

ANÁLISE DA INJEÇÃO DE ÁGUA COM
POLÍMEROS EM RESERVATÓRIOS NA PRESENÇA
DE SAL

POLLYANNA MEDEIROS FONTE BOA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
LABORATÓRIO DE ENGENHARIA E EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO

Macaé - RJ
Dezembro de 2006

ANÁLISE DA INJEÇÃO DE ÁGUA COM POLÍMEROS EM RESERVATÓRIOS NA
PRESENÇA DE SAL

POLLYANNA MEDEIROS FONTE BOA

TESE APRESENTADA AO CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE, COMO PARTE DAS EXIGÊNCIAS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA DE RESERVATÓRIO E DE EXPLORAÇÃO.

ORIENTADOR: ADOLFO PUIME PIRES

MACAÉ - RJ
DEZEMBRO DE 2006

ANÁLISE DA INJEÇÃO DE ÁGUA COM POLÍMEROS EM RESERVATÓRIOS NA
PRESENÇA DE SAL

POLLYANNA MEDEIROS FONTE BOA

TESE APRESENTADA AO CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE, COMO PARTE DAS EXIGÊNCIAS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA DE RESERVATÓRIO E DE EXPLORAÇÃO.

Aprovada em 15 de dezembro de 2006.

Comissão Examinadora:

Ronaldo Oliveira de Paiva (D.Sc., Eng. Reserv. e de Exp. - PETROBRAS)

André Duarte Bueno (D.Sc., Eng. Reserv. e de Exp. - LENET/CCT/UENF)

Viatcheslav I. Priimenko (Ph.D., Matemática - LENET/CCT/UENF)

Adolfo Puime Pires (D.Sc., Eng. Reserv. e de Exp. - LENET/CCT/UENF)

(orientador)

DEDICATÓRIA

Esta tese é dedicada a minha mãe Neida e ao meu irmão Antonio Carlos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por tudo;

Ao professor Adolfo Puime Pires, que foi um grande companheiro e amigo nessa jornada;

Ao meu querido irmão Antonio Carlos e à minha cunhada Maria Aparecida pelo apoio incondicional;

À minha mãe, que é sem dúvida a pessoa que mais me apoiou em todos os obstáculos que encontrei, ao meu pai que onde estiver sei que estará muito feliz;

Ao meu namorado Rafael, pelo carinho e apoio;

Aos professores Pavel Bedrikovetsky e André Duarte Bueno, pelas vezes que me ajudaram com tão boa vontade, e aos demais professores pelos conhecimentos transmitidos;

Aos amigos, em especial Thiago Alvim, Pedro Costa, Maria Emiliana e Priscila Magalhães, pela amizade e força que me transmitiram;

E à Agência Nacional de Petróleo ANP, pelo apoio financeiro.

Sumário

1	Introdução	1
2	Revisão Bibliográfica	3
3	Modelagem Matemática de Métodos Químicos	5
4	Isotermas de Adsorção	11
5	Injeção de Água com Produtos Químicos na Presença de Sais	21
5.1	Caso I	24
5.2	Caso II	28
5.3	Caso III	31
5.4	Caso IV	35
5.5	Caso V	39
5.6	Caso VI	43
5.7	Exemplos	47
5.7.1	Exemplo 1	48
5.7.2	Exemplo 2	53
5.7.3	Exemplo 3	56
5.8	Comparação do Fator de Recuperação	61
6	Conclusões	64
7	Trabalhos Futuros	66

A Cálculo da Adsorção Média	67
B Dados Experimentais de Concentração no Efluente	69
Referências Bibliográficas	76

Lista de Figuras

3.1	Curva de permeabilidade relativa.	7
3.2	Curva de fluxo fracionário.	7
3.3	Deslocamento de óleo por água na presença de polímeros e sais.	9
3.4	Curva de fluxo fracionário de água na presença de polímero.	10
4.1	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.1), concentração de injeção 300 ppm (SAUL; PEACEMAN; SANDVIK, 1975).	14
4.2	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.2), concentração de injeção 51,4 ppm (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978).	14
4.3	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.3), concentração de injeção 200,6 ppm (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978).	15
4.4	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.4), concentração de injeção 250 ppm (ZHENG et al., 2000).	15
4.5	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.5), concentração de injeção 750 ppm (ZHENG et al., 2000).	16
4.6	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.6), concentração de injeção 50 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).	16
4.7	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.7), concentração de injeção 400 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).	17
4.8	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.8), concentração de injeção 1600 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).	17
4.9	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.9), concentração de injeção 500 ppm, amostra “D” reservatório Buracica (MELO et al., 2002).	18
4.10	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.10), concentração de injeção 500 ppm, amostra “E” reservatório Canto do Amaro (MELO et al., 2002).	18

4.11	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.11), concentração de injeção 500 ppm, amostra “F” reservatório Canto do Amaro (MELO et al., 2002).	19
4.12	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.12), concentração de injeção 1000 ppm, amostra “A” reservatório Carmópolis (MELO et al., 2002).	19
4.13	Isoterma de adsorção calculada a partir da Figura (B.13), concentração de injeção 1000 ppm, amostra “B” reservatório Carmópolis (MELO et al., 2002).	20
5.1	Solução do problema auxiliar: $c^J > c^I > c^A$	24
5.2	Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^J > c^I > c^A$	25
5.3	Solução do sistema geral: $c^J > c^I > c^A$	26
5.4	Solução do problema auxiliar: $c^J > c^A > c^I$	28
5.5	Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^J > c^A > c^I$	29
5.6	Solução do sistema geral: $c^J > c^A > c^I$	30
5.7	Solução do problema auxiliar: $c^I > c^J > c^A$	32
5.8	Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^I > c^J > c^A$	33
5.9	Solução do sistema geral: $c^I > c^J > c^A$	34
5.10	Solução do problema auxiliar: $c^I > c^A > c^J$	36
5.11	Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^I > c^A > c^J$	37
5.12	Solução do sistema geral: $c^I > c^A > c^J$	38
5.13	Solução do problema auxiliar: $c^A > c^J > c^I$	40
5.14	Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^A > c^J > c^I$	41
5.15	Solução do sistema geral: $c^A > c^J > c^I$	42
5.16	Solução do problema auxiliar: $c^A > c^I > c^J$	44
5.17	Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^A > c^I > c^J$	45
5.18	Solução do sistema geral: $c^A > c^I > c^J$	46
5.19	Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^J > c^I > c^A$	48
5.20	Caminho da solução em $a \times c$: $c^J > c^I > c^A$	49
5.21	Solução do problema auxiliar.	49
5.22	Caminho da solução.	51

5.23	Ampliação do caminho da solução.	52
5.24	Perfis de saturação e concentração de polímero e sal.	53
5.25	Caminho da solução em $a \times c$: $c^J > c^I$	54
5.26	Perfil de concentração.	54
5.27	Caminho da solução de injeção de polímero.	55
5.28	Perfis de saturação e concentração de polímero.	56
5.29	Plano de fases indicando o caminho da solução $c^J > c^A > c^I$	57
5.30	Caminho da solução em $a \times c$: $c^J > c^A > c^I$	58
5.31	Solução do problema auxiliar.	58
5.32	Caminho da solução para o exemplo 3.	59
5.33	Perfis de saturação e concentração de sal e polímero para o exemplo 3.	61
5.34	Fator de recuperação para injeção de um polímero na presença de sal - Exemplo 1.	62
5.35	Fator de recuperação para injeção de um polímero - Exemplo 2.	62
5.36	Fatores de recuperação (polímero e sal - polímero).	63
A.1	Plano físico do sistema auxiliar.	67
B.1	Concentração de polímero no efluente, injeção de 300 ppm (SAUL; PEACEMAN; SANDVIK, 1975).	69
B.2	Concentração de polímero no efluente, injeção de 51,4 ppm (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978).	70
B.3	Concentração de polímero no efluente, injeção de 200,6 ppm (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978).	70
B.4	Concentração de polímero no efluente, injeção de 250 ppm (ZHENG et al., 2000).	71
B.5	Concentração de polímero no efluente, injeção de 750 ppm (ZHENG et al., 2000).	71
B.6	Concentração de polímero no efluente, injeção de 50 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).	72
B.7	Concentração de polímero no efluente, injeção de 400 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).	72

