Leverett (Buckley e Leverett, 1942) que é amplamente utilizada para análise de testes laboratoriais e como um valor de referência para o fator de recuperação de campos de petróleo.

3.3.2 DESLOCAMENTO IMISCÍVEL COM A ADIÇÃO DE N COMPONENTES NA ÁGUA INJETADA

As principais premissas consideradas no item 3.3.1 podem ser adotadas para este problema. O sistema contém duas fases incompressíveis (óleo e água) e também existem n componentes (polímeros, sais, etc.), de baixa concentração, dissolvidos na fase aquosa de forma que as mudanças de concentração desses componentes não afetam a densidade da fase. Aplicando essas considerações na equação (12), obtemos o sistema de equações para os n componentes presentes na água:

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(C_{iw} S_w + \frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) + \nabla \cdot (C_{iw} \bar{u}_w) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (18)$$

Podemos utilizar a relação (14) para reescrever o sistema de equações (18) em função da velocidade total das fases:

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(C_{iw} S_w + \frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) + \nabla \cdot (C_{iw} f_w \bar{u}_t) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (19)$$

Sob condições de equilíbrio termodinâmico, as concentrações dos componentes adsorvidos pela rocha (A_{is}) e dissolvidos na fase aquosa (C_{iw}) são governadas por isotermas de adsorção (Apêndice A).

3.3.3 EQUAÇÃO DA PRESSÃO PARA FLUIDOS INCOMPRESSÍVEIS

A equação da pressão é obtida pela eliminação da derivada temporal envolvendo a saturação e a concentração na equação da conservação de massa (12). Em se tratando de fluxos incompressíveis, esta equação é obtida pela simples soma sobre todos os componentes que compõem cada fase.

Sabendo-se que a soma da saturação de todas as fases, assim como a concentração de todos os componentes presentes na fase é igual a 1, podemos aplicar as relações auxiliares:

$$\sum_{i=1}^{N_c} C_{ij} = 1, \quad \sum_{i=1}^{N_c} A_{is} = 1, \quad \sum_{j=1}^{N_f} S_j = 1, \quad (20)$$

onde N_c e N_f representam o número total de componentes e de fases, para reescrever a equação (12) em função da soma da velocidade superficial das fases:

$$\nabla \cdot \vec{u}_t = q_t, \quad (21)$$

$$\vec{u}_t = \sum_{j=1}^{N_f} \vec{u}_j, \quad q_t = \sum_{i=1}^{N_f} q_i, \quad (22)$$

onde q_t representa a vazão total de produção e/ou injeção no reservatório.

Considerando apenas as permeabilidades nas direções principais do tensor de permeabilidade (k_x, k_y, k_z) , podemos reescrever a equação (21) a partir de (7):

$$\vec{u}_t = -\lambda_{rt} \vec{k} \nabla P, \quad (23)$$

e

$$\nabla \cdot (\lambda_{rt} \bar{k} \nabla P) - q_t = 0. \quad (24)$$

Na equação (24), λ_{rt} é a mobilidade relativa total, dada pela soma das mobilidades relativas das fases:

$$\lambda_{rt} = \frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{k_{ro}}{\mu_o}, \quad k_{rw} = k_{rw}(S_w), \quad k_{ro} = k_{ro}(S_w) \quad \text{e} \quad \mu_w = \mu_w(C_{iw}). \quad (25)$$

Note que, por mais que na equação (24) não apareça uma dependência explícita com o tempo, a mobilidade relativa total depende de parâmetros que irão variar à medida que o óleo estiver sendo deslocado pela água, impactando diretamente na solução do campo de pressão. Para o caso da injeção de água sem a presença de outros componentes dissolvidos, o campo de pressão poderá ser constante caso a soma das mobilidades das fases seja constante e unitária e as condições de contorno não se alterem no tempo.

A Tabela 1 apresenta, de forma resumida, as equações para os três casos especiais abordados nesse capítulo.

Tabela 1 – Casos particulares da equação geral da conservação da massa

Conservação da Água	Conservação dos n componentes dissolvidos na água de injeção	Equação da Pressão
$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u}_t f_w) = 0$	$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(C_{iw} S_w + \frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) + \nabla \cdot (C_{iw} f_w \bar{u}_t) = 0$	$\nabla \cdot (\lambda_{rt} \bar{k} \nabla P) - q_t = 0$

4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA SIMULAÇÃO POR LINHAS DE FLUXO

Simuladores baseados em linhas de fluxo calculam a movimentação do fluido pela soma de soluções unidimensionais ao longo de cada linha de fluxo. A geometria e a densidade dessas linhas irão refletir as regiões de maiores e menores vazões de fluidos, provendo uma melhor resolução da movimentação dos fluidos no reservatório.

O conceito chave que permitiu o recente avanço nos simuladores por linhas de fluxo é separar o efeito das heterogeneidades geológicas da modelagem do problema envolvendo o cálculo do transporte dos fluidos. Matematicamente, isto se torna possível pelo uso do conceito de tempo de vôo como um análogo da coordenada espacial. Essa transformação de coordenadas é o fundamento para a simulação por linhas de fluxo. O impacto da heterogeneidade geológica é incorporado à distribuição do tempo de vôo.

O tempo de vôo refere-se a uma coordenada específica que é usada ao longo da linha de fluxo em substituição das coordenadas espaciais. É dado como o tempo necessário que uma partícula, inerte ao meio e que se move com uma velocidade intersticial instantânea fixa, leva para atingir uma determinada posição no meio poroso. Em outras palavras, a distância é medida como o tempo necessário para completar uma trajetória, com a velocidade dada.

Matematicamente, o tempo de vôo é definido na forma geral como:

$$\tau(x, y, z) = \int_{(0,0,0)}^{(x,y,z)} \frac{\phi(\xi)}{|\bar{u}_t|} d\xi \quad (26)$$

ou

$$\bar{u}_t \cdot \nabla \tau = \phi, \quad (27)$$

onde \vec{u}_t/ϕ é a velocidade intersticial da partícula e ξ é a distância espacial ao longo da linha de fluxo (Figura 1).

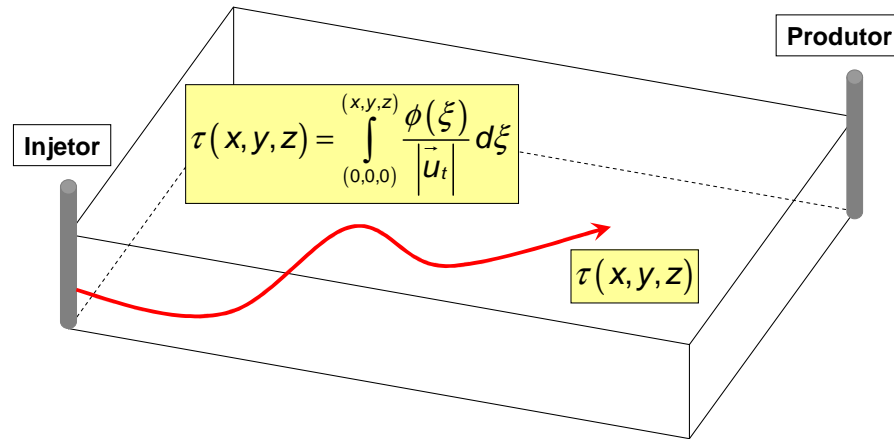


Figura 1 – Esquema ilustrativo da utilização do tempo de vôo no lugar da medida espacial.

As linhas de fluxo são curvas localmente tangenciais à direção do campo de velocidade. Basta que se tenha um campo de velocidade para que as linhas de fluxo sejam traçadas. Se o campo de velocidade muda com o tempo, então as linhas de fluxo são um reflexo da velocidade instantânea do fluido e não da trajetória física do fluido.

Segundo Bear (1972), o campo de velocidade para fluidos incompressíveis pode ser representado como o rotacional entre o gradiente de duas funções:

$$\vec{u} = \nabla \psi \times \nabla \chi, \quad (28)$$

onde as funções ψ e χ são conhecidas como funções de fluxo. Note que se aplicarmos o operador divergente nos dois lados da equação (28), o campo de velocidade terá de respeitar a condição de incompressibilidade ($\nabla \cdot \vec{u} = 0$).

A equação (28) fornece uma importante interpretação geométrica para a velocidade. Se considerarmos duas superfícies definidas por $\psi = C_1$ e $\chi = C_2$, onde C_k , $k = 1, 2$, são constantes, a intersecção delas definirá uma linha que será a

linha de fluxo definida pela velocidade \vec{u} . Diferentes linhas de fluxo poderão ser obtidas pela seleção de diferentes valores constantes para as funções de fluxo. Se pensarmos na intersecção de duas superfícies constantes geradas por ψ com outras duas geradas por χ , teremos um tubo de fluxo no espaço. A equação (28) pode ser integrada sobre a área (a_t) desse tubo de forma que

$$\Delta Q = \Delta\psi\Delta\chi = \iint_{a_t} \vec{u} \cdot \vec{n} da_t, \quad (29)$$

onde ΔQ é o fluxo total dentro do tubo, $\Delta\psi$ e $\Delta\chi$ são as superfícies que delimitam o tubo e \vec{n} é o vetor normal unitário apontado para fora do tubo. A equação (29) mostra que na prática não será necessário o cálculo das funções de fluxo, podendo ser substituído pelo cálculo da vazão ao longo do tubo de fluxo.

A transformada espacial das coordenadas no espaço físico (x, y, z) para as coordenadas em termos do tempo de vôo e das funções de fluxo (τ, ψ, χ) mostra uma importante relação entre os volumes nos dois espaços:

$$\left\| \frac{\partial(\tau, \psi, \chi)}{\partial(x, y, z)} \right\| = |(\nabla\psi \times \nabla\chi) \cdot \nabla\tau| = |\vec{u}_t \cdot \nabla\tau| = \phi. \quad (30)$$

Dessa forma, uma unidade de volume nas coordenadas de tempo de vôo, corresponde a uma unidade de volume poroso no espaço físico (Figura 2).

$$d\tau d\psi d\chi = \phi dx dy dz, \quad (31)$$

ou ainda,

$$\iiint_V \phi dx dy dz = \iint_S \tau(\psi, \chi) d\psi d\chi \cong \sum_{j=1}^{N_{LF}} \tau_j \Delta Q_j, \quad (32)$$

onde S é uma superfície que delimita um volume V e N_{LF} é o número total de linhas de fluxo. A equação (32) fornece uma das idéias básicas na simulação por linhas de fluxo, onde o volume poroso do reservatório é representado por diversos tubos de fluxo e esses tubos de fluxo, por sua vez, podem ser representados pelo produto entre a vazão e o tempo de vôo na linha central do tubo.

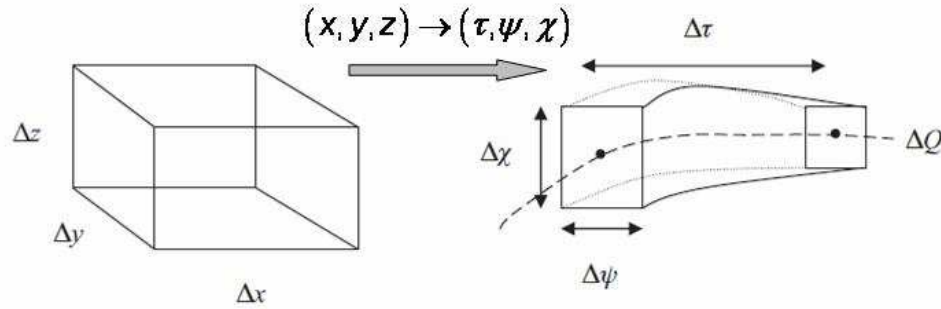


Figura 2 – Transformação espacial do espaço físico (x, y, z) para o sistema de coordenadas em (τ, ψ, χ) . Adaptado de Datta-Gupta e King (2007).

O operador gradiente ao longo das linhas de fluxo pode ser expresso como:

$$\nabla_{\tau, \psi, \chi} = (\nabla \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} + (\nabla \psi) \frac{\partial}{\partial \psi} + (\nabla \chi) \frac{\partial}{\partial \chi}. \quad (33)$$

Como o campo de velocidade deve ser ortogonal ao gradiente das funções de fluxo (equação (28)), para que a condição de incompressibilidade seja satisfeita, a equação (33) pode ser reescrita de modo que:

$$\vec{u}_t \cdot \nabla = \phi \frac{\partial}{\partial \tau}. \quad (34)$$

A igualdade (34) é a chave para reformular as equações no espaço físico, em três dimensões, para equações em apenas uma dimensão nas coordenadas de tempo de vôo τ . Utilizando essa expressão na equação de conservação da água (17), temos:

$$\nabla \cdot (\vec{u}_t f_w) = \vec{u}_t \cdot \nabla f_w + f_w (\nabla \cdot \vec{u}_t) = \frac{\partial f_w}{\partial \tau}, \quad (35)$$

e

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial \tau} = 0. \quad (36)$$

O mesmo procedimento pode ser aplicado em (19) para obter o sistema de equações para a conservação de massa dos n componentes dissolvidos na água, em coordenadas de tempo de vôo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(C_{iw} S_w + \frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) + \frac{\partial (C_{iw} f_w)}{\partial \tau} = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (37)$$

Observe que após a transformação espacial, o problema do transporte de fluidos em três dimensões foi decomposto numa série de problemas 1D. Portanto, as equações (36) e (37) são válidas para problemas envolvendo uma, duas, ou três dimensões e para meios homogêneos ou heterogêneos.

Com a utilização da coordenada do tempo de vôo as influências das heterogeneidades são capturadas na distribuição espacial das linhas de fluxo, enquanto que o modelo do fluxo é capturado no tipo de solução 1D utilizado ao longo da linha de fluxo. Este desacoplamento oferece diversas vantagens sobre a simulação convencional por diferenças finitas, como por exemplo, maior agilidade na simulação dependendo da complexidade do deslocamento modelado e utilização da solução analítica 1D possibilitando que a difusão numérica não seja carregada ao longo do tempo de simulação.

A equação (36) tem uma interpretação física mais clara, quando comparamos com a equação (17) na forma adimensionalizada, considerando fluxo unidimensional:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t_D} + \frac{\partial f_w}{\partial x_D} = 0, \quad (38)$$

onde as variáveis t_D e x_D representam o tempo e a distância adimensionais, respectivamente. Comparando as equações (36) e (38) podemos observar que mesmo tendo unidades de tempo, a variável tempo de vôo atua como um análogo da distância espacial.

A Tabela 2 apresenta um comparativo entre as equações para o cálculo da pressão e da conservação da massa dos componentes antes e após a transformada espacial para as coordenadas em termos de tempo de vôo.

Tabela 2 – Comparação entre as equações de pressão e de conservação da massa nos espaços (x, y, z) e (τ, ψ, χ) .

	Coordenadas Espaciais (x, y, z)	Coordenadas de Tempo de Vôo (τ, ψ, χ)
Conservação da Água	$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}_t f_w) = 0$	$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial \tau} = 0$
Conservação dos n componentes dissolvidos na água de injeção	$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left(C_{iw} S_w + \frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) + \nabla \cdot (C_{iw} f_w \vec{u}_t) = 0$	$\frac{\partial}{\partial t} \left(C_{iw} S_w + \frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) + \frac{\partial (C_{iw} f_w)}{\partial \tau} = 0$
Equação da Pressão	$\nabla \cdot (\lambda_{rt} \vec{k} \nabla P) - q_t = 0$	$\nabla \cdot (\lambda_{rt} \vec{k} \nabla P) - q_t = 0$

5 SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA INJEÇÃO DE VÁRIOS PRODUTOS QUÍMICOS

Neste capítulo será apresentado, inicialmente, o modo de atuação do polímero no controle de mobilidade. Em seguida, será realizada uma nova transformação espacial sobre as equações do transporte dos fluidos no meio poroso. A transformação utilizada irá gerar um sistema auxiliar envolvendo apenas funções termodinâmicas, controladas por isothermas de adsorção. Dessa forma, será possível obter a solução para as concentrações dos produtos químicos separadamente.

5.1 INJEÇÃO DE POLÍMERO

O processo de injeção de polímeros num reservatório de petróleo consiste em adicionar uma solução polimérica à água de injeção com a finalidade básica de diminuir sua mobilidade. Determinados tipos de polímeros aumentam a viscosidade da água fazendo com que a mobilidade entre as fases aquosa e oleica fique mais próxima. Nesse trabalho será considerado que a saturação irreduzível de óleo não será afetada pela injeção da solução polimérica. Entretanto, o volume de óleo móvel residual que não seria deslocado pela simples injeção de água pode ser consideravelmente reduzido devido a um crescimento menos acentuado da vazão de água nos poços produtores ao longo do tempo. Não serão considerados nesta abordagem efeitos como a dispersão física e o volume poroso inacessível para a injeção de água contendo polímeros.

A razão de mobilidade entre a água e o óleo é definida como:

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o} = \frac{k_{rw}}{k_{ro}} \cdot \frac{\mu_o}{\mu_w}, \quad (39)$$

onde k_{rw} , μ_w e k_{ro} , μ_o são as permeabilidades relativas e viscosidades para a fase aquosa e oleica, respectivamente. A equação (39) nos dá uma idéia de como a injeção de polímeros pode aumentar a eficiência de varrido em reservatórios contendo óleos viscosos. Valores típicos para a razão entre as permeabilidades relativas da água e do óleo nos pontos terminais são de cerca de 0,25 a 0,6. Sendo

assim, em um reservatório contendo um óleo com viscosidade de 30 centipoise, a água injetada se deslocaria de 20 a 50 vezes mais rápida que o óleo, formando um caminho preferencial até os poços produtores. Com a adição de polímeros, a razão de mobilidades tende a diminuir devido ao aumento da viscosidade da água injetada. A Figura 3 esquematiza esse raciocínio comparando a eficiência de varrido para um caso de simples injeção de água com o caso de injeção de água com polímero, para um mesmo volume de água injetada.

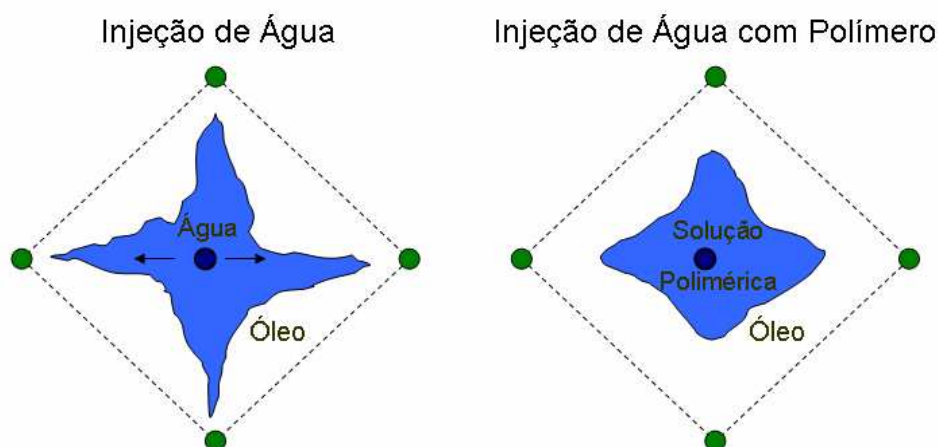


Figura 3 – Comparação da eficiência de varrido areal mostrando o controle de mobilidade proporcionado pela injeção da água com polímero.

5.2 INJEÇÃO DE ÁGUA COM N COMPONENTES DISSOLVIDOS

A modelagem do problema de fluxo deve considerar a presença de mais de um componente químico na água injetada ou inicialmente no reservatório. Entretanto, esta opção não está presente na maioria dos simuladores comerciais baseados tanto no método das diferenças finitas quanto na técnica de linhas de fluxo.