B.8	Concentração de polímero no efluente, injeção de 1600 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).	73
B.9	Concentração de polímero no efluente, injeção de 500 ppm, amostra “D” reservatório Buracica (MELO et al., 2002).	73
B.10	Concentração de polímero no efluente, injeção de 500 ppm, amostra “E” reservatório Canto do Amaro (MELO et al., 2002).	74
B.11	Concentração de polímero no efluente, injeção de 500 ppm, amostra “F” reservatório Canto do Amaro (MELO et al., 2002).	74
B.12	Concentração de polímero no efluente, injeção de 1000 ppm, amostra “A” reservatório Carmópolis (MELO et al., 2002).	75
B.13	Concentração de polímero no efluente, injeção de 1000 ppm, amostra “B” reservatório Carmópolis (MELO et al., 2002).	75

Lista de Tabelas

4.1	Dados comparativos de adsorção.	12
4.2	Descrição dos casos analisados.	12
4.3	Ajustes.	13
5.1	Combinações entre as concentrações de polímero e sal.	23
5.2	Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^J > c^I > c^A$	27
5.3	Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^J > c^A > c^I$	31
5.4	Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^I > c^J > c^A$	35
5.5	Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^I > c^A > c^J$	39
5.6	Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^A > c^J > c^I$	43
5.7	Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^A > c^I > c^J$	47
5.8	Diferentes combinações de concentração de polímero e sal.	48
5.9	Constantes utilizadas no problema.	51
5.10	Pontos da solução do sistema geral para o Exemplo 1.	53
5.11	Pontos da solução do sistema geral para o exemplo 2.	56
5.12	Pontos da solução do sistema geral para o exemplo 3.	60
5.13	Fatores de recuperação - injeção de polímero na presença de sal e injeção de polímero.	63

Nomenclatura

Letras Minúsculas

a	concentração na fase sólido
c	concentração na fase aquosa
f	fluxo fracionário
k	permeabilidade
n	número de componentes
s	saturação
\bar{s}	saturação média
t	tempo
u	velocidade
x	posição

Letras Maiúsculas

C	solução da concentração de polímero
D	velocidade do choque do sistema geral
FR	fator de recuperação
L	comprimento total
P	pressão
R	invariante de Riemann
T	tempo adimensional
V	inverso da velocidade do choque do sistema auxiliar
VI	volume poroso inacessível
VPI	volumes porosos injetados
X	posição adimensional

Letras Gregas

γ	concentração de sal
φ	potencial associado à conservação do volume de água
ϕ	porosidade
μ	viscosidade
ρ	massa específica
Λ	autovalor do sistema geral
λ	autovalor do sistema auxiliar
Π	fase
α	constante da isoterma de adsorção
β	constante da isoterma de adsorção
Γ	solução da concentração de sal
η	variável auto-similar ($\frac{\varphi}{X}$)
ξ	variável auto-similar ($\frac{X}{T}$)

Subscritos

bt	<i>breakthrough</i>
i	componente, rarefação na concentração inicial de polímero
j	rarefação na concentração de injeção de polímero
o	óleo
r	relativa à fase
w	água

Sobrescritos

\rightarrow	vetor
A	condição intermediária de concentração de polímero
I	condição inicial
J	condição de injeção
$()$	estado constante

Resumo

Os métodos de recuperação avançada de petróleo podem ser classificados em químicos, miscíveis e térmicos. Os produtos químicos dissolvidos em água comumente injetados são polímeros, surfactantes e soluções micelares. O deslocamento de óleo por esses fluidos envolve complexos processos físico-químicos. A injeção de água contendo polímeros pode aumentar a razão de mobilidade e a eficiência do deslocamento de óleo. A performance da injeção de polímero em reservatórios de óleo é altamente influenciada pela compatibilidade entre as águas de formação e injetada. A injeção de um banco de polímero pode ser necessária para evitar o contato do polímero com a água da formação.

O sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas que governa o deslocamento de óleo por água contendo duas espécies químicas em solução é formado por três equações. Recentemente foi demonstrado que esse sistema pode ser dividido em uma parte hidrodinâmica (uma equação) e uma parte termodinâmica (duas equações). A parte termodinâmica é independente da equação hidrodinâmica e depende apenas das isotermas de adsorção, não das propriedades de transporte (permeabilidades relativas e viscosidades).

Neste trabalho é apresentada uma nova técnica para determinar curvas de adsorção através de dados laboratoriais. Na determinação das isotermas foi considerado o volume poroso inacessível. Também é apresentada a solução para o problema unidimensional do deslocamento de óleo por água contendo polímeros na presença de sal. É descrita a solução para diferentes condições inicial e de injeção para o caso de uma isoterma de adsorção do tipo Langmuir considerando os efeitos da presença de sal. Os resultados deste trabalho podem ser aplicados em campos maduros e validação de programas de simulação de reservatórios. Podem também se tornar base para o desenvolvimento de simuladores de linhas de fluxo.

Palavras chave: engenharia de reservatórios, recuperação avançada de petróleo, métodos químicos, injeção de polímeros, leis da conservação.

Abstract

Enhanced Oil Recovery (EOR) methods may be classified into the following kinds: injection of chemical solutions, injection of solvents and thermal methods. The most commonly injected chemical fluids are polymers, surfactants and micellar solutions. Displacement of oil by these fluids involves complex physico-chemical processes of interphase mass transfer, phase transitions and transport properties changes. Polymers can improve the mobility ratio and thus increase the displacement efficiency of oil in a reservoir. The performance of polymer injection in oil reservoirs is strongly influenced by the compatibility of formation and injected waters. The injection of a water slug may be necessary to avoid contact of the polymer and the formation water.

The hyperbolic system of partial differential equations modeling oil displacement by water with two dissolved chemical is composed by three equations. Recently it was shown that this system can be splitted into a hydrodynamic part (one equation) and a thermodynamic part (two equations). The thermodynamic part is independent of the hydrodynamic equation and depends on parameters of the adsorption isotherms, not on transport properties (relative phase permeabilities and viscosities).

In this thesis a new technique to determine adsorption curves from laboratory data is presented. The importance of inaccessible pore volume is stressed for experimental procedures. It is also shown the solution for the problem of 1D oil displacement by water containing one polymer in the presence of salts. Solutions for different initial and injection conditions are presented (different salt and polymer concentrations) with adsorption isotherms of Langmuir type considering salt concentration. The results of this work may be applied in mature fields and in reservoir simulation software validation. It may also become a basis for development of streamline simulators, provided that the mobility ratio is close to one.

Keywords: reservoir engineering, enhanced oil recovery, chemical methods, polymer injection, conservation laws.

Capítulo 1

Introdução

O maior desafio da engenharia de reservatórios é a incorporação de maiores e crescentes reservas de petróleo e gás natural, seja através do desenvolvimento de novas jazidas ou do aumento do fator de recuperação de campos já em produção. Em ambos os casos, os métodos de recuperação secundária e terciária representam um papel importantíssimo para a obtenção dos resultados desejados (PIRES, 2003).

A produção de petróleo através de mecanismos naturais, tais como gás em solução, capa de gás, influxo de água, drenagem gravitacional, é denominada recuperação primária. A recuperação secundária refere-se a técnicas, como injeção de água ou gás, cujo propósito normalmente é manter a pressão do reservatório em algum nível desejado. Não é necessário esperar o declínio total da produção para se começar a injeção de fluidos no reservatório, ao contrário, recomenda-se que a injeção seja iniciada bem antes que isso aconteça. Os métodos de recuperação secundária são aplicados mesmo havendo condições de produção com recuperação primária.

Recuperação terciária pode ser classificada como qualquer método aplicado após a recuperação secundária. Também denominada recuperação avançada de petróleo, ou EOR (Enhanced Oil Recovery), caracteriza-se pela injeção de materiais normalmente estranhos aos presentes no reservatório. Um ponto importante é que essa definição não vincula a sua utilização a uma fase em particular na vida do reservatório. Essa definição praticamente não enquadra a injeção de água e tem por objetivo excluir os processos de manutenção de pressão (LAKE, 1989). A recuperação avançada de petróleo, também pode ser considerada como uma técnica que modifica características do meio, alterando as permeabilidades relativas ou viscosidades das fases e aumentando a recuperação de petróleo.

Como o petróleo é um tipo de recurso não renovável, e em torno de 60 a 70% de óleo permanece na formação depois da injeção de água, uma das formas de recuperar esta parcela de óleo restante é a utilização de um método de recuperação avançada de petróleo para produzir o óleo com mais economia e eficiência.

Com o declínio da descoberta de novos campos de grandes extensões, a mais provável fonte para ampliação das reservas é o desenvolvimento e aplicação de tecnologias que aumentem o fator de recuperação dos campos já descobertos. Assim, o alvo dos processos especiais de recuperação é a parcela restante de óleo nos reservatórios após a recuperação convencional.

Emprega-se um método especial de recuperação para atuar nos pontos onde o processo convencional falhou, ou falharia caso fosse usado. As baixas recuperações podem ser creditadas a dois aspectos principais: alta viscosidade do óleo no reservatório e elevadas tensões interfaciais entre o fluido injetado e o óleo.

Quando a viscosidade do fluido injetado é muito menor que a do fluido a ser deslocado, o primeiro se move muito mais facilmente no meio poroso, encontrando caminhos preferenciais e se dirigindo rapidamente para os poços de produção. O óleo fica retido porque o fluido injetado não se propaga adequadamente no reservatório, permanecendo grandes volumes de rocha nos quais o deslocamento não se processou.

A injeção de polímero, por exemplo, reduz a mobilidade da fase aquosa, melhorando a eficiência do deslocamento. Seu desempenho em reservatórios de petróleo é fortemente influenciado pela presença de diferentes sais na água da formação e na água de injeção, podendo ser necessária a injeção de um banco de água que evite o contato do polímero com a água da formação.

Os surfactantes alteram a tensão interfacial entre o óleo e a água, reduzindo as forças capilares e tornando uma fração maior do óleo móvel. No caso de altas tensões interfaciais, a capacidade do fluido injetado de desalojar o óleo do reservatório para fora dos poros é bastante reduzida, deixando saturações residuais elevadas de óleo nas regiões já contactadas pelo fluido injetado.

Nesse trabalho o problema unidimensional do deslocamento de óleo por água contendo compostos químicos é analisado. Os dois primeiros capítulos apresentam uma introdução geral sobre os métodos de recuperação de petróleo e revisão bibliográfica sobre o tema. O capítulo 3 descreve a modelagem matemática do deslocamento de óleo por água na presença de n compostos químicos. No capítulo seguinte uma técnica desenvolvida nesta tese foi aplicada a dados experimentais obtidos na literatura para a determinação de isotermas de adsorção. No capítulo 5 são descritas as equações que modelam a injeção de água contendo um polímero na presença de sal, considerando os efeitos que o sal provoca na adsorção do polímero. Além disso, o problema da injeção de água contendo um polímero na presença de sal é resolvido para diferentes condições inicial e de injeção.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Desde a década de 60 a modelagem analítica do deslocamento de óleo por água contendo produtos químicos tem sido estudada. Um dos trabalhos pioneiros é o artigo de (FAYERS; PERRINE, 1959) onde foi analisado o sistema hiperbólico 2x2, incluindo as condições de Rankine-Hugoniot no choque. Também foi apresentada uma solução particular para o caso de injeção contínua de polímeros.

O problema de cromatografia multicomponente considerando sistema unidimensional, isotérmico, em equilíbrio local e sem efeitos difusivos foi solucionado por (RHEE; ARIS; AMUNDSON, 1970). Utilizando a isoterma de adsorção de Langmuir, foi demonstrado que esse sistema termodinâmico se ajusta perfeitamente à exposição da teoria matemática de equações quasilineares.

(PATTON; COATS; COLEGROVE, 1971) analisaram o sistema de equações resultantes da modelagem do problema do deslocamento de óleo por água contendo polímeros, gás carbônico e surfactantes. Esse modelo captura os efeitos da diminuição da viscosidade da água e do óleo, da diminuição da tensão interfacial e da diminuição da saturação de óleo residual devido à injeção desses produtos em reservatórios. (CLARIDGE; BONDOR, 1974) apresentaram a extensão do método gráfico de Welge (WELGE, 1952) para calcular o deslocamento de óleo por água ou gás injetado. A análise teórica de troca catiônica e o fenômeno de adsorção no reservatório devido à injeção de produtos químicos foram estudados por (POPE; LAKE; HELFFERICH, 1978), sem considerar os efeitos de dispersão, incluídos posteriormente (LAKE; HELFFERICH, 1978). A formulação do problema do deslocamento de óleo por soluções multicomponentes pode ser encontrada em (HELFFERICH, 1981). Soluções aproximadas de problemas semelhantes foram publicadas por (POPE, 1980), (HIRASAKI, 1981) e (HIRASAKI, 1982).

A aplicação da teoria de fluxo fracionário para recuperação avançada de petróleo foi estudada por (POPE, 1980), considerando a injeção de produtos químicos dissolvidos. Estudos mais detalhados neste assunto foram publicados por (ENTOV, 1981). O trans-

porte de sódio e cálcio no meio poroso na presença de argila e surfactante onde a troca catiônica é resultado da associação eletrostática foram estudados por (HIRASAKI, 1982). (ENTOV; KERIMOV, 1986) levaram em consideração o deslocamento de óleo por um produto químico quando o fluxo fracionário não é monótono ao longo do caminho da solução.

A análise unidimensional do deslocamento de fluidos presentes em reservatórios por um fluido injetado é uma das principais ferramentas teóricas para os estudos dos processos de recuperação de petróleo. Primariamente, ele se reduz às soluções de um conjunto de equações hiperbólicas que expressam as leis de conservação de massa de cada um dos componentes e levam em consideração a natureza bifásica do fluxo e a transferência de massa entre as fases (ENTOV; VOSKOV, 2000).

Recentemente foi demonstrado que em alguns sistemas de equações hiperbólicas que descrevem o fluxo de fluidos em meios porosos pode ser feita a separação do sistema geral em um sistema auxiliar e uma equação do levantamento (PIRES, 2003). Enquanto o sistema original apresenta funções termodinâmicas e parâmetros de transporte (permeabilidades relativas e viscosidades) o sistema auxiliar apresenta somente propriedades termodinâmicas (isotermas de adsorção).

(LECOURTIER; CHAVETEAU, 1984) estudaram os mecanismos físicos que governam a propagação de um banco de polímero no meio poroso. (ARIHARA et al., 1999) conduziram experimentos em testemunhos para identificar os mecanismos que aumentam a recuperação de óleo através da injeção de polímeros e surfactantes.

(QINLIANG; TAIXIAN; QINGJIE, 2003) analisaram as mudanças nas permeabilidades relativas devido à injeção de produtos químicos no reservatório, levando em consideração que ambas aumentam com o decréscimo da tensão interfacial. (FULLIN et al., 2004) demonstraram que a injeção de altas concentrações de polímero aumentam a área de varredura, aumentando assim o fator de recuperação.

(ENTOV; POLISHCHUK, 1975) estudaram os diversos processos de adsorção devido ao contato do polímero com o meio poroso, determinando a dependência do efeito de redução das camadas com a concentração de polímero adsorvido. Foi verificado por (ZHENG et al., 2000) que tanto a restrição pelo tamanho do poro como a troca na molhabilidade contribuem para a magnitude da redução da permeabilidade relativa à água.

Em vários estudos foi observado que existe uma parte do volume poroso que se torna inacessível à solução de polímero, devido à molécula do polímero ser maior que a garganta do poro. O efeito da variação do volume poroso inacessível com a concentração de polímero no fluxo em meios porosos foi estudado por (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978) e (LOTSCH; PUSCH, 1985). Nestes trabalhos notou-se que em torno de 30 % do volume poroso da amostra não era acessível à solução de polímero.

Capítulo 3

Modelagem Matemática de Métodos Químicos

A modelagem analítica do deslocamento de óleo por água contendo produtos químicos tem sido intensivamente estudada. Um problema bastante semelhante ao de injeção de água contendo polímeros é o problema de deslocamento de óleo por água quente. Em (FAYERS, 1962) foram estudados os choques de temperatura, de saturação e as ondas de saturação. No caso de injeção de polímero deve ser considerada a compatibilidade entre o polímero e os diferentes sais presentes na água da formação e na água de injeção.

A solução analítica do deslocamento de óleo por soluções de polímeros e bancos de polímeros contribuiu muito para o entendimento dos processos químicos de recuperação avançada de petróleo, além de auxiliar a interpretação dos dados obtidos em laboratório. Uma outra aplicação que também serve de estímulo para a pesquisa de soluções analíticas para o sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas é a simulação de reservatórios baseada nos conceitos de linhas de fluxo.

O sistema de equações que modela o deslocamento de óleo por água contendo produtos químicos que podem ser adsorvidos no meio poroso é discutido neste capítulo. A introdução de um potencial associado a uma lei de conservação e posterior mudança de variáveis independentes reduz a ordem do sistema. O sistema original de equações inclui em seus parâmetros propriedades termodinâmicas e de transporte, enquanto que o sistema auxiliar (reduzido) apresenta apenas propriedades termodinâmicas.