Conforme apresentado no Capítulo 4, equações (36) e (37), o fluxo bifásico do óleo e água com componentes químicos dissolvidos somente na fase aquosa é descrito pelo sistema de $(n+1)$ equações diferenciais parciais, onde n representa o número de componentes químicos. Uma nova mudança de variável independente, baseada no trabalho de Pires *et al.* (2004), permite a modelagem analítica da injeção

simultânea de mais de um componente químico, como por exemplo, n polímeros. Através da introdução de uma função potencial associada à conservação do volume de água, Pires *et al.* (2004) dividiram o sistema original de $(n+1)$ equações em um sistema auxiliar que contém apenas funções termodinâmicas e uma equação do levantamento.

Segundo Pires *et al.* (2004), a partir da equação (36), uma função potencial φ é introduzida através das relações:

$$S_w = -\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}, \quad f_w = \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (40)$$

A partir de (40), pode-se calcular a expressão para a função potencial por meio de:

$$\varphi(\tau, t) = \int_{(0,0)}^{(\tau,t)} f_w dt - S_w d\tau. \quad (41)$$

Como as funções fluxo fracionário, $f_w(\tau, t)$, e de saturação da água, $S_w(\tau, t)$ são limitadas, a integral em (41) também é uma função limitada. A partir desse ponto, será feita uma nova transformação de variáveis independentes:

$$\Theta : (\tau, t) \rightarrow (\tau, \varphi), \quad (42)$$

Aplicando o teorema de Green sobre o sistema de equações (37), chegamos a:

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(C_{iw} S_w + \frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) + \frac{\partial (C_{iw} f_w)}{\partial \tau} \right) = \oint_{\partial \Omega} \left(C_{iw} f_w dt - \left(C_{iw} S_w + \frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) \right) d\tau = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (43)$$

onde Ω é um domínio fechado pertencente em R^2 . Substituindo a definição da função potencial na equação (43), encontramos:

$$\oint C_{iw} d\phi - \left(\frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) d\tau = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (44)$$

Em domínios onde a solução é uma função suave, a equação (44) representa o sistema de equações diferenciais parciais envolvendo o equilíbrio termodinâmico entre a concentração dos componentes dissolvidos na água e adsorvidos pela rocha:

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right) + \frac{\partial C_{iw}}{\partial \tau} = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (45)$$

O sistema de equações (45) é chamado de auxiliar, dependendo apenas das isotermas de adsorção. A partir da solução para o sistema auxiliar, $C_{iw}(\tau, \phi)$, pode-se substituir $S_w = S_w(\tau, \phi(\tau, t))$ e $C_{iw} = C_{iw}(\tau, \phi(\tau, t))$ na equação da conservação da água (36) para obter a equação do levantamento cuja incógnita é $S_w(\tau, \phi)$:

$$f_w \frac{\partial S_w}{\partial \phi} - S_w \frac{\partial f_w}{\partial \phi} + \frac{\partial f_w}{\partial \tau} = 0. \quad (46)$$

Para o caso onde a concentração dos polímeros dissolvidos na água de injeção é maior que a concentração inicial dos polímeros no reservatório, o problema da injeção contínua pode ser resolvido analiticamente sem a necessidade da solução da equação do levantamento. A construção gráfica de $C_{iw}(\tau, t)$ e $S_w(\tau, t)$ no plano (S_w, f_w) é apresentada na Figura 4 e suas soluções são encontradas em Pires *et al.* (2004):

$$C_{iw}(\tau/t) = \begin{cases} C_{iw}^{(lnj)}, & 0 < \tau/t < D_n \\ C_{iw}^{(n)}, & D_n < \tau/t < D_{n-1} \\ \vdots & \vdots \\ C_{iw}^{(k)}, & D_k < \tau/t < D_{k-1}, \\ \vdots & \vdots \\ C_{iw}^{(2)}, & D_2 < \tau/t < D_1 \\ C_{iw}^{(lni)}, & D_1 < \tau/t < +\infty \end{cases} \quad (47)$$

e

$$S_w(\tau/t) = \begin{cases} S_w^{(0)}(\tau/t), & 0 < \tau/t < D_n \\ S_w^{(n)}, & D_n < \tau/t < D_{n-1} \\ \vdots & \vdots \\ S_w^{(k)}, & D_k < \tau/t < D_{k-1}, \\ \vdots & \vdots \\ S_w^{(2)}, & D_2 < \tau/t < D_1 \\ S_w^{(1)}, & D_1 < \tau/t < D_{BL} \\ S_{wi} & D_{BL} < \tau/t < +\infty \end{cases} \quad (48)$$

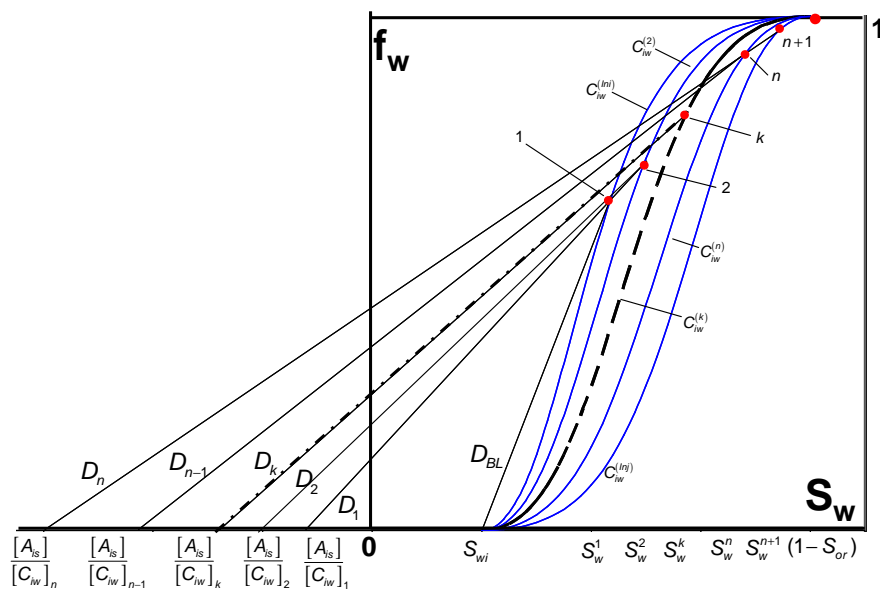


Figura 4 – Perfis de concentração e saturação no plano (S_w, f_w) . Adaptado de Pires *et al.* (2004).

Nas equações (47) e (48), $C_{iw}^{(inj)}$ e $C_{iw}^{(ini)}$ são as concentrações de injeção e a concentração inicial do componente i dissolvido na água e D_{BL} é a velocidade do choque de saturação de Buckley-Leverett, dado por:

$$D_{BL} = \frac{[f_w]}{[S_w]}. \quad (49)$$

Para o cálculo da velocidade dos outros choques de saturação e concentração, utiliza-se a expressão:

$$D = \frac{f_w^\pm}{S_w^\pm + 1/V}, \quad (50)$$

e

$$V = \frac{[C_{iw}]}{\left[\frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is} \right]}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (51)$$

Para exemplificar as soluções descritas pelas equações (47) e (48), vamos considerar o caso da injeção contínua de dois polímeros com $C_{1w}^{Inj} > C_{2w}^{Inj}$ e $C_{1w}^{Ini} = C_{2w}^{Ini} = 0$. A solução deste problema é dada por:

$$S_w\left(\frac{\tau}{t}\right) = \begin{cases} S_w\left(\frac{\tau}{t}\right), & 0 < \tau/t < D_1 \\ S_2, & D_1 < \tau/t < D_2 \\ S_3, & D_2 < \tau/t < D_{BL} \\ S_{wi}, & \tau/t > D_{BL} \end{cases}, \quad (52)$$

$$C_{1w}\left(\frac{\tau}{t}\right) = \begin{cases} C_{1w}^{Inj}, & 0 < \tau/t < D_2 \\ 0, & \tau/t > D_2 \end{cases}, \quad (53)$$

$$C_{2w} \left(\frac{\tau}{t} \right) = \begin{cases} C_{2w}^{inj}, & 0 < \tau/t < D_1 \\ 0, & \tau/t > D_1 \end{cases} \quad (54)$$

As figuras 5 e 6 apresentam de forma qualitativa a solução descrita nas equações (52) - (54).

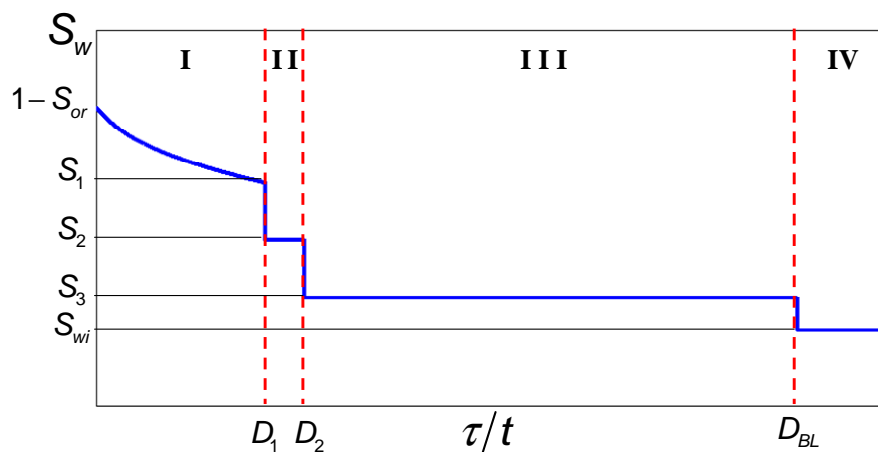


Figura 5 – Perfil de saturação de água para a injeção de 2 polímeros.

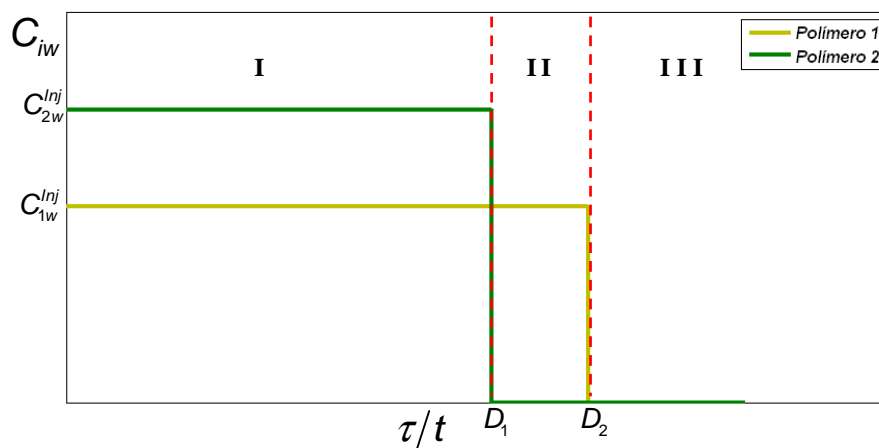


Figura 6 – Perfil de concentração dos dois polímeros injetados.

De forma geral, podemos modelar o problema do deslocamento imiscível de óleo e água, contendo n componentes químicos dissolvidos somente da fase aquosa, como:

1. Conservação da água e dos n componentes na fase aquosa:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f_w(S_w, C_{iw})}{\partial \tau} = 0 \quad (55)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(C_{iw} S_w + \frac{(1-\phi)}{\phi} A_{is}(C_{iw}) \right) + \frac{\partial (C_{iw} f_w(S_w, C_{iw}))}{\partial \tau} = 0$$

a) Condições de contorno e inicial para as equações (55):

$$\tau = 0; \quad C_{iw} = C_{iw}^{Injeção}; \quad f_w(S_w, C_{iw}) = 1. \quad (56)$$

$$t = 0; \quad C_{iw} = C_{iw}^{Inicial}; \quad S_w = S_w^{Inicial}.$$

A partir da transformação da variável independente t (Pires *et al.* 2004), a solução do problema (55) - (56), com $C_{iw}^{Injeção} > C_{iw}^{Inicial}$, é dada pelas expressões (47) e (48).

2. Equação da Pressão:

$$\nabla \cdot (\lambda_{rt} \bar{k} \nabla P) - q_t = 0 \quad (57)$$

$$\lambda_{rt} = \lambda_{rt}(S_w, C_{iw}); \quad q_t = \text{constante}$$

a) Condições de contorno e inicial para as equações (57):

$$P(x, y, z, 0) = P_{inicial} \quad (58)$$

$$P(0, 0, 0, t) = P_{injeção}$$

O problema (57) - (58) é resolvido numericamente pelo método das diferenças finitas.

6 CONSTRUÇÃO DO SIMULADOR POR LINHAS DE FLUXO

Neste capítulo será apresentada, de maneira detalhada, a construção do simulador por linhas de fluxo para a modelagem do problema da injeção de água contendo componentes que alteram a sua viscosidade. A linguagem de programação utilizada foi a do *software* Matlab[®].

As soluções analíticas demonstradas no Capítulo 5 para o exemplo da injeção simultânea de dois polímeros serão utilizadas para calcular os valores de concentração e de saturação ao longo das linhas de fluxo. A seguir, são listadas as principais características, bem como a aplicabilidade do simulador desenvolvido:

- Fluido e rocha incompressíveis;
- Utilização de malha cartesiana e meios bidimensionais com fluxos horizontais apenas;
- Efeitos gravitacionais e capilares desprezíveis;
- Fluxo bifásico e imiscível entre óleo e água com saturações iniciais uniformes ao longo do modelo de simulação;
- Presença de n componentes dissolvidos na água de injeção, com concentrações maiores que as concentrações iniciais no reservatório;
- Cálculo da saturação e da concentração de forma analítica ao longo da linha de fluxo.

O fluxograma de cálculo das concentrações e saturações ao longo da linha de fluxo pode ser visto na Figura 7.

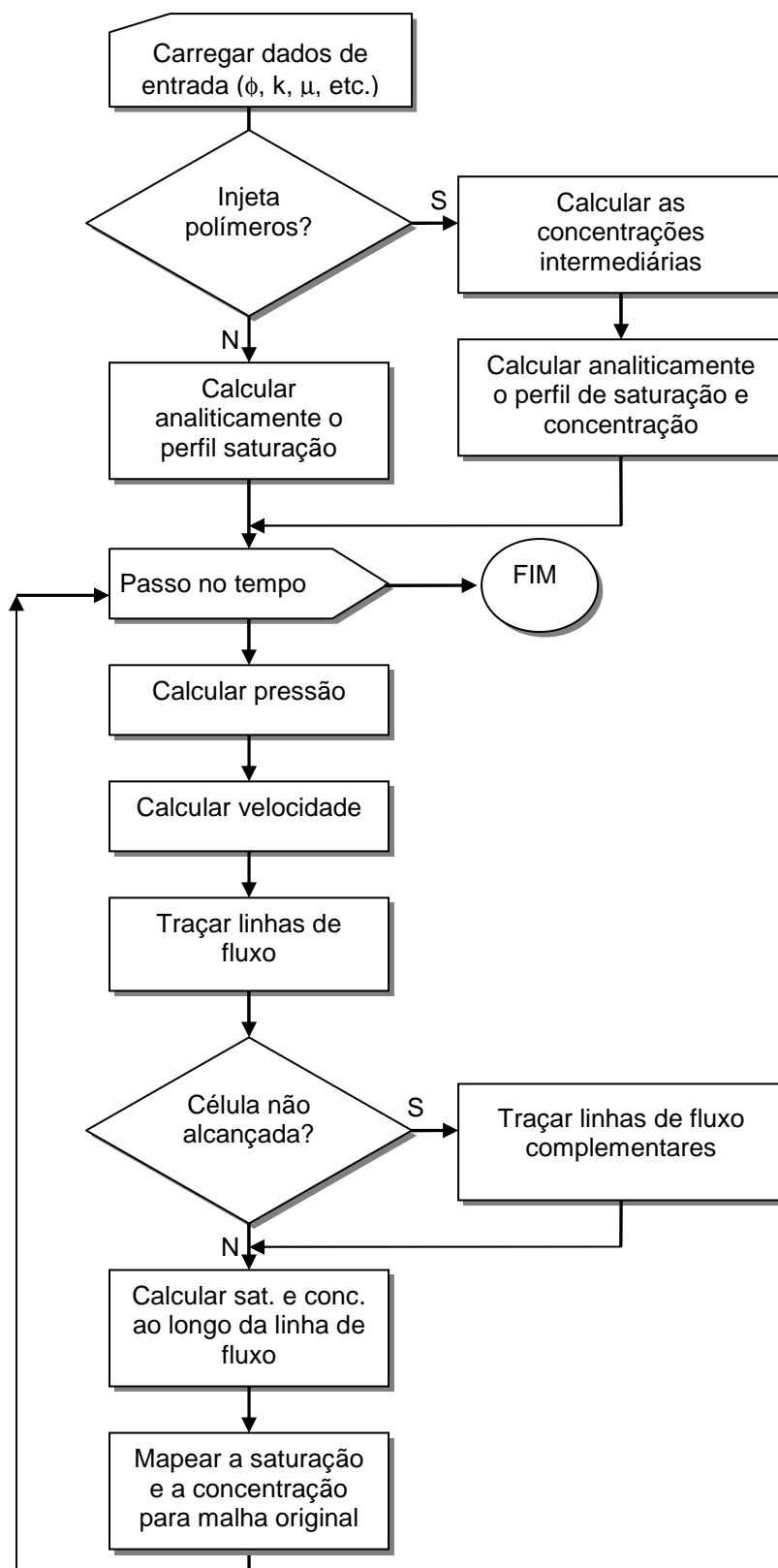


Figura 7 – Fluxograma de cálculo das concentrações e saturações na simulação por linhas de fluxo.

6.1 DADOS DE ENTRADA PARA A SIMULAÇÃO

Como primeiro passo, é necessário que seja estabelecido o número e o tamanho de cada célula nas dimensões x e y , bem como a espessura da camada. Também devem ser informadas as porosidades, viscosidades iniciais da água e do óleo e os mapas de permeabilidades nas duas dimensões. O simulador não tem restrição quanto à heterogeneidade ou anisotropia. É possível escolher o tipo de problema a ser simulado, desde o caso da simples injeção de água, ou a injeção de água contendo um, dois ou mais componentes. Como não se considera os efeitos gravitacionais, o reservatório terá saturações iniciais de óleo e água uniformes em toda sua extensão.

Para o caso da injeção de água contendo polímeros, deve ser selecionado o modelo de isoterma de adsorção (Apêndice A), que pode ser do tipo Henry ou Langmuir, assim como os seus parâmetros, por exemplo, a máxima adsorção do polímero pela rocha. As concentrações dos componentes injetados devem ser maiores que as concentrações iniciais presentes no reservatório. Com as concentrações de injeção e as isotermas de adsorção, o programa calcula as concentrações intermediárias. É importante ressaltar que os valores iniciais de pressão não são necessários para o simulador, visto que, para o caso incompressível, a solução da equação da pressão não tem dependência explícita com o tempo. Para que o problema tenha solução única, é necessário que seja fixado um valor de pressão em pelo menos uma das células, ou um valor de vazão como condição de contorno.

6.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO INTERNA – DEFINIÇÃO DE POÇOS

Os poços podem ser definidos pela pressão de fundo ou pelas vazões totais. Não é considerado fluxo vertical multifásico nem poços horizontais.

6.3 CÁLCULO DO CAMPO DE PRESSÃO

Na simulação por linhas de fluxo, o campo de pressão é calculado de forma semelhante aos modelos que utilizam diferenças finitas. O reservatório é

discretizado em blocos ou células, de modo que a pressão é representada no centro de cada bloco. O simulador desenvolvido é baseado no esquema de Bloco Centrado.

O primeiro termo do lado esquerdo da equação (24) pode ser expandido para o caso bidimensional como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(A_x k_x \lambda_{rt} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_y k_y \lambda_{rt} \frac{\partial P}{\partial y} \right) \Delta y - q_t = 0. \quad (59)$$

Na solução numérica da equação (59), foram consideradas diferenças centrais para a discretização das derivadas espaciais.

Assim sendo, para a direção x , temos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(A_x k_x \lambda_{rt} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \Delta x \cong \frac{1}{\Delta x_i} \left[\left((A_x k_x \lambda_{rt})_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} \right) - \left((A_x k_x \lambda_{rt})_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \right) \right] \Delta x_i. \quad (60)$$

O gradiente de pressão em (60) também é aproximado pelas diferenças centrais:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} \cong \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}}, \quad (61)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \cong \frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}}.$$

O mesmo raciocínio pode ser aplicado para a direção y , fornecendo as seguintes equações:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(A_y k_y \lambda_{rt} \frac{\partial P}{\partial y} \right) \Delta y \cong \frac{1}{\Delta y_j} \left[\left((A_y k_y \lambda_{rt})_{j+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)_{j+\frac{1}{2}} \right) - \left((A_y k_y \lambda_{rt})_{j-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)_{j-\frac{1}{2}} \right) \right] \Delta y_j, \quad (62)$$

e

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{j+\frac{1}{2}} \cong \frac{P_{j+1} - P_j}{\Delta y_{j+\frac{1}{2}}},$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_{j-\frac{1}{2}} \cong \frac{P_j - P_{j-1}}{\Delta y_{j-\frac{1}{2}}}.$$
(63)

A partir das equações (60) - (63), podemos reescrever a equação (24) como:

$$T_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^n (P_{i+1,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}) - T_{x_{i-\frac{1}{2},j}}^n (P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}) + T_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^n (P_{i,j+1}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}) - T_{y_{i,j-\frac{1}{2}}}^n (P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j-1}^{n+1}) = 0, \quad (64)$$

onde T_x^n e T_y^n são as transmissibilidades totais dos fluidos calculadas na direção x e y no tempo n :

$$T_{x_{i\pm\frac{1}{2},j}}^n = \left(\frac{A_x k_x}{\Delta x} \lambda_{rt}\right)_{i\pm\frac{1}{2},j}^n,$$
(65)

$$T_{y_{i,j\pm\frac{1}{2}}}^n = \left(\frac{A_y k_y}{\Delta y} \lambda_{rt}\right)_{i,j\pm\frac{1}{2}}^n.$$

O sistema (64) pode ser reformulado, de forma a gerar um sistema de equações cuja solução é obtida através do cálculo de uma matriz pentadiagonal:

$$S_{i,j} P_{i,j-1} + W_{i,j} P_{i-1,j} + C_{i,j} P_{i,j} + E_{i,j} P_{i+1,j} + N_{i,j} P_{i,j+1} = Q_{i,j}, \quad (66)$$

onde

$$S_{i,j} = T_{y_{i,j-\frac{1}{2}}}, \quad W_{i,j} = T_{x_{i-\frac{1}{2},j}}, \quad E_{i,j} = T_{x_{i+\frac{1}{2},j}}, \quad N_{i,j} = T_{y_{i,j+\frac{1}{2}}},$$
(67)

$$C_{i,j} = -(S_{i,j} + W_{i,j} + E_{i,j} + N_{i,j}),$$

e $Q_{i,j}$ será obtido em função das condições de contorno do problema. Na Figura 8 é apresentada a disposição, em relação a uma célula central, dos coeficientes de transmissibilidade adotados na solução da matriz pentadiagonal esquematizada na Figura 9.

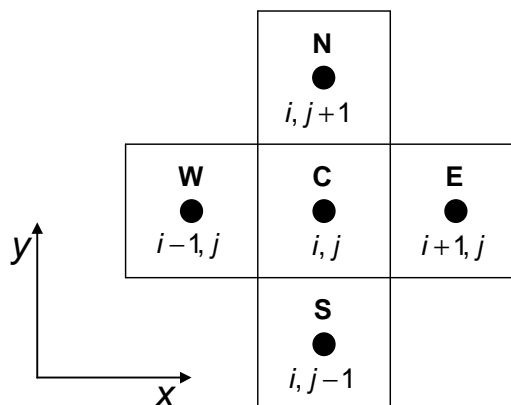


Figura 8 – Matriz dos coeficientes de transmissibilidades em relação a uma célula central num modelo 2D.

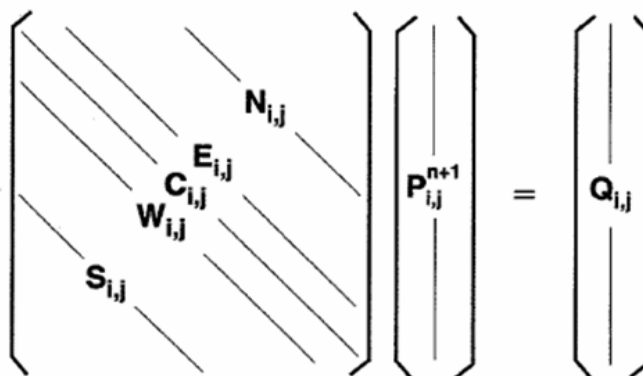


Figura 9 – Representação esquemática da equação matricial pentadiagonal utilizada para a solução da pressão em problemas 2D.

6.4 CÁLCULO DAS PROPRIEDADES ENTRE BLOCOS

Para calcular os coeficientes de transmissibilidade que serão usados na solução da matriz pentadiagonal, é necessário estimar os valores nas interfaces dos blocos. Podemos representar a transmissibilidade de um fluido (T_f) calculado numa interface entre blocos na direção x como o produto de três grupos de parâmetros:

$$T_{fx_{i\pm\frac{1}{2},j}} = G_{i\pm\frac{1}{2},j} f_{c_{i\pm\frac{1}{2},j}} f_{S_w_{i\pm\frac{1}{2},j}}, \quad (68)$$

onde

$$G_{i\pm\frac{1}{2},j} = \left(\frac{A_x k_x}{\Delta x} \right)_{i\pm\frac{1}{2},j}, \quad (69)$$

$$f_{c_{i\pm\frac{1}{2},j}} = \left(\frac{1}{\mu_l} \right)_{i\pm\frac{1}{2},j}, \quad (70)$$

e

$$f_{S_w_{i\pm\frac{1}{2},j}} = k_{rl_{i\pm\frac{1}{2},j}}. \quad (71)$$

O parâmetro G é conhecido como fator geométrico e é independente do tempo. Esse parâmetro é calculado uma única vez, antes de iniciar o passo no tempo, como uma média harmônica entre os dois blocos:

$$G_{x_{i\pm\frac{1}{2},j}} = \frac{2A_{x_{i,j}} k_{x_{i,j}} A_{x_{i\pm 1,j}} k_{x_{i\pm 1,j}}}{A_{x_{i,j}} k_{x_{i,j}} \Delta x_{i\pm 1,j} + A_{x_{i\pm 1,j}} k_{x_{i\pm 1,j}} \Delta x_{i,j}}. \quad (72)$$

As funções f_{S_w} e f_c dependem da saturação e da concentração, respectivamente. Como normalmente a permeabilidade relativa da fase possui uma forte dependência com a saturação, o valor calculado para a interface será o valor da célula com maior pressão, ou seja, contrária à direção do fluxo:

$$(k_{rl})_{i\pm\frac{1}{2},j} = \begin{cases} (k_{rl})_{i,j}, & \text{se } P_{i,j} > P_{i\pm 1,j}, \\ (k_{rl})_{i\pm 1,j}, & \text{se } P_{i,j} < P_{i\pm 1,j}. \end{cases} \quad (73)$$

O valor da viscosidade do óleo na interface entre blocos não irá mudar à medida que o fluido estiver sendo deslocado. Entretanto, para o caso da água, a viscosidade apresenta dependência com a concentração dos polímeros injetados. Neste trabalho, foi considerada dependência linear entre a viscosidade da água e a concentração do polímero. Para o caso de mais de um polímero injetado, considera-se uma combinação linear dessas dependências.

Devido à dependência linear, a viscosidade da água é calculada no valor médio de concentração entre os blocos adjacentes:

$$f_{c_{i\pm\frac{1}{2},j}} = \left(\frac{1}{\mu_w} \right)_{i\pm\frac{1}{2},j} = \frac{1}{\mu_w \left(C_{iw_{i\pm\frac{1}{2},j}} \right)}, \quad (74)$$

$$C_{iw_{i\pm\frac{1}{2},j}} = \frac{C_{iw_{i,j}} + C_{iw_{i\pm 1,j}}}{2}.$$

Para um polímero apenas, a variação da viscosidade da água em função da concentração do polímero pode ser descrita como:

$$\mu_w = \frac{C_{iw}}{C_{\max}} \cdot \mu_{w\max} + \left(1 - \frac{C_{iw}}{C_{\max}} \right) \mu_{wi}, \quad (75)$$

onde $\mu_{w\max}$ é a máxima viscosidade que a água poderá atingir quando a concentração do polímero na água for máxima, C_{\max} . Observe na equação (75), que para uma concentração igual a zero, a viscosidade da água não é alterada. A Figura 10 mostra a relação entre a viscosidade da água e a concentração do polímero.

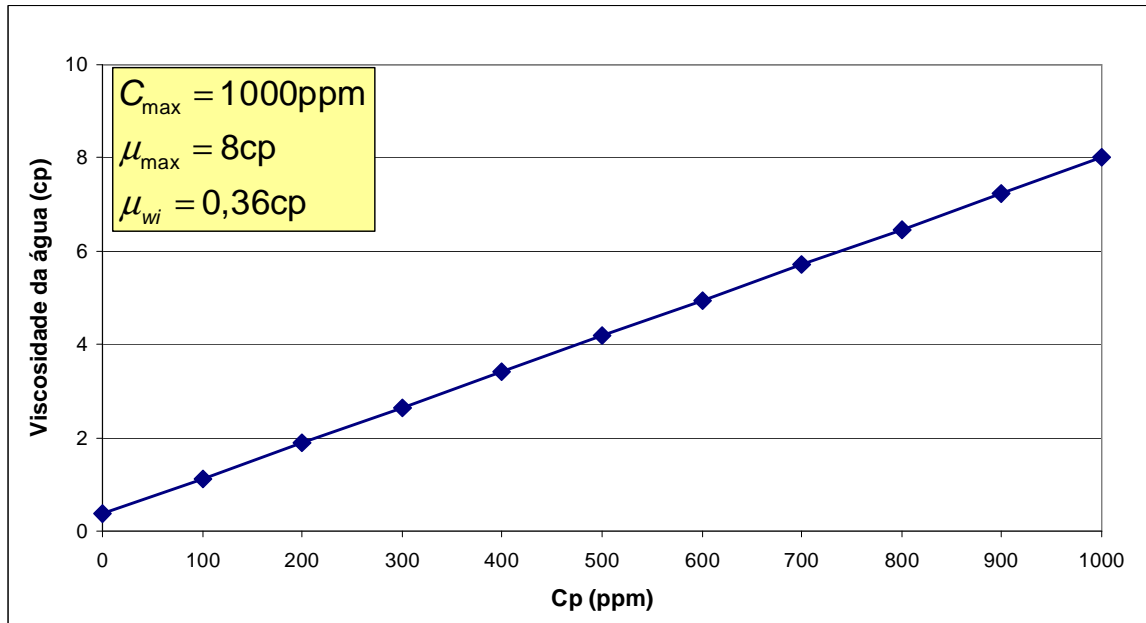


Figura 10 – Variação da viscosidade da água de injeção com a concentração do polímero dissolvido.

6.5 CÁLCULO DAS VELOCIDADES ENTRE BLOCOS

Uma vez que a distribuição da pressão é conhecida no reservatório, a velocidade das fases pode ser calculada pela simples aplicação da lei de Darcy. A velocidade será definida na face de cada bloco da malha de simulação:

$$(u_{x_w})_{i+\frac{1}{2}} = -(k_x \lambda_{rw})_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{2(P_{i+1} - P_i)}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \right), \quad (76)$$

$$(u_{x_o})_{i+\frac{1}{2}} = -(k_x \lambda_{ro})_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{2(P_{i+1} - P_i)}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \right), \quad (77)$$

onde u_{x_w} e u_{x_o} são as velocidade superficiais da fase aquosa e oléica. A velocidade total do fluido pode ser então calculada como a soma das velocidades das fases.

6.6 CONSTRUÇÃO DAS LINHAS DE FLUXO

A principal característica que diferencia a simulação por linhas de fluxo da simulação convencional por diferenças finitas é o cálculo da coordenada do tempo

de vôo como uma coordenada espacial ao longo da linha de fluxo. O método mais utilizado atualmente para o traçado das linhas de fluxo dentro de cada célula da malha de simulação é o método de Pollock (1988). O algoritmo de Pollock utiliza a premissa de que cada componente do campo de velocidade varia de maneira linear entre o ponto de entrada e o ponto de saída em cada face da célula e é independente da velocidade nas outras direções.

Se considerarmos uma célula pertencente a um malha ortogonal bidimensional (Figura 11), a componente da velocidade intersticial total na direção x , V_{tx} , pode ser calculada como:

$$\frac{u_{tx}}{\phi} = V_{tx} = V_{tx}(x_0) + c_x(x - x_0), \quad x_0 \leq x \leq x_0 + \Delta x, \quad (78)$$

onde $V_{tx}(x_0)$ é a velocidade intersticial total da face de entrada da célula na direção x , Δx é o tamanho da célula nessa direção e c_x é o gradiente de velocidade no interior da célula, dado por:

$$c_x = \frac{(V_{tx}(x_0 + \Delta x) - V_{tx}(x_0))}{\Delta x}. \quad (79)$$

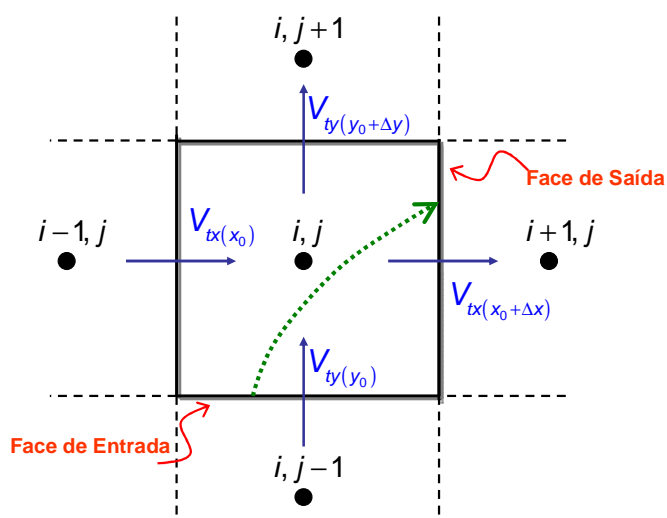


Figura 11 – Esquema ilustrativo do traçado das linhas de fluxo dentro de uma célula bidimensional.

O mesmo raciocínio pode ser usado para definir as equações (78) e (79) na direção y :

$$\frac{U_{ty}}{\phi} = V_{ty} = V_{ty}(y_0) + c_y(y - y_0), \quad y_0 \leq y \leq y_0 + \Delta y, \quad (80)$$

e

$$c_y = \frac{(V_{ty}(y_0 + \Delta y) - V_{ty}(y_0))}{\Delta y}. \quad (81)$$

Podemos utilizar a equação (26) para calcular o tempo necessário para que o fluxo atravessasse uma determinada célula na direção x :

$$\Delta \tau_x = \int_{x_e}^{x_0 + \Delta x} \frac{dx}{V_{tx}}, \quad (82)$$

onde x_e é o ponto de entrada da linha de fluxo na face da célula, que pode ou não ser a face de entrada na direção x , representado por x_0 (Figura 11).

Substituindo a equação (78) em (82), temos:

$$\Delta \tau_x = \int_{x_e}^{x_0 + \Delta x} \frac{dx}{V_{tx}(x_0) + c_x(x - x_0)} = \frac{1}{c_x} \ln \left(\frac{V_{tx}(x_0 + \Delta x)}{V_{tx}(x_e)} \right). \quad (83)$$

O cálculo do tempo de vôo para a direção y é similar à expressão obtida em (83) para a direção x :

$$\Delta \tau_y = \int_{y_e}^{y_0 + \Delta y} \frac{dy}{V_{ty}(y_0) + c_y(y - y_0)} = \frac{1}{c_y} \ln \left(\frac{V_{ty}(y_0 + \Delta y)}{V_{ty}(y_e)} \right). \quad (84)$$

Observe que o tempo de vôo é uma função das velocidades do ponto de saída e de entrada em cada célula. O algoritmo de Pollock especifica que a face ou

a direção correta de saída para o fluxo será aquela que apresentar o menor tempo de vôo positivo, $\Delta\tau_{\min} > 0$. Após ser calculado esse tempo, pode-se determinar a coordenada de saída nas direções x e y , substituindo $\Delta\tau_{\min}$ nas equações (83) e (84):

$$\Delta\tau_{\min} = \frac{1}{c_x} \ln\left(\frac{V_{tx}(x_0 + \Delta x)}{V_{tx}(x_e)}\right) = \frac{1}{c_x} \ln\left(\frac{V_{tx}(x_s - x_0)}{V_{tx}(x_e)}\right), \quad (85)$$

$$\Delta\tau_{\min} = \frac{1}{c_y} \ln\left(\frac{V_{ty}(y_0 + \Delta y)}{V_{ty}(y_e)}\right) = \frac{1}{c_y} \ln\left(\frac{V_{ty}(y_s - y_0)}{V_{ty}(y_e)}\right), \quad (86)$$

onde x_e e y_e são as coordenadas de saída na direções x e y . Podemos rearranjar as equações (85) e (86) para calcular explicitamente as coordenadas de saída x_s e y_s :

$$x_s = x_0 + \frac{V_{tx}(x_e) e^{c_x \Delta\tau} - V_{tx}(x_0)}{c_x}, \quad (87)$$

e

$$y_s = y_0 + \frac{V_{ty}(y_e) e^{c_y \Delta\tau} - V_{ty}(y_0)}{c_y}. \quad (88)$$

Para as células que não possuírem gradientes de velocidade, ou seja, a velocidade é constante ao longo da célula, as coordenadas de saída podem ser calculadas simplesmente por:

$$x_s = x_e + V_{tx}(x_e) \Delta\tau_{\min}, \quad (89)$$

e

$$y_s = y_e + V_{ty}(y_e) \Delta\tau_{\min}. \quad (90)$$

Dessa forma, são determinadas as coordenadas de entrada e de saída na face de cada célula.

O simulador considera as células contendo poços injetores como a origem para o traçado das linhas de fluxo. As linhas são lançadas a partir de todas as faces dessas células proporcionalmente à vazão em cada face. Como o sistema é incompressível, não existem células “fonte” (Thiele, 2003), de onde linhas de fluxo adicionais deveriam ser lançadas, e células “sumidouro”, onde o fluxo tem a direção do seu interior, interrompendo as linhas que as atingem. Dessa forma, todas as linhas lançadas deverão terminar em células contendo poços produtores e a vazão atribuída a cada linha de fluxo será constante ao longo do seu percurso. À medida que cada linha é traçada, vetores são utilizados para armazenar as coordenadas de entrada e de saída, associando-as ao tempo de vôo necessário até a coordenada em questão. Um outro vetor também é utilizado para identificar as células percorridas por cada linha de fluxo. Esse vetor possui duas importantes funções. A primeira é identificar se alguma célula não foi alcançada por pelo menos uma linha de fluxo ao final do traçado de todas as linhas definidas inicialmente. A segunda função é armazenar quantas e quais linhas de fluxo percorreram uma determinada célula. Isso se faz necessário para possibilitar o correto mapeamento inverso das médias, por célula, das saturações e concentrações quando houver a necessidade de atualizar o campo de pressão. Caso alguma célula não seja alcançada por pelo menos uma linha de fluxo, o programa lança linhas adicionais dessa célula na direção contrária ao fluxo até que um poço injetor seja encontrado. Para o caso de mais de uma célula não alcançada, a linha adicional é lançada a partir da célula com maior distância média em relação ao injetor. A coordenada de chegada na face da célula contendo o injetor é então utilizada para traçar a linha adicional a fim de que todas as células possam ser mapeadas.