As seguintes premissas são adotadas:

- Permeabilidade e porosidade constantes;
- Efeitos gravitacionais, capilares e de dispersão desconsiderados;
- Inicialmente o reservatório está saturado com óleo e água;

- Reservatório homogêneo e isotrópico;
- Fases incompressíveis (óleo e água);
- Transferência de massa não afeta a densidade da água.

A conservação da massa das fases água e óleo são dadas por:

$$\phi \frac{\partial \rho_w s_w}{\partial t} + \frac{\partial \rho_w u_w}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

$$\phi \frac{\partial \rho_o s_o}{\partial t} + \frac{\partial \rho_o u_o}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

onde s_w é a saturação de água, ρ_w a densidade da água, u_w a velocidade da fase água, ρ_o a densidade da fase óleo, u_o a velocidade da fase óleo, s_o a saturação da fase óleo e ϕ é a porosidade.

Cancelando nas equações acima as densidades devido à incompressibilidade das fases chegamos às seguintes equações:

$$\phi \frac{\partial s_w}{\partial t} + \frac{\partial u_w}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

$$\phi \frac{\partial s_o}{\partial t} + \frac{\partial u_o}{\partial x} = 0 \quad (3.4)$$

A velocidade das fases será calculada através da lei de Darcy:

$$u_{\Pi} = \frac{-k k_{r\Pi}(s_w, \vec{c})}{\mu_{\Pi}(\vec{c})} \frac{\partial P_{\Pi}}{\partial x}, \Pi = o, w \quad (3.5)$$

onde \vec{c} é a concentração de produtos químicos na fase água.

Definindo fluxo fracionário de água como:

$$f(s_w, \vec{c}) = \frac{u_w}{u_w + u_o} = \frac{u_w}{u} \quad (3.6)$$

e aplicando a lei de Darcy, temos:

$$f(s_w, \vec{c}) = \frac{\frac{k_{rw}(s_w, \vec{c})}{\mu_w(\vec{c})}}{\frac{k_{rw}(s_w, \vec{c})}{\mu_w(\vec{c})} + \frac{k_{ro}(s_w)}{\mu_o}} \quad (3.7)$$

As Figuras (3.1) e (3.2) mostram curvas típicas de permeabilidade relativa e curvas

típicas de fluxo fracionário, respectivamente.

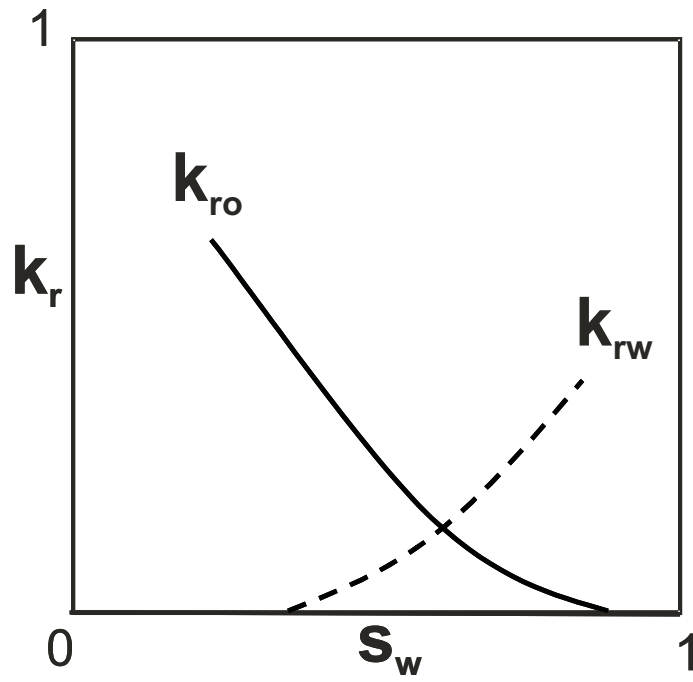


Figura 3.1: Curva de permeabilidade relativa.

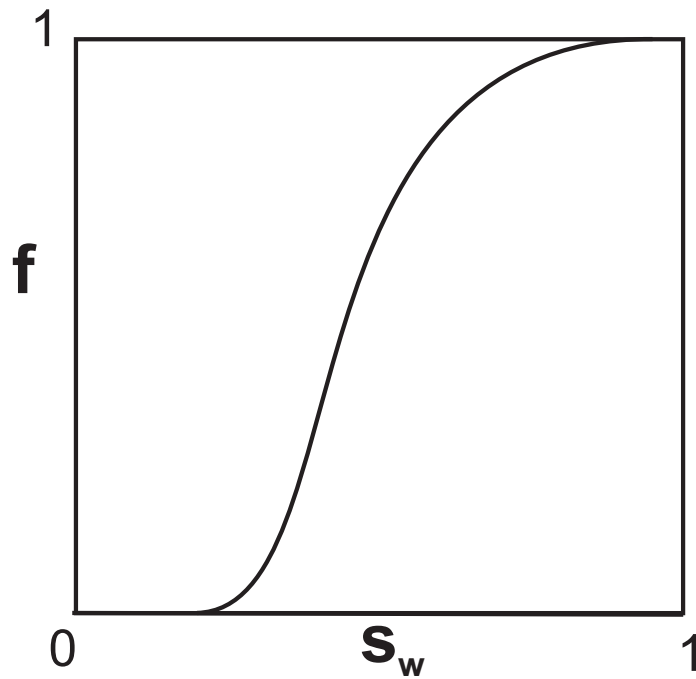


Figura 3.2: Curva de fluxo fracionário.

Substituindo (3.6) em (3.3) e (3.4):

$$\phi \frac{\partial s_w}{\partial t} + \frac{\partial f u}{\partial x} = 0 \quad (3.8)$$

$$\phi \frac{\partial s_o}{\partial t} + \frac{\partial (1-f) u}{\partial x} = 0 \quad (3.9)$$

Somando as equações (3.8) e (3.9):

$$\phi \frac{\partial (s_o + s_w)}{\partial t} + \frac{\partial u (1 - f + f)}{\partial x} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, u = u(t) \quad (3.11)$$

Denominando $s_w = s$ e substituindo na equação (3.8):

$$\phi \frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (3.12)$$

Definindo as variáveis adimensionais:

$$X = \frac{x}{L} \quad (3.13)$$

$$T = \frac{ut}{\phi L} \quad (3.14)$$

e aplicando em (3.12) chega-se à seguinte equação:

$$\frac{\partial s}{\partial T} + \frac{\partial f}{\partial X} = 0 \quad (3.15)$$

A equação (3.15) descreve o deslocamento unidimensional de óleo por água e foi resolvida primeiramente por Buckley e Leverett (BUCKLEY; LEVERETT, 1942).

A conservação da massa dos produtos químicos leva ao seguinte conjunto de equações:

$$\frac{\partial (c_i s + a_i(\vec{c}))}{\partial T} + \frac{\partial c_i f(s, \vec{c})}{\partial X} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.16)$$

onde a_i é a adsorção e c_i é a concentração do componente i em solução.

Em condições de equilíbrio termodinâmico, as concentrações dos componentes adsorvidos e dissolvidos são governadas por isotermas de adsorção com as seguintes propriedades:

$$\vec{a} = \vec{a}(\vec{c}), \vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n), \vec{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n) \quad (3.17)$$

As funções $a_i = a_i(\vec{c})$ obedecem às seguintes condições:

$$a_i(c_1, \dots, c_{i-1}, 0, c_{i+1}, \dots, c_n) = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial a_i(\vec{c})}{\partial c_i} > 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial a_i(\vec{c})}{\partial c_j} < 0 \quad (3.20)$$

Portanto, o sistema de equações governantes inclui leis de conservação para o volume da fase aquosa e para a massa de cada componente. As incógnitas desse sistema de $n + 1$ equações são s e \vec{c} :

$$\frac{\partial s}{\partial T} + \frac{\partial f(s, \vec{c})}{\partial X} = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial (c_i s + a_i(\vec{c}))}{\partial T} + \frac{\partial c_i f(s, \vec{c})}{\partial X} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.22)$$

A Figura (3.3) ilustra o deslocamento de óleo por água na presença de produtos químicos e sais, destacando que uma parte do produto químico pode ser retido pela rocha.