Para que o balanço de massa seja obedecido nas células contendo poços, o tempo de vôo dessas células será calculado como o tempo necessário para que a vazão total de injeção ou de produção preencha o seu volume poroso. O tempo de vôo total entre um injetor e um produtor, para cada linha de fluxo, é calculado pela soma dos $\Delta\tau_{\min}$ em cada célula,

$$\Delta\tau_{LF} = \sum_{i=1}^n \Delta\tau_{\min i}, \quad (91)$$

onde $\Delta\tau_{LF}$ é o tempo de vô total para uma determinada linha de fluxo e $\Delta\tau_{\min i}$ é o tempo de vô em cada célula atravessada por essa linha de fluxo.

6.7 CÁLCULO E MAPEAMENTO DO TRANSPORTE DA MASSA AO LONGO DAS LINHAS DE FLUXO

A partir dos valores de tempo de vô calculados previamente ao longo das linhas de fluxo, para que a saturação e a concentração sejam calculadas num determinado ponto, basta saber qual é o tempo desejado. Por exemplo, deseja-se saber qual é a saturação de água e a concentração dos polímeros para um tempo percorrido de 400 dias. Digamos que o valor calculado para a variável tempo de vô numa determinada posição foi de 500. Com o valor de $\tau/t = 500 / 400 = 1,25$, a resposta é facilmente encontrada através das soluções analíticas apresentadas nas equações (47) e (48).

Observe que a solução também pode ser obtida em qualquer outra posição do reservatório, desde que se conheça o tempo de vô associado a este ponto. Dessa forma, se o campo de pressão não variar muito dentro de um período de tempo, a solução para o transporte de massa pode ser avançada no tempo, simplesmente pela leitura nos perfis de concentração e de saturação calculados uma única vez, no início da simulação.

Conforme mostrado anteriormente, o programa calcula as coordenadas de entrada e de saída nas faces das células e os correspondentes tempos de vô para cada segmento da linha de fluxo. Entretanto, para que a solução calculada ao longo das linhas de fluxo possa ser mapeada para a malha original de simulação, é necessário calcular os valores médios de saturação e concentração em cada bloco que compõe a malha. Esses valores médios serão obtidos a partir dos segmentos de linhas de fluxo que atravessam a célula, como apresentado na Figura 12.

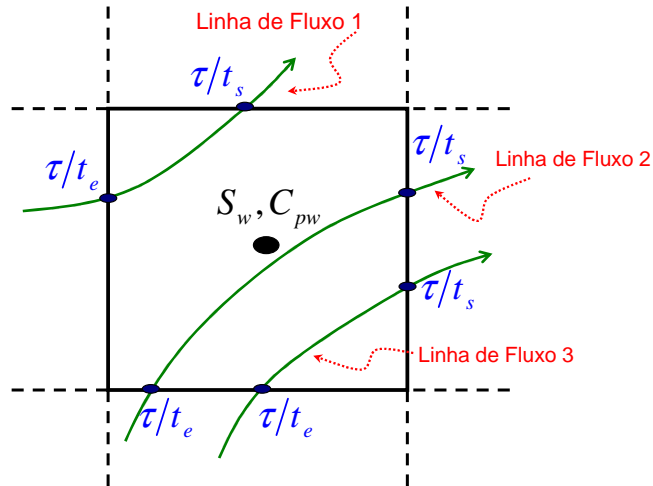


Figura 12 – Mapeamento da saturação e da concentração em cada linha de fluxo para um valor médio por bloco.

Para exemplificar a metodologia empregada no cálculo dos valores médios de saturação e concentração, vamos retornar ao caso da injeção contínua de dois polímeros apresentada no Capítulo 5, cuja solução é dada pelas equações (52) - (54).

Sabendo-se que o tempo de vôo é sempre crescente à medida que a linha de fluxo é traçada, a razão τ/t na face de saída da célula (τ/t_s) será sempre maior que a razão na face de entrada (τ/t_e). Dessa forma, se o valor de τ/t_e para um determinado segmento for maior que a velocidade do choque de saturação ($\tau/t_e > D_{BL}$), então a saturação de água ao longo de todo o segmento será a saturação inicial. Da mesma forma, a concentração para os polímeros injetados também será a inicial. Por outro lado, para o caso de τ/t_s menor que o valor de D_1 , utiliza-se o teorema do valor médio para garantir que a saturação atribuída ao segmento represente fielmente a média:

$$\bar{S}_{w_segmento} = \frac{1}{(\tau/t_s - \tau/t_e)} \int_{\tau/t_e}^{\tau/t_s} S_w(\xi) d\xi. \quad (92)$$

Para os casos onde τ/t_e e τ/t_s encontram-se em intervalos diferentes, os valores de saturação e de concentração serão tomados como uma média ponderada pelas diferenças entre τ/t_e e τ/t_s e a velocidade do choque. Por exemplo, se τ/t_e

estiver no intervalo II (Figuras 5 e 6), entre os valores D_1 e D_2 e τ/t_s estiver no intervalo III, entre D_2 e D_{BL} , as médias serão calculadas como:

$$\bar{S}_{w_II\ e\ III} = \frac{(D_2 - \tau/t_e)S_2 + (\tau/t_s - D_2)S_3}{(\tau/t_s - \tau/t_e)}, \quad (93)$$

$$C_{1w} = \frac{(D_2 - \tau/t_e)C_{1w}^{Inj}}{(\tau/t_s - \tau/t_e)}, \quad (94)$$

$$C_{2w} = 0. \quad (95)$$

A Tabela 3 apresenta de forma resumida o cálculo dos valores médios de concentração e saturação para cada trecho de segmento da linha de fluxo.

Tabela 3 – Cálculo das saturações e concentrações médias para cada segmento de linhas de fluxo.

Caso	$\bar{S}_{w_segmento}$	$\bar{C}_{1w_segmento}$	$\bar{C}_{2w_segmento}$
$\tau/t_e \rightarrow IV$	S_{wi}	0	0
$\tau/t_s \rightarrow I$	$\bar{S}_{wT_v_médio}$	C_{1w}^{Inj}	C_{2w}^{Inj}
$\tau/t_s \rightarrow III$ $\tau/t_e \rightarrow III$	S_3	0	0
$\tau/t_s \rightarrow II$ $\tau/t_e \rightarrow II$	S_2	C_{1w}^{Inj}	0
$\tau/t_s \rightarrow IV$ $\tau/t_e \rightarrow III$	$\frac{(\tau/t_s - D_{BL})S_{wi} + (D_{BL} - \tau/t_e)S_3}{\Delta\tau_s}$	0	0
$\tau/t_s \rightarrow III$ $\tau/t_e \rightarrow II$	$\frac{(\tau/t_s - D_2)S_3 + (D_2 - \tau/t_e)S_2}{\Delta\tau_s}$	$\frac{(D_2 - \tau/t_e)C_{1w}^{Inj}}{\Delta\tau_s}$	0
$\tau/t_s \rightarrow II$ $\tau/t_e \rightarrow I$	$\frac{(\tau/t_s - D_1)S_2 + (D_1 - \tau/t_e)S_{wT_v_médio}}{\Delta\tau_s}$	C_{1w}^{Inj}	$\frac{(D_1 - \tau/t_e)C_{2w}^{Inj}}{\Delta\tau_s}$
$\tau/t_s \rightarrow III$ $\tau/t_e \rightarrow I$	$\frac{(\tau/t_s - D_2)S_3 + (D_2 - D_1)S_2 + (D_1 - \tau/t_e)S_{wT_v_médio}}{\Delta\tau_s}$	$\frac{(D_2 - \tau/t_e)C_{1w}^{Inj}}{\Delta\tau_s}$	$\frac{(D_1 - \tau/t_e)C_{2w}^{Inj}}{\Delta\tau_s}$

O mapeamento das saturações e concentrações médias para a malha de simulação, onde será calculado novamente o campo de pressão, é feito por meio de uma média ponderada do volume poroso dos tubos de fluxo associados a cada segmento de linha de fluxo que atravessa a célula (Beraldo, 2008). Conforme demonstrado na equação (32), para o caso de sistemas incompressíveis, o volume poroso associado a uma linha de fluxo entre dois pontos é igual ao produto da vazão desta linha pelo intervalo de tempo de vôo. Conforme utilizado em Beraldo (2008), as saturações e concentrações médias de cada célula são calculadas como:

$$S_{w_{i,j}} = \frac{\sum_{LF} \Delta \tau_s Q_s S_{w_{-s}}}{\sum_{LF} \Delta \tau_s Q_s}, \quad (96)$$

$$C_{iw_{i,j}} = \frac{\sum_s \Delta \tau_s Q_s C_{iw_{-s}}}{\sum_s \Delta \tau_s Q_s}, i = 1, \dots, n. \quad (97)$$

onde Q_s e $\Delta \tau_s$ representam o fluxo total de fluidos e o intervalo de tempo de vôo para cada segmento, respectivamente. O mesmo procedimento pode ser adotado para o cálculo das linhas adicionais. A única diferença é que no cálculo da saturação e da concentração o somatório não contempla o fluxo de cada segmento, pois essas linhas não possuem uma vazão inicialmente determinada, i. e.,

$$S_{w_{i,j}} = \frac{\sum_{LF} \Delta \tau_s S_{w_{-s}}}{\sum_{LF} \Delta \tau_s}, \quad (98)$$

$$C_{iw_{i,j}} = \frac{\sum_s \Delta \tau_s C_{iw_{-s}}}{\sum_s \Delta \tau_s}, i = 1, \dots, n. \quad (99)$$

As informações das linhas complementares são mapeadas para a malha original somente em células que não tenham sido previamente atingidas pelas linhas regulares, evitando-se médias envolvendo tipos diferentes de linhas. O procedimento para o cálculo do fluxo fracionário no poço produtor segue a mesma idéia. O valor é

calculado como uma média entre os fluxos fracionários de cada linha, ponderado pelas vazões:

$$f_{w_{i,j}} = \frac{\sum_{LF} Q_{LF} f_{w_{LF}}}{\sum_{LF} Q_{LF}}. \quad (100)$$

6.8 CORREÇÃO PARA ERROS NO BALANÇO DE MASSA

Na simulação por diferenças finitas, as coordenadas espaciais fornecem o volume exato associado ao ponto onde as propriedades são calculadas. Na simulação por linhas de fluxo, a coordenada do tempo de vôo descreve apenas a localização na linha de fluxo e o volume associado está implícito no cálculo do tempo de vôo. Como o cálculo da saturação está associado à linha de fluxo ao invés de um volume definido, a transformação para a coordenada de tempo de vôo irá introduzir erros no balanço de massa do problema.

O mapeamento dos valores de saturação e concentração para a malha de simulação não garante a estrita conservação da massa. Dessa forma, ao final de cada passo de tempo pode ser necessário uma pequena correção no próprio passo de tempo. A correção utilizada nesse simulador é a mesma apresentada por Batycky (1997):

$$\Delta t_{\text{corrigido}}^{n+1} = \frac{(W^0 - W^n) + (W_{inj} - W_{prod})}{Q_w - Q_{winj}}, \quad (101)$$

onde $(W^0 - W^n)$ é a diferença entre o volume de água originalmente no reservatório e o volume de água no passo anterior e $(W_{inj} - W_{prod})$ é a diferença entre os volumes acumulados de água injetada e produzida. As vazões de produção e de injeção, Q_w e Q_{winj} , são calculadas como os valores médios no passo de tempo.

7 APLICAÇÕES E RESULTADOS

Para validar o simulador de fluxo desenvolvido neste trabalho, foram analisados alguns casos envolvendo variações nas propriedades da rocha e dos fluidos, além da consideração da injeção de polímero ou da simples injeção de água. Em todos os casos, é utilizado um modelo de um quarto de *five spot*, também conhecido como malha de cinco pontos ou malha quadrática, com espessura constante, contendo um poço injetor e um poço produtor controlados por valores constantes de injeção e pressão de fluxo de fundo, respectivamente. O primeiro estudo compara a resposta do simulador por linhas de fluxo com uma solução analítica obtida para o caso da injeção de água com a consideração de mobilidade total unitária. O segundo caso visa analisar o resultado para um reservatório homogêneo e isotrópico, portador de óleo com viscosidade de 10 centipoise. O terceiro modelo contempla um reservatório heterogêneo. O objetivo é testar o simulador em um modelo geológico que represente um canal de alta permeabilidade na direção longitudinal entre o poço injetor e o poço produtor. Para esse caso, considera-se óleo de 40 centipoise.

O quarto cenário contempla a injeção de 1 quilograma de um determinado polímero para cada 1000 litros de água injetada num reservatório homogêneo e isotrópico. Para este caso, a relação entre a quantidade de polímero adsorvido na rocha e a dissolvida na água de injeção é regida pela Isoterma de Langmuir. Por fim, é analisado a injeção simultânea de dois polímeros para o mesmo modelo de reservatório apresentado no quarto caso, utilizando a Isoterma de adsorção de Henry.

Os resultados obtidos a partir do simulador desenvolvido neste trabalho, baseado no método das linhas de fluxo, foram comparados com os obtidos por um simulador comercial (IMEX) baseado no método das diferenças finitas.

A Tabela 4 apresenta os valores de algumas propriedades que foram idênticas para todos os casos analisados.

Tabela 4 – Valores para algumas propriedades utilizadas em todos os casos.

Parâmetro	Valor do parâmetro
Saturação de água irreduzível	0,2
Saturação de óleo irreduzível	0,2
Viscosidade inicial da água (cp)	0,36
Porosidade	0,2
Extensão do reservatório em x (m)	1000
Extensão do reservatório em y (m)	1000
Espessura (m)	4
Número de células em x	25
Número de células em y	25
Vazão de injeção de água (m ³ /d)	50
Pressão de fundo no produtor (kgf/cm ²)	70

7.1 CASO 1: MOBILIDADE TOTAL UNITÁRIA

O objetivo deste caso é comparar a resposta do simulador por linhas de fluxo com a solução exata obtida por Morel-Seytoux (1966) para o problema do deslocamento imiscível de óleo por água com mobilidade total unitária desconsiderando os efeitos gravitacionais e capilares. Para modelar esse processo, as curvas de permeabilidade relativa são retas (Figura 13). Como estamos utilizando os mesmos valores para a saturação irreduzível de óleo e água (20%), as permeabilidades relativas aos fluidos terão o mesmo valor para a saturação de 50%.

A partir dos valores de saturação residual de óleo e irreduzível de água, utilizamos o seguinte modelo:

$$k_{rw} = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{or} - S_{wi}}, \quad k_{ro} = 1 - k_{rw}. \quad (102)$$

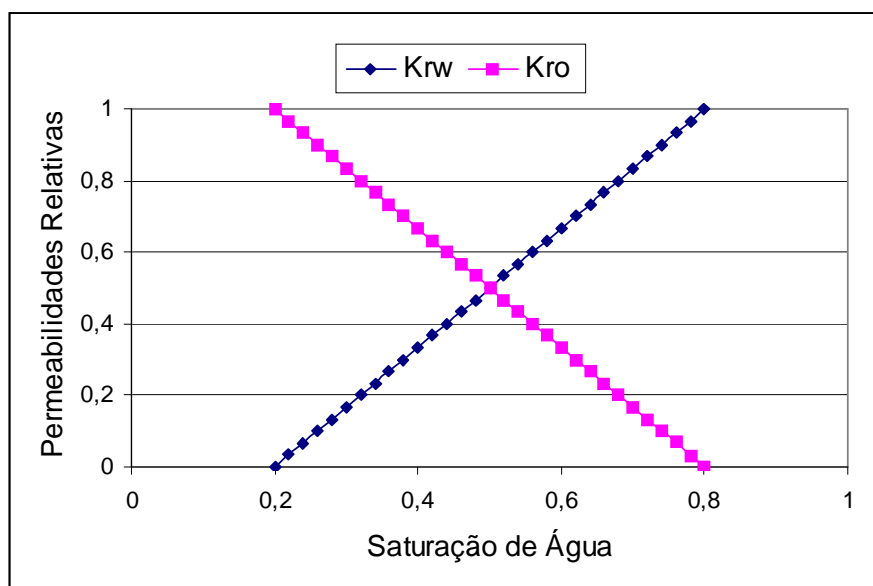


Figura 13 – Permeabilidade relativa para o caso da mobilidade total unitária.

A Figura 14 comparação as vazões de produção de óleo e água obtidas pelo simulador e a solução analítica. Devido às condições de contorno do problema, a vazão bruta de produção é sempre constante e igual a $50 \text{ m}^3/\text{d}$. Dessa forma, a vazão de óleo decresce na mesma taxa com que a vazão de água cresce.

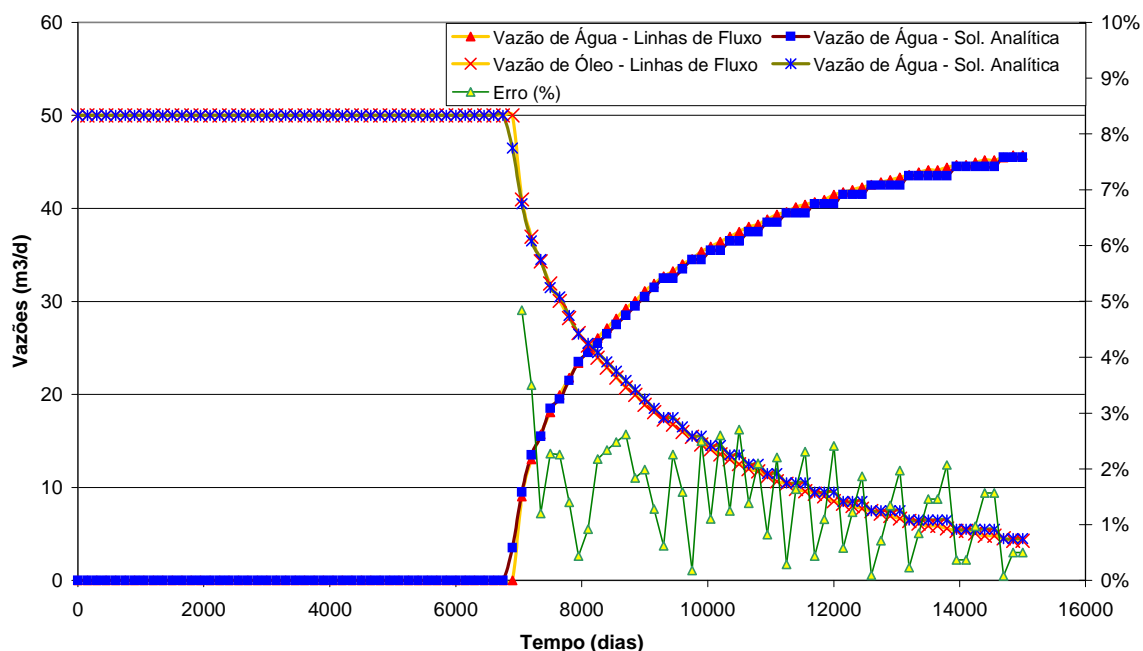


Figura 14 – Comparação entre as vazões de produção obtidas pela solução exata e as obtidas pelo simulador desenvolvido neste trabalho.

O simulador mostrou boa concordância com a solução exata. O tempo de chegada da água injetada no poço produtor foi praticamente igual para os dois casos e as diferenças entre as vazões obtidas oscilaram em até 2% com uma leve tendência de diminuição com o tempo.

Para os quatro casos posteriores, a representação das curvas de permeabilidade relativa foi baseada no modelo de Corey:

$$k_{rw} = \frac{k_{rw_{\max}} (S_w - S_{wi})^{ew}}{(1 - S_{or} - S_{wi})^{ew}} \quad (103)$$

$$k_{ro} = \frac{k_{ro_{\max}} (1 - S_{or} - S_w)^{eo}}{(1 - S_{or} - S_{wi})^{eo}}$$

onde $k_{rw_{\max}}$ e $k_{ro_{\max}}$ são os valores terminais de permeabilidade relativa para a água e para o óleo, respectivamente. Os parâmetros ew e eo são os expoentes do modelo. A Figura 15 apresenta as curvas de permeabilidade relativa utilizadas nesse trabalho.

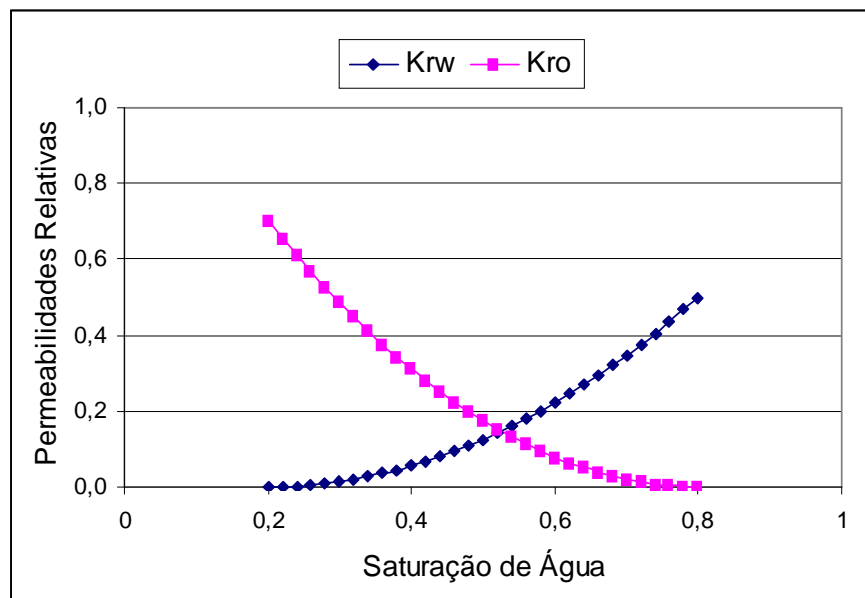


Figura 15 – Curvas de permeabilidade relativa para os casos 2, 3, 4 e 5.

7.2 CASO 2: INJEÇÃO DE ÁGUA EM MEIO HOMOGÊNEO

Para esse caso, foi considerado um reservatório com permeabilidade constante de 0,5 Darcy portador de óleo com viscosidade de 10 centipoise. Não ocorre a injeção de polímero e o objetivo é verificar a coerência da resposta do simulador por linhas de fluxo com a resposta obtida por um simulador comercial por diferenças finitas em um meio poroso homogêneo. A Figura 16 mostra o fluxo fracionário da água e a Figura 17 apresenta o comportamento da saturação de água obtida para cada valor da razão entre o tempo de vôo calculado e o tempo de simulação decorrido.

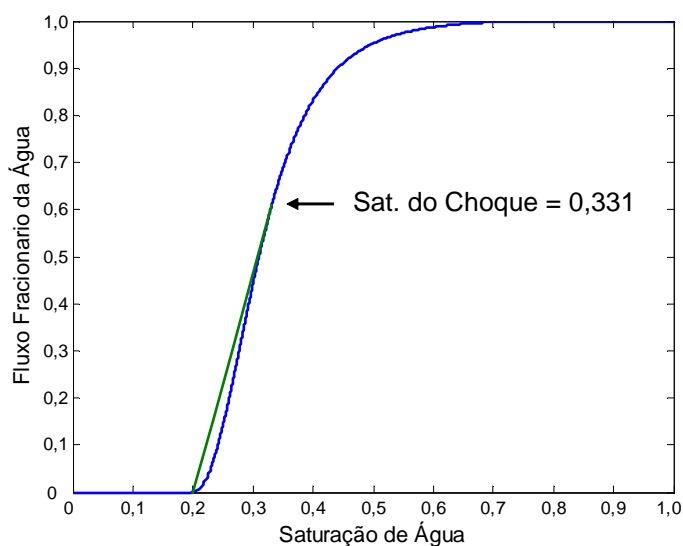


Figura 16 – Fluxo fracionário de água para o Caso 2.

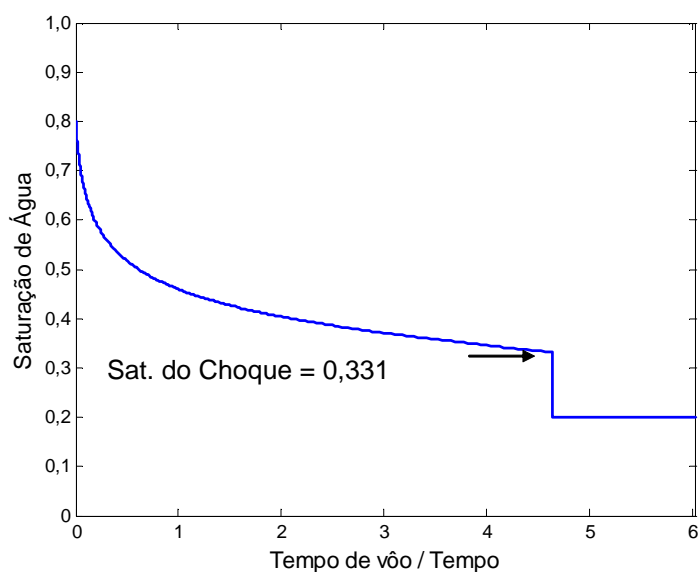


Figura 17 – Perfil de saturação de água obtida para o Caso 2.

As figuras 18 e 19 mostram o comportamento da saturação de água no reservatório para diversos tempos de simulação.

Observa-se, de modo geral, que para todos os quatro tempos de simulação apresentados (200, 500, 750 e 2000 dias), existe uma boa concordância entre os dois simuladores. A maior discrepância é observada nos valores obtidos para a saturação da frente de avanço da água. O simulador comercial apresenta uma maior suavização para os valores de saturação calculados próximas ao choque de saturação. O espalhamento desses valores tende a se intensificar com o aumento do tempo de simulação.

Essa diferença pode ser explicada pelos diferentes métodos utilizados para calcular o choque de saturação nos dois simuladores. Na simulação baseada em linhas de fluxo, a solução em cada ponto do reservatório é obtida de forma analítica a partir da trajetória das linhas de fluxo e dos perfis de saturação contra o tempo de vôo. Já o método numérico das diferenças finitas suaviza a representação do choque de saturação gerando uma dispersão numérica que é propagada a cada passo de tempo de simulação. Pela solução exata, a saturação de água imediatamente após o choque deve ser igual à saturação de água inicial no reservatório. Observa-se pelas figuras 18 e 19 que essa condição é melhor representada nos resultados obtidos nesse trabalho.

O efeito da suavização do choque de saturação do simulador comercial pode levar a previsões otimistas para o tempo de chegada de água nos poços produtores. A Figura 20 apresenta o comportamento das vazões de produção de óleo e água para os dois simuladores. Neste exemplo, a chegada de água no simulador comercial é antecipada em 140 dias quando comparada com o simulador por linhas de fluxo. Com o passar do tempo, as curvas tendem a se aproximar.

Mediante os resultados obtidos, considera-se que o simulador desenvolvido apresenta resultados satisfatórios para os problemas que podem ser representados pelo Caso 2.

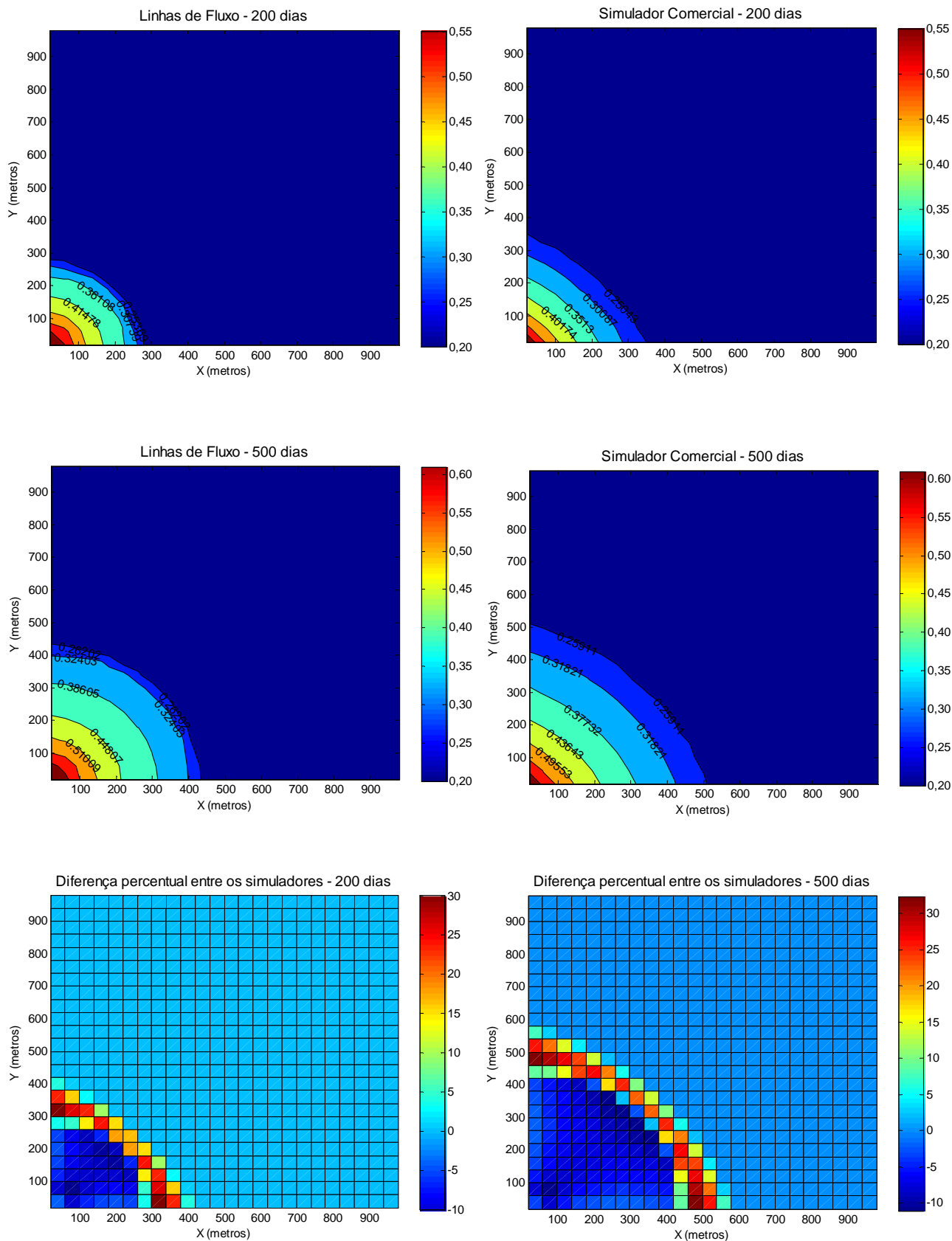


Figura 18 – Comparação entre os mapas de saturação obtidos neste trabalho e um simulador comercial para 200 e 500 dias. Caso 2.

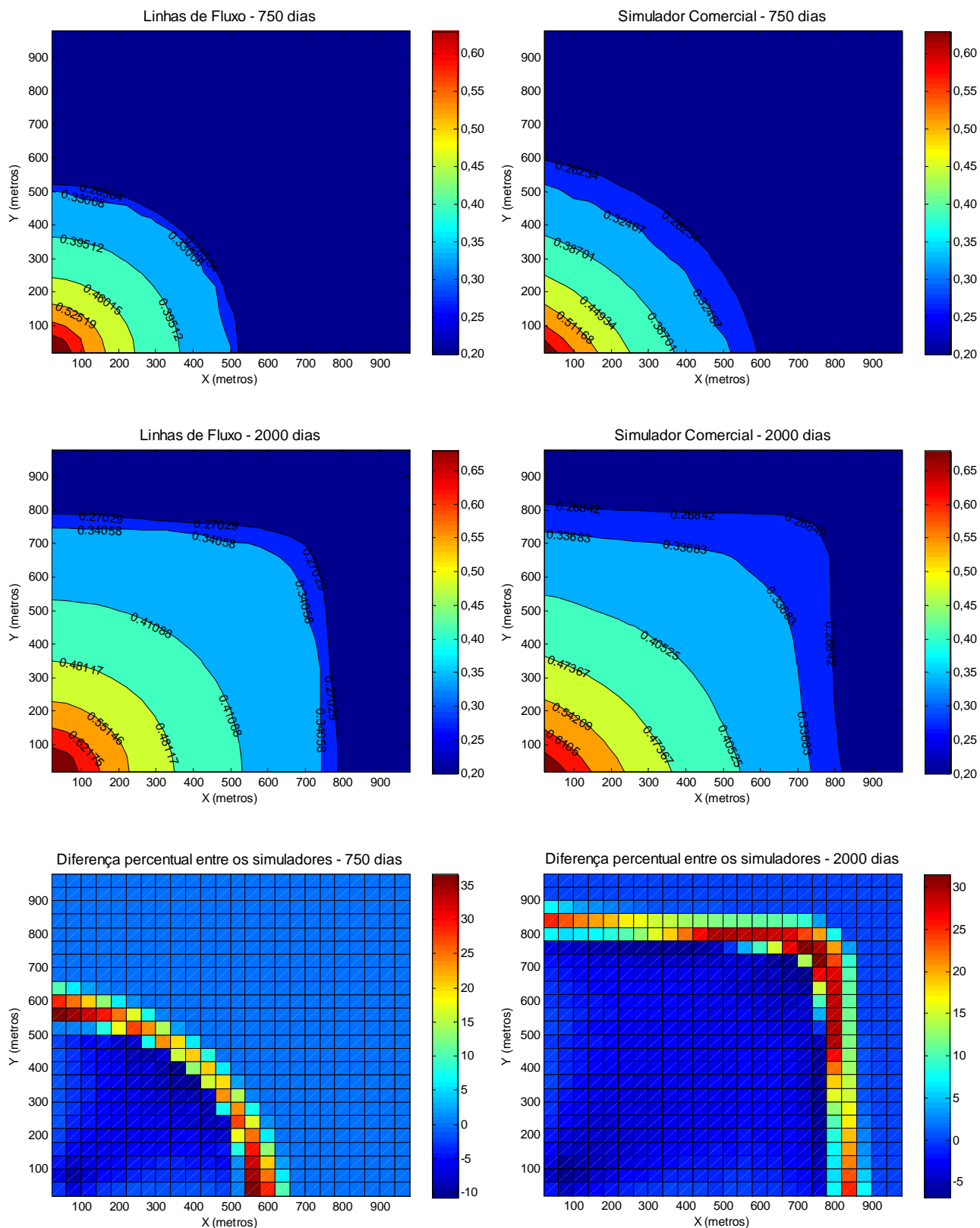


Figura 19 – Comparação entre os mapas de saturação obtidos neste trabalho e um simulador comercial para 750 e 2000 dias. Caso 2.

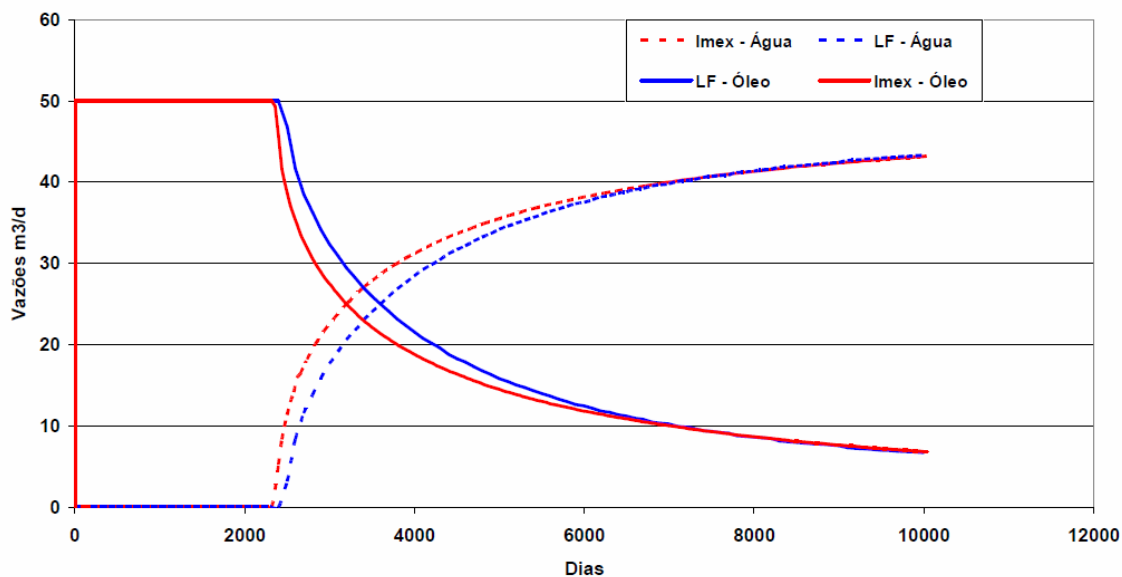


Figura 20 – Comparação entre as curvas de produção de água e óleo simuladas neste trabalho e um simulador comercial.

7.3 CASO 3: INJEÇÃO DE ÁGUA EM MEIO HETEROGÊNEO.

O terceiro caso estudado reproduz a injeção de água em um meio poroso heterogêneo com um canal de alta permeabilidade entre o poço produtor e o poço injetor. Considera-se um óleo com viscosidade de 40 centipoise. A distribuição dos valores médios de permeabilidade para cada célula que constitui a malha de simulação, bem como a disposição dos poços, pode ser vista na Figura 21, gerada pela interface de saída do simulador desenvolvido.

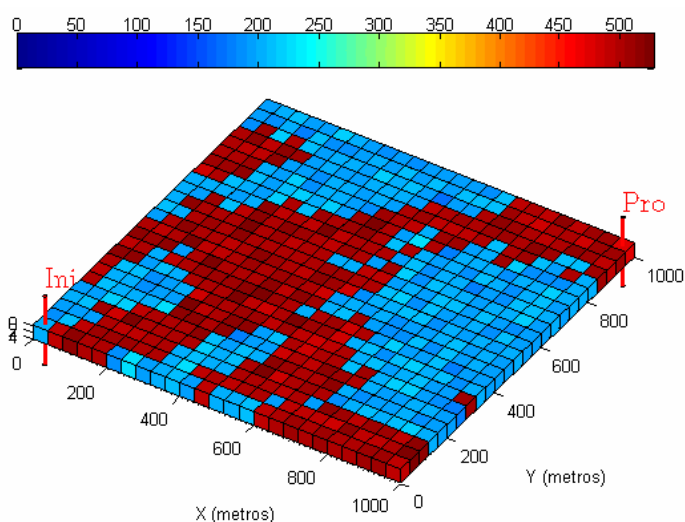


Figura 21 – Valores de permeabilidade para malha de simulação do Caso 3.

Novamente foram gerados o perfil de saturação e o fluxo fracionário da água (figuras 22 e 23). O valor do choque ocorre para uma saturação de 26,6%. Esse valor é menor que o encontrado para o Caso 2 pois a viscosidade do óleo é quatro vezes maior, o que favorece uma maior mobilidade da água em relação ao óleo.