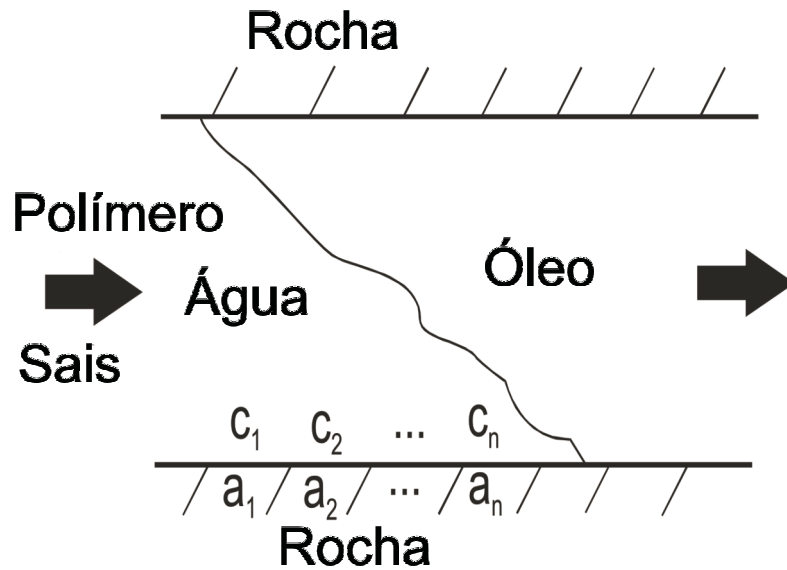


Figura 3.3: Deslocamento de óleo por água na presença de polímeros e sais.

A presença do polímero desloca a curva de fluxo fracionário. Para um mesmo valor de saturação, o fluxo de água com polímero é menor do que o fluxo de água sem polímero (Figura 3.4).

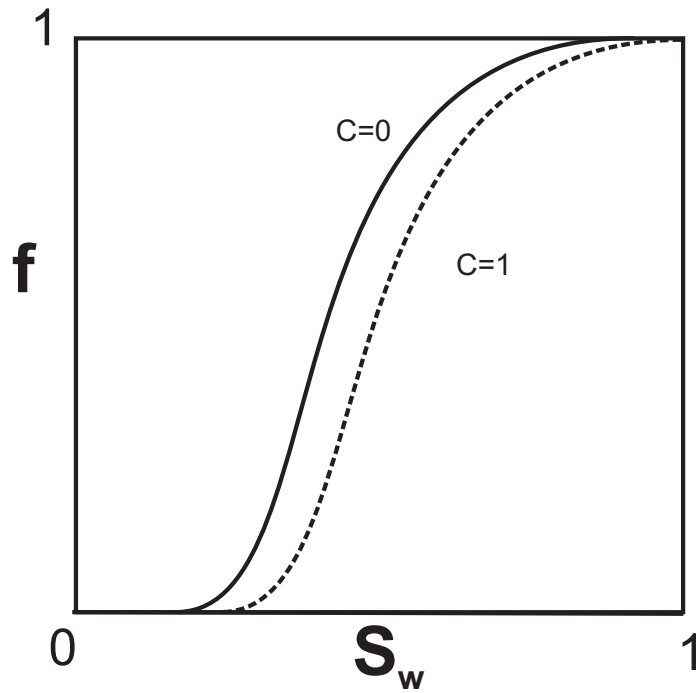


Figura 3.4: Curva de fluxo fracionário de água na presença de polímero.

Através da introdução da seguinte função potencial associada à conservação do volume de água,

$$d\varphi = f dT - s dX \quad (3.23)$$

é possível transformar o sistema (3.21) e (3.22) em:

$$f \frac{\partial s}{\partial \varphi} - s \frac{\partial f}{\partial \varphi} + \frac{\partial f}{\partial X} = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial a_i(\vec{c})}{\partial \varphi} + \frac{\partial c_i}{\partial X} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.25)$$

É importante ressaltar que o sistema (3.25) contém somente funções termodinâmicas, ao contrário do sistema original (3.21) e (3.22), que contém funções termodinâmicas e propriedades de transporte. As transições de fase que ocorrem durante o deslocamento de óleo são descritas através da solução do sistema auxiliar, ou seja, elas são independentes das permeabilidades relativas e viscosidades. A mudança de variáveis independentes $(X, T) \rightarrow (X, \varphi)$ divide o sistema (3.21) e (3.22) em uma equação do levantamento (3.24) e um sistema auxiliar (3.25).

Capítulo 4

Isotermas de Adsorção

As soluções de polímeros reduzem a mobilidade da fase aquosa através de dois mecanismos: aumento da viscosidade e redução da permeabilidade relativa à água. Uma parte do polímero em solução pode ser adsorvida pela rocha. A relação entre as quantidades dissolvidas e adsorvidas é descrita através de isotermas de adsorção, conforme (3.17) - (3.20). A determinação da retenção de polímero em rochas reservatório envolve a medida do perfil de concentração de polímero no efluente em função de volumes porosos injetados e um simples cálculo de balanço de massa (SORBIE, 1991).

Um fenômeno importante a ser levado em consideração nesse processo é o chamado volume poroso inacessível (VI). A molécula do polímero pode ser maior que a garganta do poro e não atingir algumas partes do volume poroso. Essa parte é chamada inacessível, e varia entre 18 e 30 %. Diversos ensaios feitos em arenito berea com poliacrilamida mostram que o volume poroso inacessível nesse caso é da ordem de 30 % ((PATTON; COATS; COLEGROVE, 1971), (DAWSON; LANTZ, 1972), (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978), (LECOURTIER; CHAVETEAU, 1984), (LOTSCH; PUSCH, 1985), (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987), (LAKE, 1989), (SORBIE, 1991)).

A partir da separação do sistema (3.21) - (3.22) em (3.24) - (3.25) é possível calcular a adsorção no meio poroso.

$$\bar{a} = a^I + c(1, \varphi) \varphi - \int_0^\varphi c(1, \varphi) d\varphi \quad (4.1)$$

A dedução de (4.1) encontra-se no Apêndice A.

Nas Tabelas (4.1) e (4.2) são relatados os valores de adsorção publicados e calculados nesse trabalho levando em consideração o volume poroso inacessível (VI). Em (SAUL; PEACEMAN; SANDVIK, 1975) e (MELO et al., 2002) os valores do VI foram determinados experimentalmente, já em (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978) e (ZHENG et al.,

Tabela 4.1: Dados comparativos de adsorção.

Figuras	Conc. Inj. (ppm)	Artigo	Esse Trabalho	VI (%)
B.1	300	125 lb/acre-ft	158,4 lb/acre-ft	32
B.2	51,4	$2,45 \cdot 10^{-6}$ g/g rocha	$1,4 \cdot 10^{-6}$ g/g rocha	30
B.3	200,6	2,5	7,23	30
B.4	250	4,01	4,68	30
B.5	750	5,48	5,63	30
B.9	500	100	40	15
B.10	500	50	42	20
B.11	500	50	62	10
B.12	1000	90	78	15
B.13	1000	90	140	10

Tabela 4.2: Descrição dos casos analisados.

Figuras	Fonte	Descrição
B.1	(SAUL; PEACEMAN; SANDVIK, 1975)	Injeção de 300 ppm
B.2	(SHAH; WILHITE; GREEN, 1978)	Injeção de 51,4 ppm
B.3	(SHAH; WILHITE; GREEN, 1978)	Injeção de 200,6 ppm
B.4	(ZHENG et al., 2000)	Injeção de 250 ppm
B.5	(ZHENG et al., 2000)	Injeção de 750 ppm
B.9	(MELO et al., 2002)	Injeção de 500 ppm (Amostra D, reservatório Buracica)
B.10	(MELO et al., 2002)	Injeção de 500 ppm (Amostra E, reservatório Canto do Amaro)
B.11	(MELO et al., 2002)	Injeção de 500 ppm (Amostra F, reservatório Canto do Amaro)
B.12	(MELO et al., 2002)	Injeção de 1000 ppm (Amostra A, reservatório Carmópolis)
B.13	(MELO et al., 2002)	Injeção de 1000 ppm (Amostra B, reservatório Carmópolis)

2000) não. Nesse caso adotamos o valor de 30 %.

A técnica proposta nesse trabalho para a determinação das curvas de adsorção e do valor da quantidade retida no meio poroso é validada de acordo com os valores descritos na Tabela (4.1), casos B.1, B.4, B.5, B.10, B.11, B.12. Os demais resultados apresentam variações mais significativas. Essas discrepâncias podem ser atribuídas ao método de determinação da adsorção utilizado nos artigos, adsorção estática. A adsorção estática é realizada através do contato de uma solução polimérica com uma amostra de rocha não consolidada, até que a concentração do polímero se torne constante, o que proporciona valores maiores de adsorção.

A partir de dados de concentração no efluente é possível determinar a forma da isoterma de adsorção através da expressão (4.1). Nas Figuras (4.1) a (4.13) são apresentadas as isotermas de adsorção calculadas a partir de dados de concentração no efluente (Apêndice B e Tabela (4.1)).

A técnica proposta neste trabalho permite a determinação da isoterma de adsorção e quantidade adsorvida a partir do histórico de concentração no efluente, uma vez conhecido o volume poroso inacessível.

Os coeficientes de correlação para as curvas (r^2) encontram-se na Tabela (4.3). Foram ajustadas equações para as isotermas de adsorção encontradas e o modelo que melhor se ajustou foi polinômio de segundo grau.

Tabela 4.3: Ajustes.

Figura	r^2
4.1	0,9915
4.2	0,9998
4.3	0,9999
4.4	0,9994
4.5	0,9998
4.6	0,9999
4.7	1,0000
4.8	0,9999
4.9	0,9970
4.10	0,9941
4.11	0,997
4.12	0,9992
4.13	0,9991

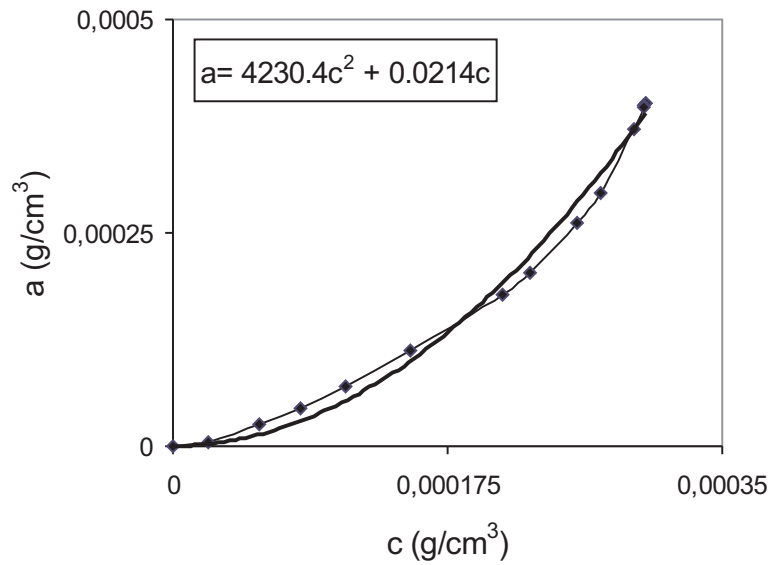


Figura 4.1: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.1), concentração de injeção 300 ppm (SAUL; PEACEMAN; SANDVIK, 1975).

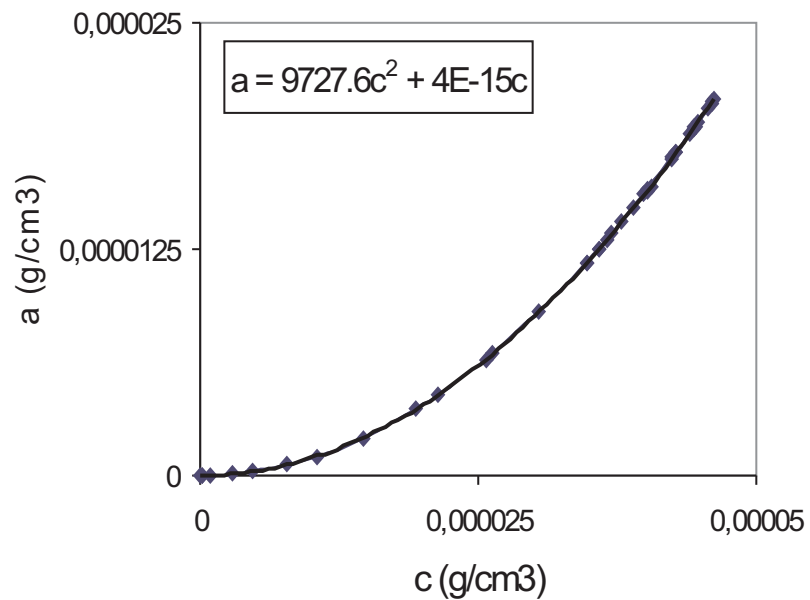


Figura 4.2: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.2), concentração de injeção 51,4 ppm (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978).

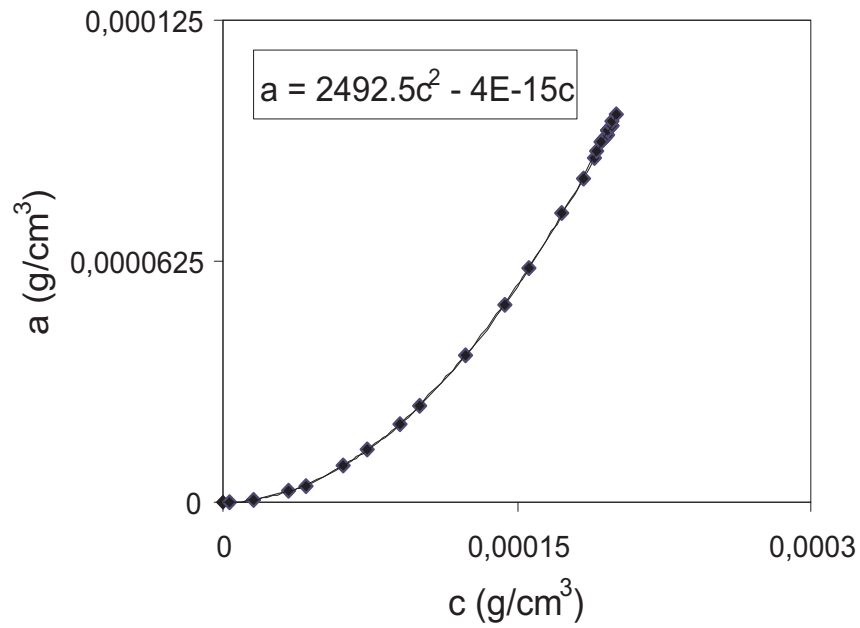


Figura 4.3: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.3), concentração de injeção 200,6 ppm (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978).

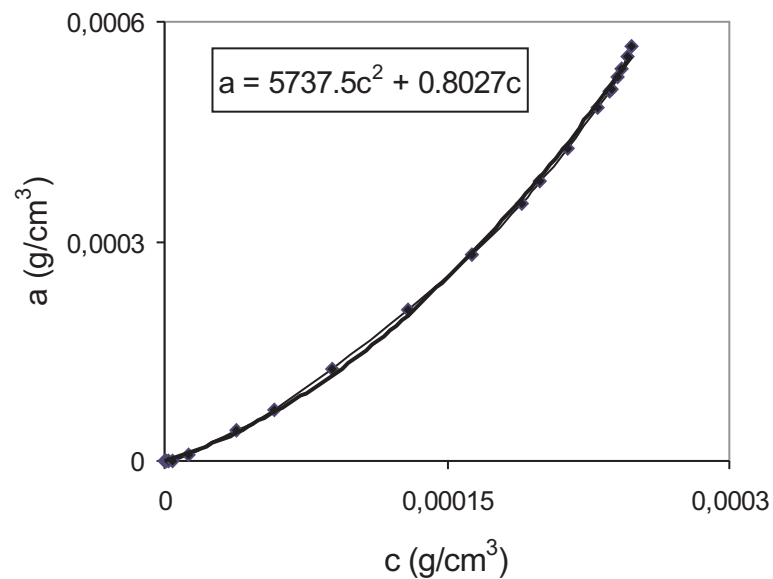


Figura 4.4: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.4), concentração de injeção 250 ppm (ZHENG et al., 2000).