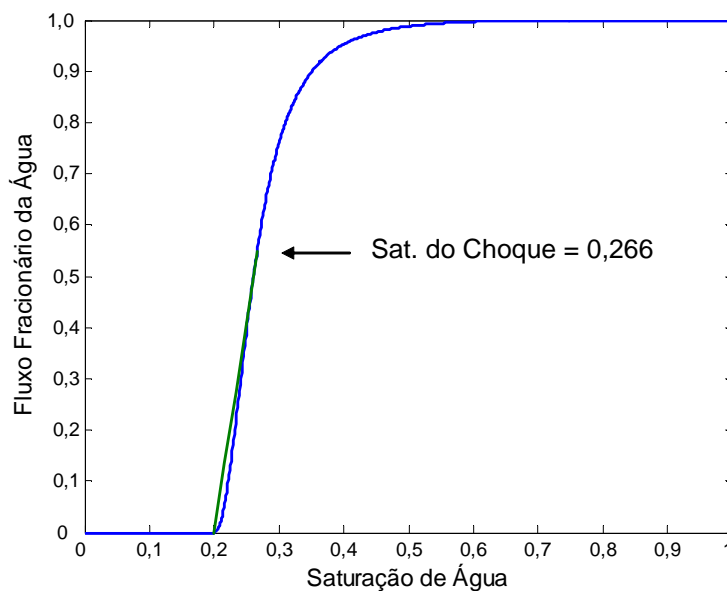


Figura 22 - Fluxo fracionário para o Caso 3.

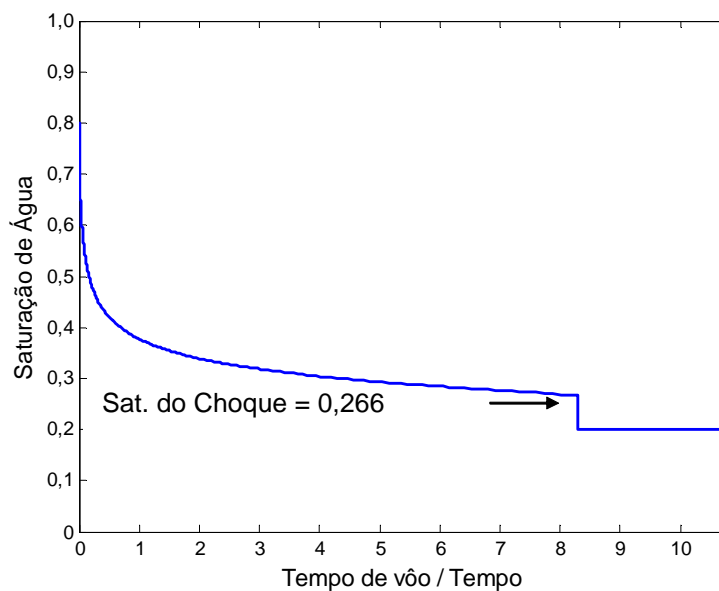


Figura 23 - Perfil de saturação de água para o Caso 3.

As figuras 25 e 26 comparam os mapas de saturação nos dois simuladores para diversos tempos de simulação. Observa-se novamente boa concordância entre os resultados alcançados pelos dois simuladores e que as maiores diferenças, conforme encontrado para o Caso 2, encontram-se na frente de avanço da água.

As mesmas considerações sobre os efeitos de dispersão numérica na representação do choque de saturação, citadas no caso anterior, são válidas. Entretanto, como o choque de saturação ocorre com um valor mais próximo da saturação irreduzível de água, o efeito do espalhamento da frente de avanço é minimizado e as diferenças entre os resultados obtidos são menores.

Novamente verifica-se que o simulador desenvolvido neste trabalho apresentou resultados satisfatórios para os problemas que podem ser representados pelo Caso 3.

A disposição das linhas de fluxo no reservatório para um tempo de simulação de 1000 dias pode ser vista na Figura 24. Em regiões de maiores gradientes de pressão e, portanto, maiores velocidades dos fluidos, nota-se um adensamento das linhas de fluxo. Da mesma forma, em regiões de fluxo mais lento, como é o caso dos pontos mais afastados da linha que une os poços, as linhas de fluxo tendem a ser mais espaçadas.

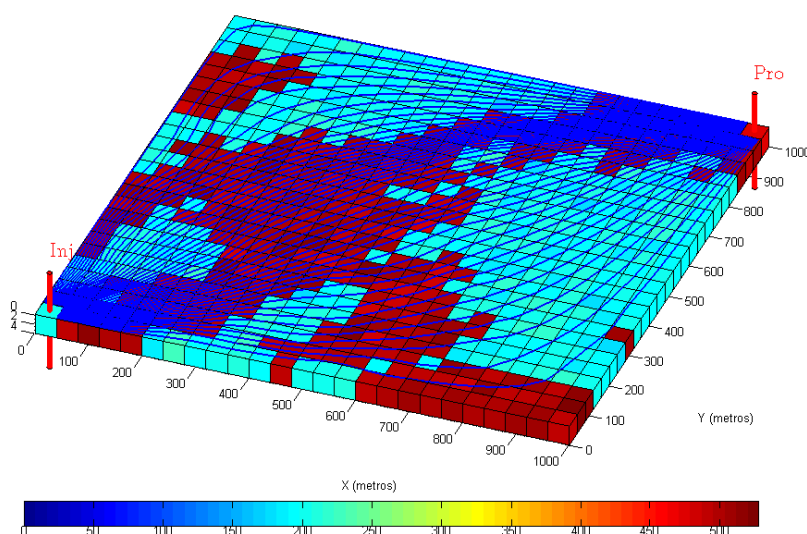


Figura 24 – Trajetória das linhas de fluxo no reservatório, após 1000 dias de simulação.

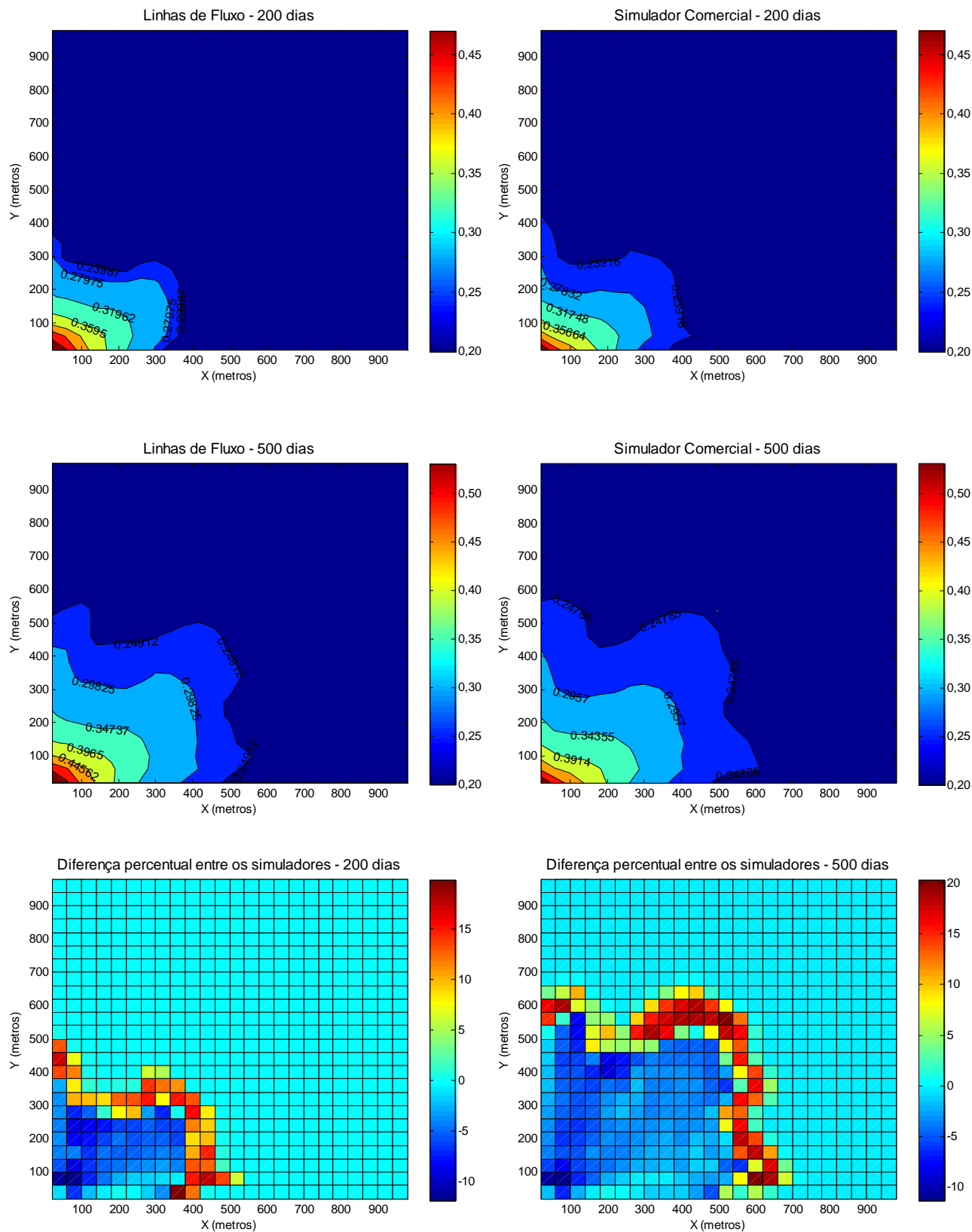


Figura 25 – Comparação entre os mapas de saturação obtidos neste trabalho e um simulador comercial para o tempo de 200 e 500 dias. Caso 3.

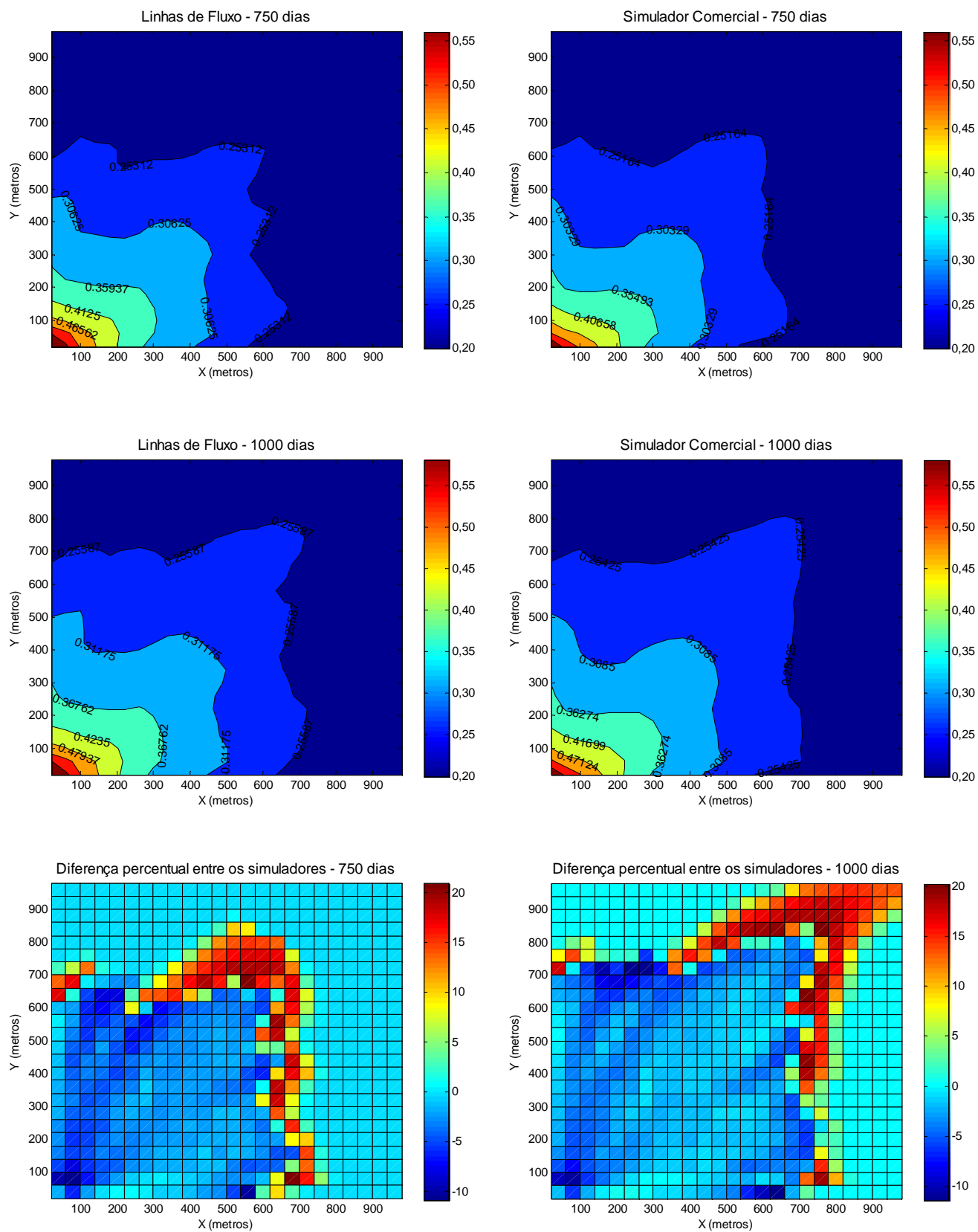


Figura 26 - Comparação entre os mapas de saturação obtidos neste trabalho e um simulador comercial para 750 e 1000 dias. Caso 3.

7.4 CASO 4: INJEÇÃO CONTÍNUA DE 1 POLÍMERO

O quarto caso considera a injeção contínua de 1 quilograma de um polímero para cada 1000 litros de água em um reservatório homogêneo com óleo de 40 centipoise. A relação entre a quantidade de polímero adsorvida pela rocha e a dissolvida na fase aquosa é controlada pela Isoterma de Langmuir:

$$A_{is} = \frac{aC_{pw}}{1 + bC_{pw}}, \quad (104)$$

onde a e b são constantes empíricas. A Tabela 5 apresenta os valores utilizados nesse exemplo para o cálculo da adsorção.

Tabela 5 – Valores utilizados no cálculo da adsorção do polímero para o Caso 4.

a (grama de polímero/grama de rocha)	$2 \cdot 10^{-5}$
b (adimensional)	20
Concentração de Injeção (kg/m^3 de água)	1

Para que o valor de adsorção do polímero tenha unidade coerente com as equações que foram utilizadas nesse trabalho, é necessário multiplicá-lo pela massa específica da rocha reservatório. Vamos considerar um arenito com massa específica de $2650 \text{ kg}/\text{m}^3$, que é o valor do quartzo. Dessa forma, temos:

$$A_{is} = \frac{2650aC_{pw}}{1 + bC_{pw}} [\text{kg}_{pol} / \text{m}^3_{rocha}]. \quad (105)$$

Conforme apresentado no Capítulo 6, equação (75), a viscosidade da água cresce linearmente com a concentração do polímero injetado até atingir um valor máximo. No Caso 4, é considerado que a viscosidade máxima da água atinge o valor de 8 centipoise para concentração de $1 \text{ kg}/\text{m}^3$ de polímero na água injetada. A Figura 27 mostra a Isoterma de Langmuir.

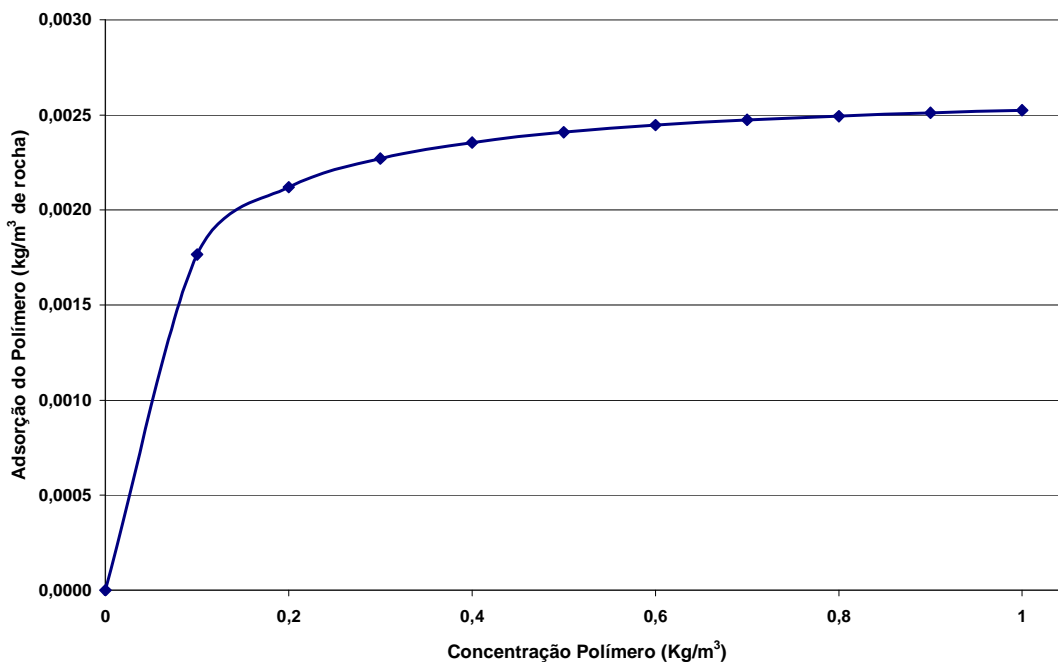


Figura 27 – Isotherma de Langmuir. Caso 4.

As figuras 28 e 29 mostram os perfis de produção de água e de óleo obtidos em cada simulador. A saturação na frente de avanço da água é 25%, próxima da saturação irreduzível, o que pode explicar os tempos similares de chegada da água no poço produtor.

Nota-se que o simulador comercial tende a suavizar o segundo choque da solução do problema que indica o momento da chegada do polímero no poço produtor. Novamente, a metodologia empregada neste trabalho com a utilização das linhas de fluxo reproduz de forma mais fidedigna o choque de concentração.

A diferença entre os perfis de produção não é significativa em termos de fator de recuperação (Figura 30). Para um total de 18000 dias simulados, a diferença foi de apenas 0,5%. Assim sendo, considera-se que este trabalho apresenta boa concordância com os valores obtidos pelo simulador comercial quando é considerada a injeção de um polímero.

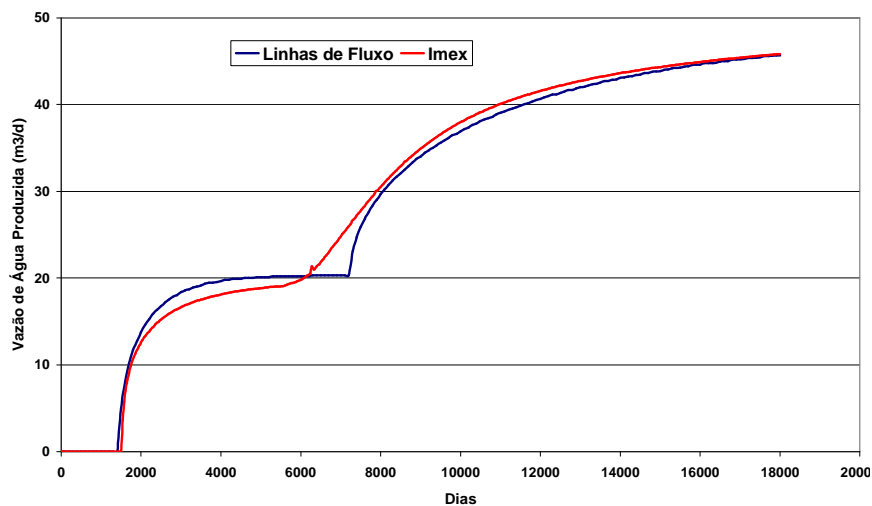


Figura 28 – Comparação entre as vazões de produção de água obtidas neste trabalho e um simulador comercial. Caso 4.