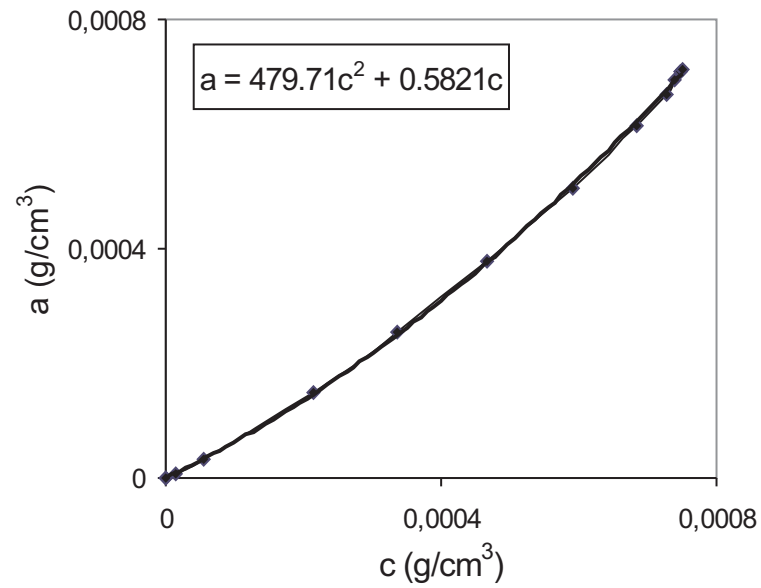


Figura 4.5: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.5), concentração de injeção 750 ppm (ZHENG et al., 2000).

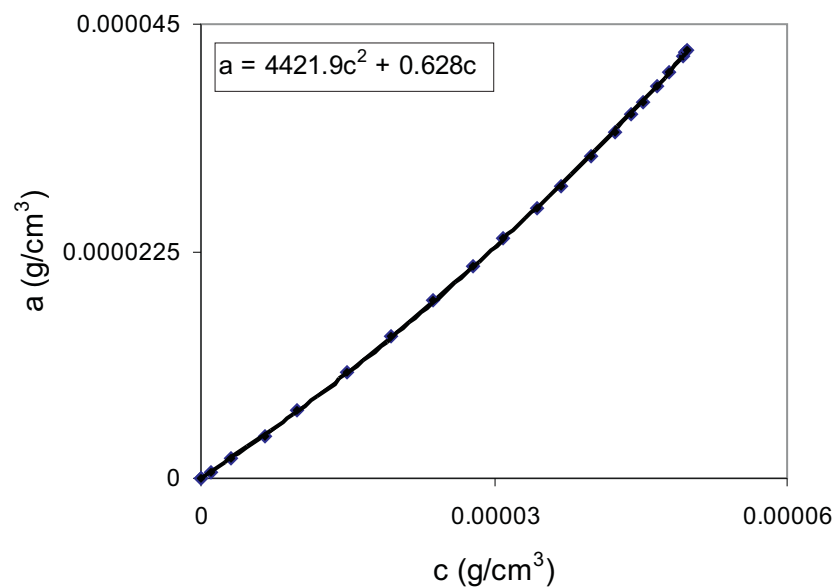


Figura 4.6: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.6), concentração de injeção 50 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).

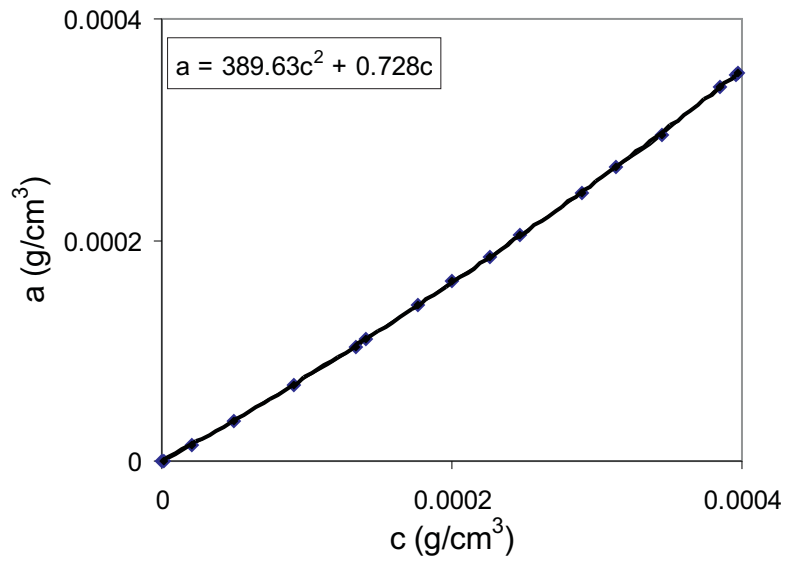


Figura 4.7: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.7), concentração de injeção 400 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).

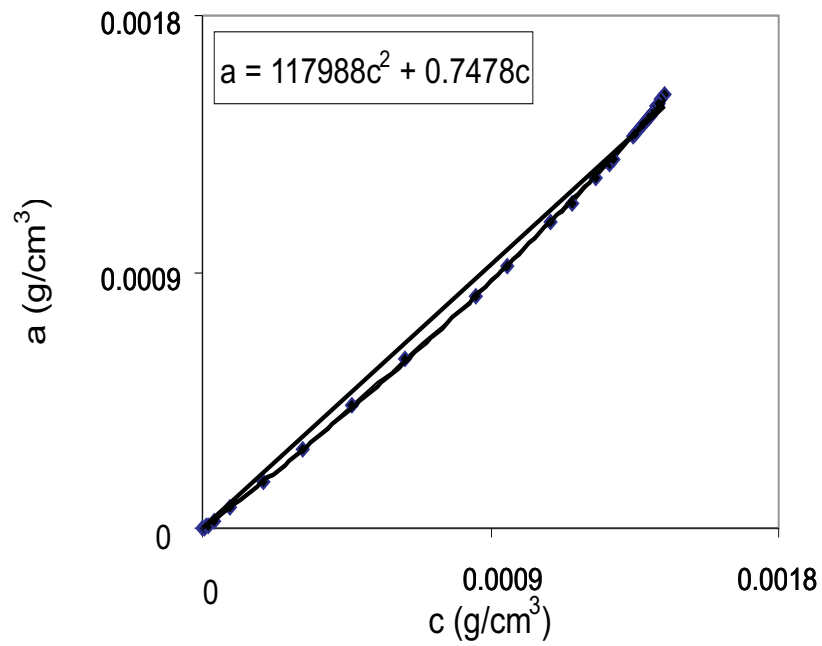


Figura 4.8: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.8), concentração de injeção 1600 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).

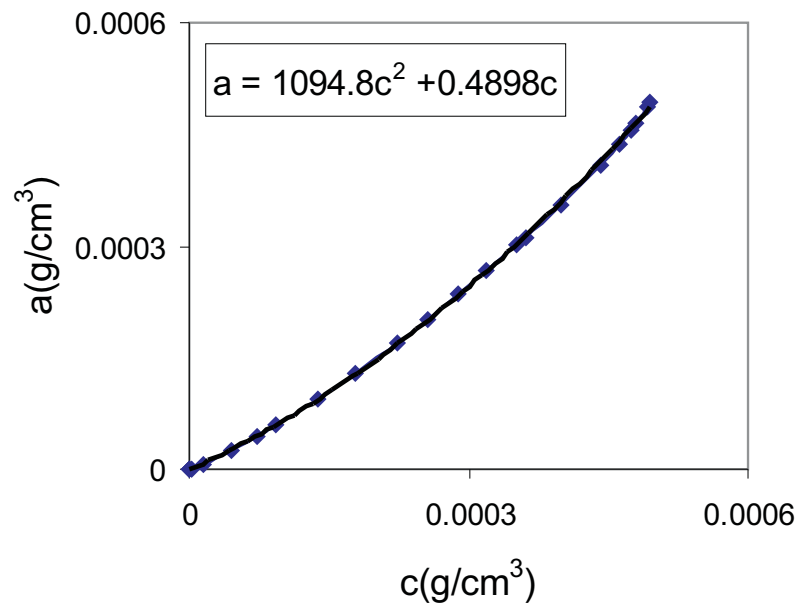


Figura 4.9: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.9), concentração de injeção 500 ppm, amostra "D" reservatório Buracica (MELO et al., 2002).