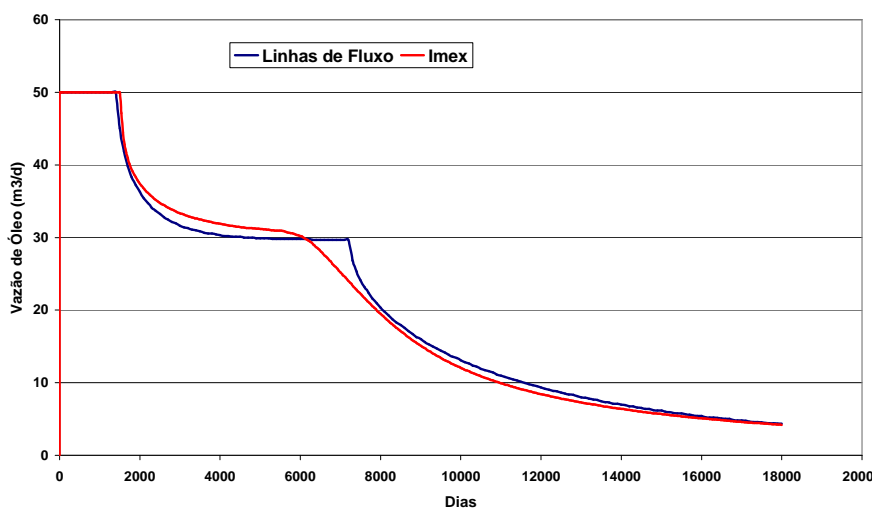


Figura 29 – Comparação entre as vazões de produção de óleo obtidas neste trabalho e um simulador comercial. Caso 4.

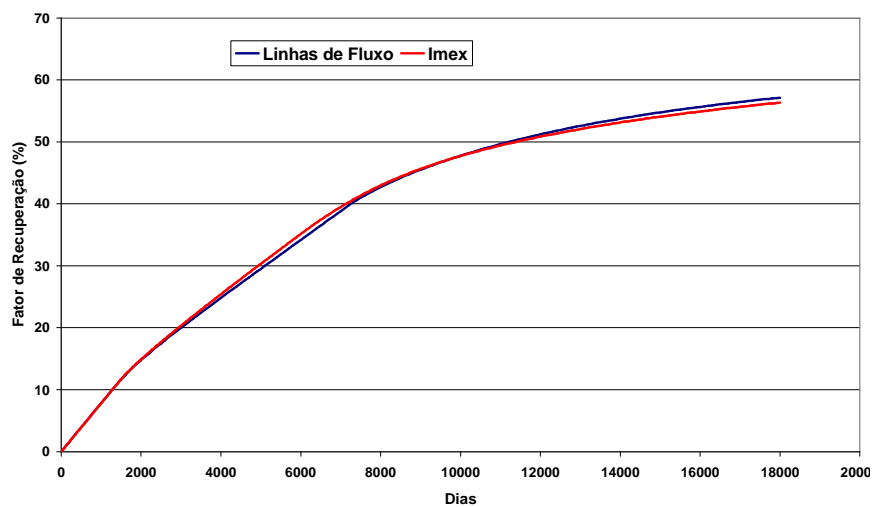


Figura 30 – Comparação entre o fator de recuperação obtido nos dois simuladores. Caso 4.

7.5 CASO 5: INJEÇÃO CONTÍNUA DE 2 POLÍMEROS

Para o quinto e último caso analisado, foi considerada a injeção simultânea de dois tipos de polímero. Pretende-se reproduzir uma situação onde um determinado polímero é utilizado como agente de sacrifício. Conforme pode ser visto na Tabela 6, o polímero 2 apresenta maior adsorção à rocha neutralizando parte desse efeito sobre o polímero 1. Dessa forma, o polímero 1 consegue um resultado melhor na viscosificação da água injetada quando comparado com sua utilização isolada. A Isoterma de adsorção de Henry foi utilizada para este exemplo.

Tabela 6 – Parâmetros para o cálculo da adsorção de polímeros. Isoterma de Henry.

	Polímero 1	Polímero 2
Concentração de Injeção (ppm)	700	1000
Máxima Adsorção (%)	1	5
Aumento da viscosidade da água	7 vezes	3 vezes

As figuras 31 a 33 mostram o fluxo fracionário e a solução analítica encontrada para a saturação de água e as concentrações dos polímeros. Na Figura 33 podemos observar o efeito da adsorção do polímero à rocha. O polímero 2, usado como um agente de sacrifício, adsorve mais e viaja com maior velocidade no meio poroso, fazendo com que o polímero 1 intensifique seus efeitos na diminuição da mobilidade da água. Isso fica evidente quando comparamos o choque de concentração dos dois polímeros em um mesmo tempo de simulação.

A Figura 34 compara as curvas de produção de água e óleo para a caso de injeção de dois polímeros com a produção obtida pela simples injeção de água. A Figura 35 compara os fatores de recuperação alcançados pela injeção de água com a injeção de dois polímeros. Observa-se um incremento de 20% quando se decide pela injeção de polímeros. Isso reforça a necessidade de utilização de viscosificantes na água de injeção para diminuir o grande contraste de mobilidade em reservatórios portadores de óleos viscosos. Como o simulador comercial utilizado para validação dos resultados desse trabalho não contempla a possibilidade da injeção simultânea de mais de um polímero, a comparação não foi possível.

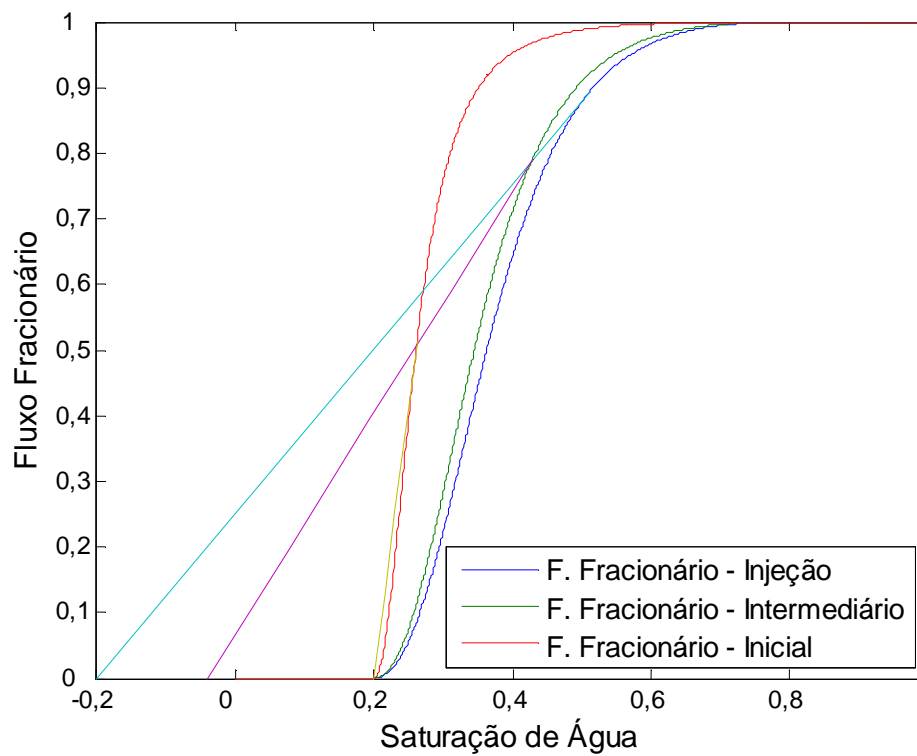


Figura 31 – Curvas de fluxo fracionário da água obtidas a partir das concentrações dos polímeros para o Caso 5.

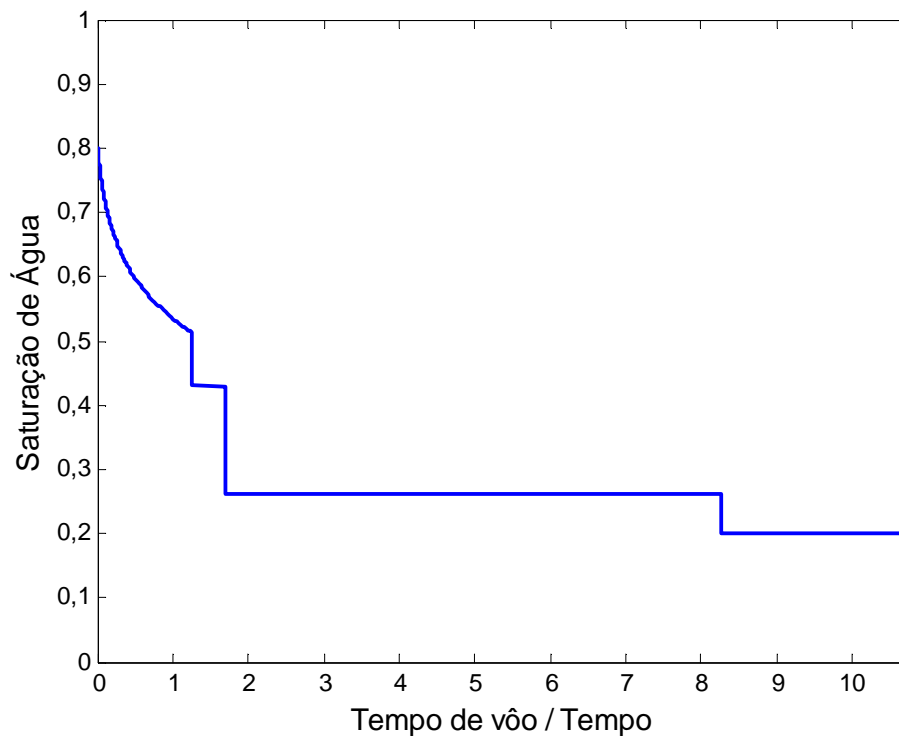


Figura 32 – Perfil de saturação de água calculado para o estudo de Caso 5.

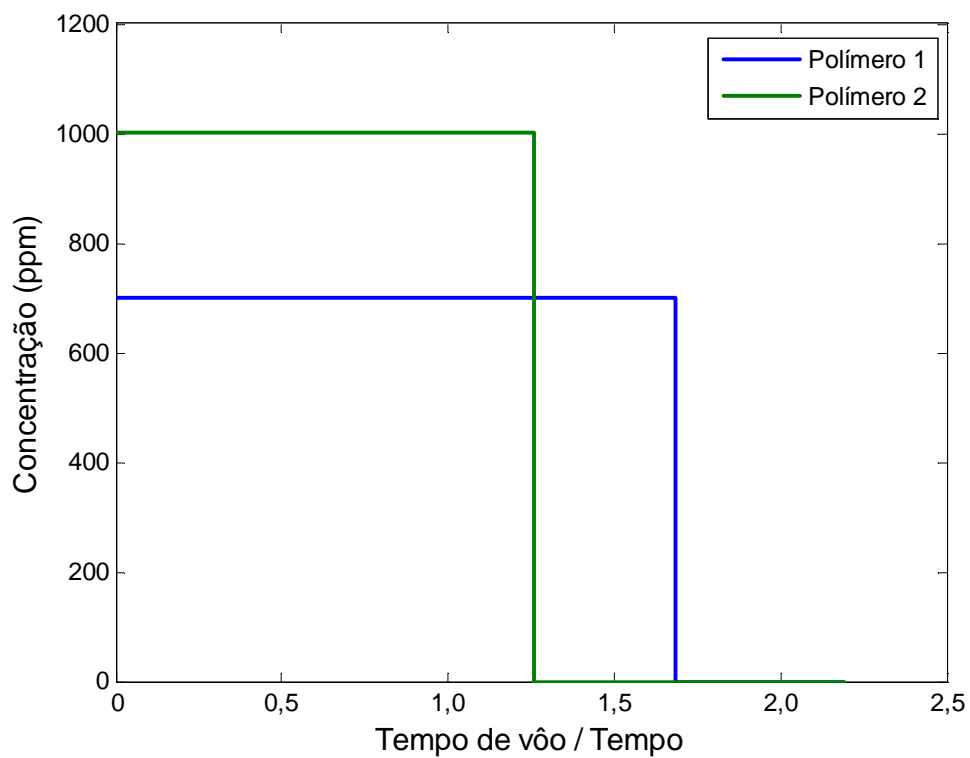


Figura 33 – Perfil de concentração dos polímeros injetados. Caso 5.

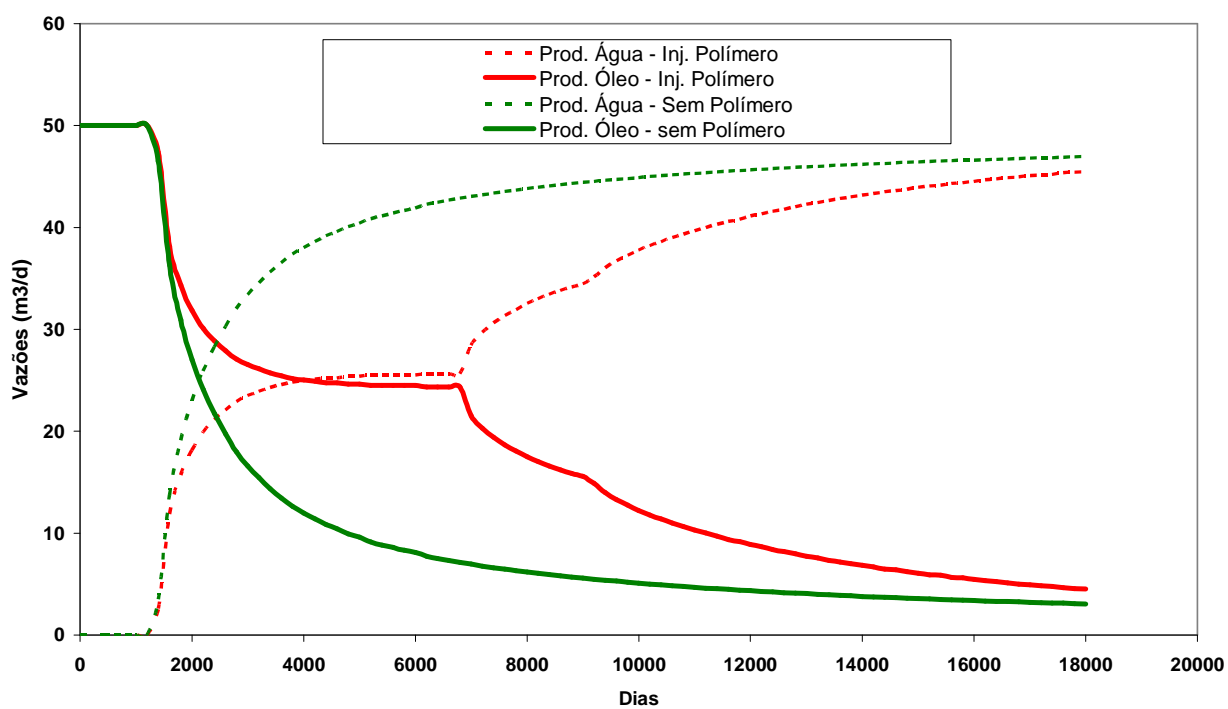


Figura 34 – Comparação entre as curvas de produção obtidas pela injeção de dois polímeros e as obtidas pela simples injeção de água.

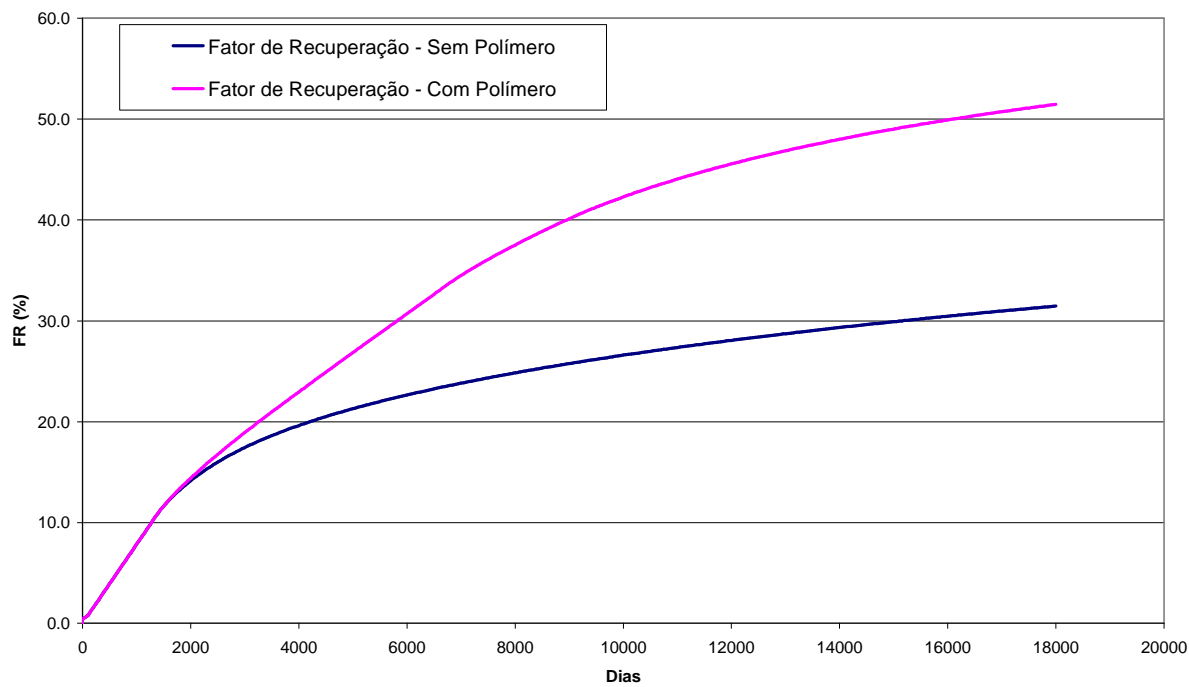


Figura 35 – Aumento do fator de recuperação do óleo devido a injeção de água adicionada de polímeros.

8 CONCLUSÕES

Neste trabalho, o problema do deslocamento imiscível do óleo pela injeção contínua de componentes químicos (polímeros) dissolvidos na água é analisado. Considerando a concentração de injeção de cada componente maior que a concentração inicial no reservatório, foi mostrado que a transformação espacial introduzida pela variável tempo de vôo pode ser associada a uma segunda mudança de variável independente (Pires *et al.*, 2004) para obter a solução analítica 1D da saturação de água e da concentração de cada componente dissolvido na fase aquosa. Para solução 2D, foi desenvolvido um simulador baseado no método das linhas de fluxo.

Cinco casos distintos foram analisados variando as propriedades do fluido, da rocha e as condições de injeção. No primeiro caso, os resultados deste trabalho apresentaram boa concordância quando comparados com a solução exata obtida a partir da consideração da razão de mobilidade total unitária. O erro observado no perfil de produção é em torno de 2% para o início da produção de água com tendência de queda à medida que a fração de água aumenta.

Para testar a validade dos resultados obtidos nos outros quatro casos, foi utilizado um simulador comercial baseado no método das diferenças finitas. Para os Casos 2 e 3 não foi considerada a injeção de polímeros. O simulador por linhas de fluxo conseguiu reproduzir bem os mapas de saturação gerados em diversos tempos de simulação tanto para o caso de meio homogêneo quanto para a consideração de meios heterogêneos, representado no Caso 3 por um canal de alta permeabilidade entre o poço injetor e o poço produtor. As maiores diferenças foram encontradas na frente de avanço da água. O choque de saturação foi melhor representado por este trabalho devido às soluções analíticas utilizadas ao longo das linhas de fluxo, enquanto que o simulador comercial tende a gerar uma suavização dos valores de saturação do choque, devido ao efeito da dispersão numérica gerada pelo método das diferenças finitas. Essa diferença pode levar a previsões otimistas para o tempo de chegada de água nos poços produtores. Entretanto, as vazões obtidas nos dois simuladores tendem a convergir à medida que a fração de água aumenta.

O Caso 4 considerou a injeção contínua de um polímero com a concentração de 1 kg/m³ de água onde a relação entre a concentração do polímero dissolvido na água e a adsorção pela rocha foi regida pela Isoterma de Langmuir. As vazões de produção foram semelhantes e a diferença encontrada para o fator de recuperação final foi de apenas 0,5%. Novamente os resultados obtidos neste trabalho reproduzem melhor o choque de concentração do polímero enquanto que o simulador baseado nas diferenças finitas tende a suavizá-lo. Para o último caso analisado, foi observado um aumento de 20% no fator de recuperação quando se compara a injeção simultânea de dois polímeros com a injeção de água. Observa-se também que o polímero que sofre menor adsorção no meio poroso propaga-se com velocidade maior e o choque de concentração ocorre mais afastado do poço injetor para um mesmo tempo de simulação.

Mesmo com a limitação de uso para meios incompressíveis, o simulador desenvolvido neste trabalho pode ser usado para uma análise de eficiência de varrido areal num projeto de injeção de polímeros.

Para trabalhos futuros sugerimos:

- Extensão do simulador por linhas de fluxo para três dimensões.
- Generalização da solução do sistema auxiliar, de modo a contemplar tanto ondas de choque quanto rarefações envolvendo os casos onde as concentrações iniciais dos componentes podem ser maiores que a de injeção.
- Implementar a solução para o caso onde é considerada a injeção de bancos de polímeros e de outros produtos químicos, como surfactantes que podem diminuir a saturação de óleo residual.
- Implementar a solução analítica para curvas de fluxo fracionário não monótonas.

REFERÊNCIAS

- BEAR, J.: **Dynamics of Fluid in Porous Media**. Dover Publications, New York, 1972.
- BERALDO, V.T.: **Simulação por Linhas de Corrente com Compressibilidade e Variação Espacial e Dinâmica de Composição de Óleo**. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Dept. de Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas, 227 f. Tese (Doutorado). 2008.
- BERENBLYUM, R.A., et al.: Black oil streamline simulation with capillary effects. *In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, October 2003, Denver, Colorado, USA. SPE 84037.
- BATYCKY, R.P.: **A Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator**. Stanford: Dept. of Petroleum Engineering, Stanford University, 1997, 163 f. Tese (PhD).
- BATYCKY, R.P., BLUNT, M.J., THIELE, M. R.: A 3D field scale streamline simulator with gravity and changing well conditions. *In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, October 1996, Denver, Colorado, USA. SPE 36726.
- BRATVEDT, F., GIMSE, T., TEGNANDER, C.: Streamline computations for porous media flow including gravity. **Transport in Porous Media**, v. 25, n. 1, pp. 63-78, 1996.
- BUCKLEY, S.E., LEVERETT, M.C.: Mechanism of fluid displacement in sands. **Pet. Trans. AIME**, v. 146, pp. 107-116, 1942.
- DATTA-GUPTA, A., KING, M.J.: A semianalytic approach to tracer flow modeling in heterogeneous permeable media. **Advances in Water Resources**, v. 18, n. 1, pp. 9-24, 1995.
- DATTA-GUPTA, A., KING, M.J.: **Streamline Simulation: Theory and Practice**. Textbook Series, SPE, Richardson, Texas. 2007.
- DELAMAIDE, E., CORLAY, P., WANG, D.M: Daqing oil field: the success of two pilots initiates first extension of polymer injection in a giant oil field. *In: SPE/DOE Improved Oil Recovery Symposium*, April 1994, Tulsa, Oklahoma. SPE 27819.
- DI DONATO, G., HUANG, W., BLUNT, M.J.: Streamline-based dual porosity simulation of fractures reservoirs. *In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, October 2003, Denver, Colorado, USA. SPE 84036.
- EMANUEL, A.S., ALAMEDA, G.K., BEHRENS, R.A., HEWETT, T.A.: Reservoir performance prediction methods on fractional geostatistics. **SPE Reservoir Engineering**, v. 4, n. 3, pp. 311-318, August 1989.
- EMANUEL, A.S., MILLIKEN, W.J.: The application of streamtube techniques to full field waterflood simulations. **SPE Reservoir Engineering**, v. 12, n. 3, pp. 211-217, August 1997.

FENWICK, D., THIELE, M., AGIL, M., HUSSAIN, A., HUMAM, F., CAERS, J.: Reconciling prior geologic information with production data using streamlines: Application to a giant middle-eastern oil field. *In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, October 2005, Dallas, Texas. SPE 95940

HE, L., JINLING, L., JIDONG, Y., WENJUN, W., YONGCHUN, Z., LIQUN, Z.: Successful practices and development of polymer flooding in Daqing oilfield. *In: SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference & Exhibition*, August 2009, Jakarta, Indonesia. SPE 123975.

HIGGINS, R.V., LEIGHTON A.J.: A computer method to calculate two-phase flow in any irregularly bounded porous medium. **Journal of Petroleum Technology**, v. 14, n. 6, pp. 679-683, 1962.

HOU, J., ZHANG, S., DU, Q.: A streamline-based predictive model for enhanced oil-recovery potentiality. **Journal of Hydrodynamics**, v. 20, n. 3, pp. 314 – 322, June 2008.

IBRAHIM, M.N., CLARK, R.A.J., AL-MATAR, B.S.: Streamline simulation for reservoir management of a super giant: Sabiriyah field north Kuwait case study. *In: SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference*, March 2007, Kingdom of Bahrain. SPE 105069.

KING, M.J., BLUNT, M.J., MANSFIELD, M., CHRISTIE, M.A.: Rapid evaluation of impact of heterogeneity on miscible gas injection. *In: SPE Western Regional Meeting*, May 1993, Anchorage, Alaska. SPE 26079.

KOSTENUK, N., GAGNON, P.: Polymer reduction leads to increased success: A comparative study. **SPE Drilling & Completion**, v. 23, n. 1, pp. 55-60, March 2006. SPE 100467.

KOVSCHEK, A.R., WANG, Y.: Geologic storage of carbon dioxide and enhanced oil recovery. Uncertainty quantification employing a streamline based proxy for reservoir flow simulation. **Energy Conversion and Management**, v. 46, n. 2, pp. 293-311, 2005.

LAKE, L.W.: **Enhanced Oil Recovery**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1989.

LAKE, L.W., JOHNSTON, J.R.: STEGEMEIER, G.L.: Simulation and performance prediction of a large-scale surfactant/polymer project. **Society of Petroleum Engineers Journal**, v. 21, n. 6, pp. 731-739, December 1981.

LEBLANC, J.L., CAUDLE, B.H.: A streamline model for secondary recovery. **Society of Petroleum Engineers Journal**, v. 11, n. 1, pp. 7-12, March 1971. SPE 2865.

MELO, M.A., SILVA, I.P.G., GODOY, G.M.R., SANMARTIM, A.N.: Polymer injection projects in Brazil: dimensioning, field application and evaluation. *In: SPE Improved Oil Recovery Symposium*, April 2002, Tulsa, Oklahoma. SPE 75194.

MOREL, D., VERT, M., JOUENNE, S., NAHAS, E.: Polymer injection in deep offshore field: The Dalia Angola case. *In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, September 2008, Denver, Colorado, USA. SPE 116672.

MOREL-SEYTOUX, H.J.: Unit mobility ratio displacement calculations for pattern floods in homogeneous medium. **Society of Petroleum Engineers Journal**, v. 6, n. 3, pp. 217-227, September 1966.

MUSKAT, M.; WYCKOFF, R. A theoretical analysis of waterflooding networks. **Trans. AIME**, v. 107, pp. 62-77, 1934.

OSAKO, I.: **A rigorous compressible streamline formulation for black oil and compositional simulation**. PhD thesis, Texas A&M University, 91 f. 2006.

PARSONS, R.W.: Directional permeability effects in developed and unconfined five-spots. **Journal of Petroleum Technology**, v. 24, n. 4, pp. 487-494, April 1972.

PASSARAI, U., ARIHARA, N.: Development of Streamline-based Heat Transport Model for Thermal Oil-Recovery Simulation. **Journal of the Japan Petroleum Institute**. v. 48, n. 1, pp. 9-21, 2005.

PATTON, J.T., COATS, K.H., COLEGROVE, G.T.: Prediction of polymer flood performance. **Society of Petroleum Engineers Journal**, v. 11, n. 1, pp. 72-84, March 1971.

PIRES, A.P., BEDRIKOVETSKY, P.G., SHAPIRO, A.A.: Analytical modeling for two-phase EOR processes: Splitting between hydrodynamics and thermodynamics. *In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, September 2004, Houston, Texas. SPE 89919.

POLLOCK, D.K.: Semianalytical computation of pathlines for finite-difference models. **Groundwater**, v. 26, n. 6, pp. 7-43, 1988.

PREVOST, M., EDWARDS, M.G., AND BLUNT, M.J.: Streamline tracing on curvilinear structures and unstructured grids. *In: SPE Reservoir Simulation Symposium*, February 2001, Houston, Texas. SPE 66347.

RODRIGUEZ, A., DAWOOD, N.J., SOREMI, Y., TAIBAN, A.: Practical aspects of streamline application to water injection management of a giant carbonate reservoir. *In: SPE North Africa Technical Conference & Exhibition*, March 2008, Marrakech, Morocco. SPE 112899.

SPIILDO, K., SKAUGE, A., AARRA, M.G., TWEHEYO, M.T.: A new polymer application for North Sea reservoirs. **SPE Reservoir Evaluation & Engineering**. v. 12, n. 3. pp. 427-432, 2009.

THIELE, M. R.: **Modeling Multiphase Flow in Heterogeneous Media Using Streamtubes**. Stanford: Dept. of Petroleum Engineering, Stanford University, 1994, 203 f. Tese (PhD).

THIELE, M. R., BATYCKY, R. P., PÖLLITZER, S., CLEMENS, T.: Polymer flood modeling using streamlines – Part 1. *In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, September 2008, Denver, Colorado, USA. SPE 115545.

THIELE, M. R.: Streamline Simulation. *In: SPE 7th International Forum on Reservoir Simulation*, June 2003, Baden-Baden, Germany.

WASSMUTH, F.R., ARNOLD, W., GREEN, K., CAMERON, C.: Polymer flood application to improve heavy oil recovery at East Bodo. *Journal of Canadian Petroleum Technology*. v. 28, n. 2, pp. 55-61, 2009.

XIE, C.-J., GUAN, Z.L., BLUNT, M., ZHOU, H.: Numerical simulation of oil recovery after cross-linked polymer flooding. *Journal of Canadian Petroleum Technology*. v. 48, n. 4, pp. 37-41, 2009.

ZHENG, C.G., GALL, B.L., GAO, H.W., MILLER, A.E., BRYANT, R.S.: Effects of polymer adsorption and flow behavior on two-phase flow in porous media. *In: SPE/DOE Improved Oil Recovery Symposium*, April 1998, Tulsa, Oklahoma. SPE 39632.

ZHU, Z., GERRITSEN, M.G., E THIELE, M.R.: Thermal streamline simulation for hot waterflooding. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*. v. 13, n. 3, pp. 372-382, 2010.

APÊNDICE A – ISOTERMAS DE ADSORÇÃO

A retenção de polímero em meios porosos ocorre devido ao trapeamento pelo tamanho dos poros, conhecido como volume poroso inacessível, ou pela adsorção na superfície da rocha (Lake, 1989). A retenção ou adsorção do polímero pode afetar o seu papel no controle de mobilidade.

Adsorção descreve o fenômeno no qual moléculas que estão presentes em um fluido, líquido ou gasoso, concentram-se sobre uma superfície sólida. Geralmente, a adsorção ocorre como resultado de forças não balanceadas na superfície do sólido que atraem as moléculas de um componente em solução em contato por um tempo finito. O grau de adsorção do polímero depende da composição da rocha, temperatura e salinidade da água, entre outros fatores.

A adsorção pode ser classificada em dois tipos: física e química. A física ocorre pela ligação das moléculas do adsorvido com a superfície do adsorvente por meio de forças de Van de Waals, que apesar de serem interações de longo alcance, são fracas e não formam ligações químicas. A adsorção química envolve a transferência de elétrons entre o adsorvido e o adsorvente.

A relação que governa a adsorção em uma superfície sólida, de um componente dissolvido num determinado fluido, é conhecida como Isoterma de Adsorção. O modelo de isoterma de adsorção mais comumente utilizado é o de Langmuir. A Isoterma de Langmuir é uma representação empírica de observações físicas.

Considere um meio poroso em contato com uma solução contendo um componente que adsorve. Uma fração da superfície da rocha, δ , estará recoberta quando a concentração do componente for C . Dessa forma, a taxa de adsorção é dada por $k_a C(1 - \delta)$ e de dessorção é $k_d \delta$, onde k_a e k_d são constantes.

No equilíbrio essas taxas são iguais:

$$k_a C(1 - \delta) = k_d \delta \quad (\text{A.1})$$

Reescrevendo a equação (A.1) para a fração da superfície recoberta, temos:

$$\delta = \frac{k_a C}{k_d + k_a C} \quad (\text{A.2})$$

A Isoterma de Langmuir é uma forma geral da equação (A.2) e baseia-se em três premissas:

1. Adsorção em monocamada;
2. Equivalência dos sítios disponíveis e uniformidade da superfície;
3. A probabilidade de uma molécula ser adsorvida independe da ocupação dos sítios vizinhos.

Na presença de mais de um componente sendo adsorvido pela rocha, a adsorção de cada componente pode ser influenciada pela presença de outros. Dessa forma, a Isoterma de Langmuir escrita como:

$$a_i = \frac{\Gamma_i C_i}{1 + \sum_j^{N_c} \Gamma_j C_j} \quad (\text{A.3})$$

onde a_i é a concentração adsorvida do componente i , Γ_i são as constantes de adsorção (função da temperatura) e C_i é a concentração do componente i em solução (fase aquosa). Nos casos em que a diluição infinita é válida para todos os componentes, a forma geral da Isoterma de Langmuir pode ser simplificada para:

$$a_i = \Gamma_i C_i \quad (\text{A.4})$$

Conhecida como Lei de Henry. Nesse caso, a adsorção do componente é função apenas de sua própria concentração no líquido.

Para o caso de apenas um componente ser adsorvido pela rocha, a Isoterma de Langmuir pode ser simplificada para:

$$A_{ps} = \frac{aC_{ps}}{1 + bC_{ps}} \quad (\text{A.5})$$

ou

$$A_{ps} = \Gamma \frac{bC_{ps}}{1 + bC_{ps}} \quad (\text{A.6})$$

onde $\Gamma = a/b$, e a e b são constantes. A constante b determina a curvatura da isoterma de adsorção enquanto que Γ determina o máximo valor de adsorção (figuras A-1 e A-2).

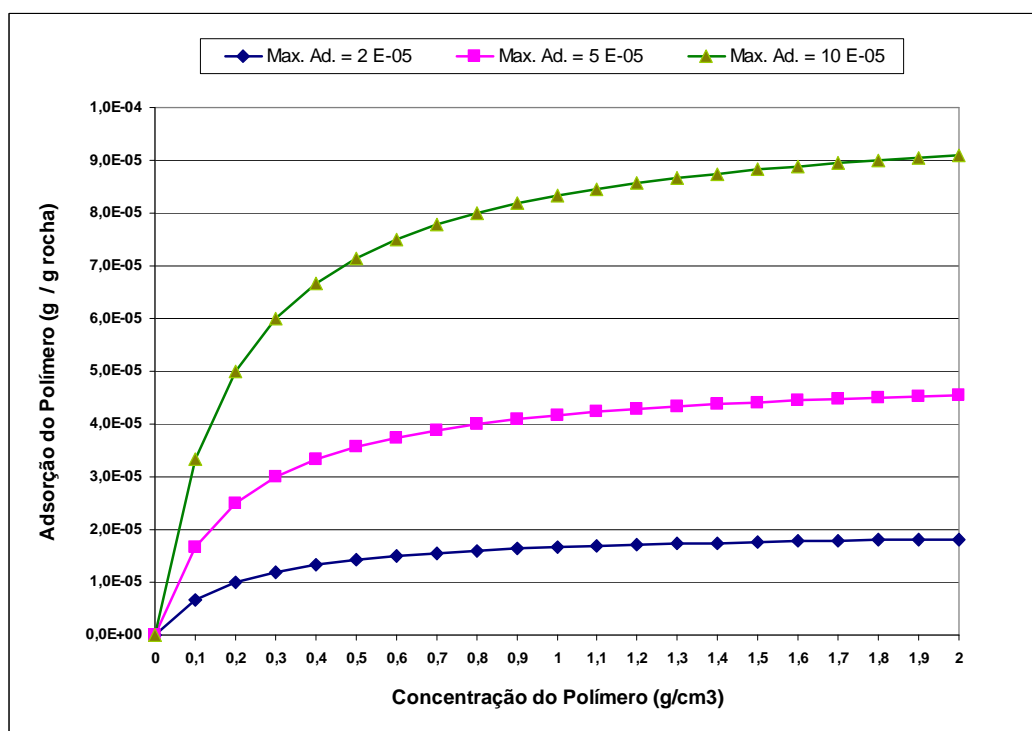


Figura A-1 - Impacto da variação da máxima adsorção (Γ) para um valor constante de b .

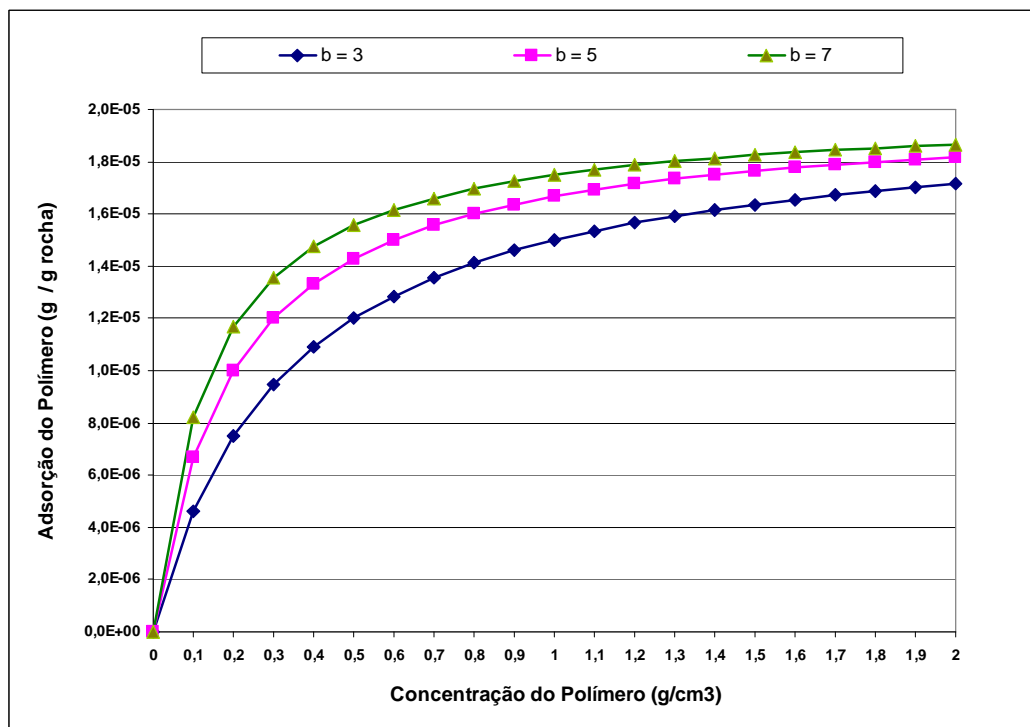


Figura A-2 - Impacto do parâmetro b na curvatura da isoterma de Langmuir.