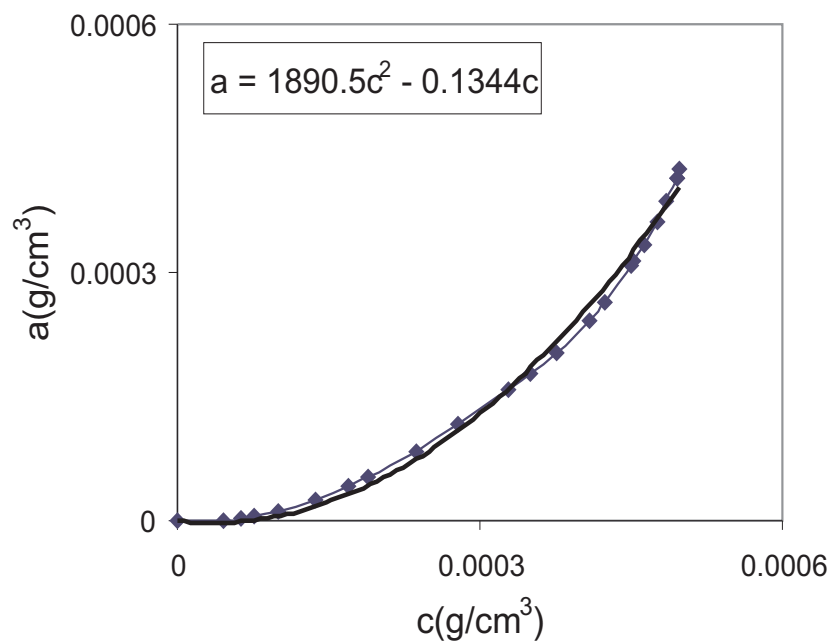


Figura 4.10: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.10), concentração de injeção 500 ppm, amostra "E" reservatório Canto do Amaro (MELO et al., 2002).

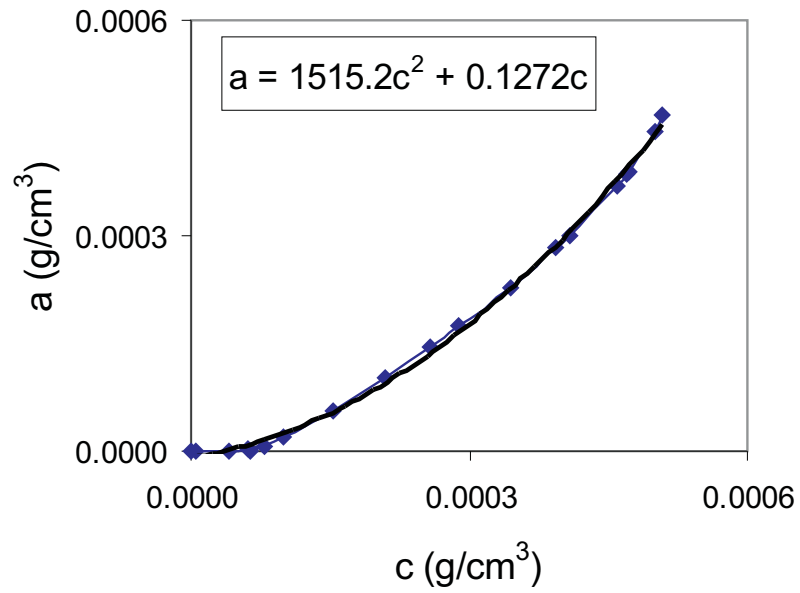


Figura 4.11: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.11), concentração de injeção 500 ppm, amostra “F” reservatório Canto do Amaro (MELO et al., 2002).

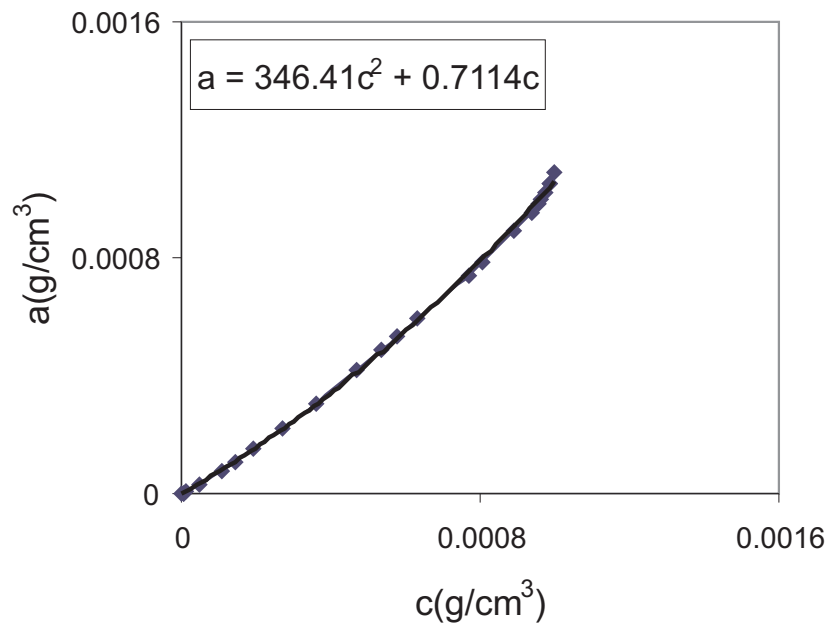


Figura 4.12: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.12), concentração de injeção 1000 ppm, amostra “A” reservatório Carmópolis (MELO et al., 2002).

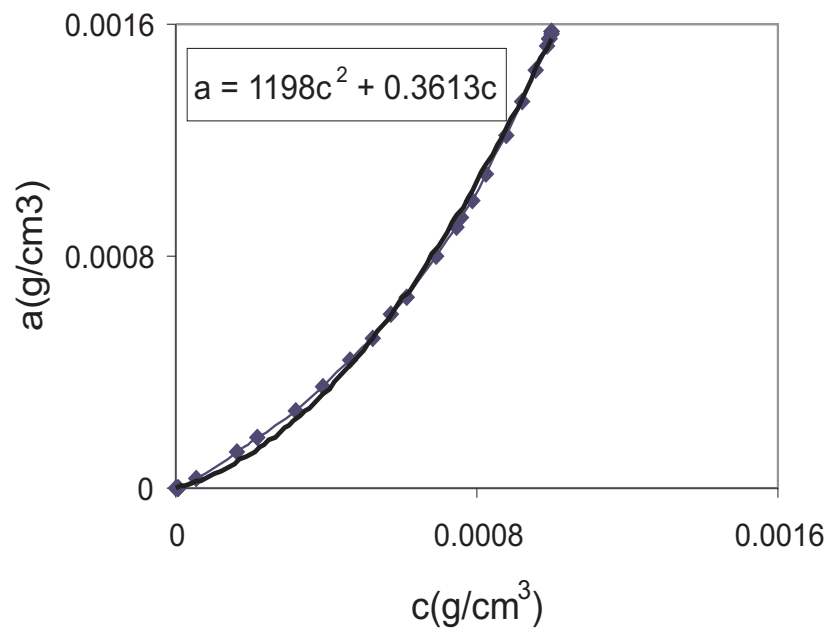


Figura 4.13: Isotherma de adsorção calculada a partir da Figura (B.13), concentração de injeção 1000 ppm, amostra “B” reservatório Carmópolis (MELO et al., 2002).

Capítulo 5

Injeção de Água com Produtos Químicos na Presença de Sais

Neste capítulo são descritas as equações que modelam a injeção de água contendo um polímero na presença de sal. Este método de recuperação avançada (EOR) consiste na adição de polímeros à água que será injetada no reservatório com a finalidade de diminuir sua mobilidade. O resultado é o aumento da viscosidade da fase aquosa, resultando assim em uma diminuição da mobilidade à água. Este fenômeno aumenta a recuperação de óleo, uma vez que aumenta a quantidade de hidrocarbonetos varridos durante a passagem da água com polímero pelo reservatório (LAKE, 1989).

As três equações a seguir descrevem a conservação do volume de água, conservação da massa do polímero e conservação do sal (que não adsorve), para o caso de injeção de um polímero na presença de sal:

$$\frac{\partial s}{\partial T} + \frac{\partial f(s, c)}{\partial X} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial (cs + a(c, \gamma))}{\partial T} + \frac{\partial cf(s, c)}{\partial X} = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial (\gamma s)}{\partial T} + \frac{\partial \gamma f(s, c)}{\partial X} = 0 \quad (5.3)$$

onde c é a concentração do polímero em solução, γ é a concentração de sal, a é a quantidade adsorvida, s é a saturação de água e f é a função fluxo fracionário de água.

Os autovalores desse sistema são:

$$\Lambda_I = \frac{f}{s} \quad (5.4)$$

$$\Lambda_{II} = \frac{f}{s + \frac{\partial a}{\partial c}} \quad (5.5)$$

$$\Lambda_{III} = \frac{\partial f}{\partial s} \quad (5.6)$$

Introduzindo o potencial $d\varphi = fdT - sdX$ chegamos ao seguinte conjunto de equações:

$$f \frac{\partial s}{\partial \varphi} - s \frac{\partial f}{\partial \varphi} + \frac{\partial f}{\partial X} = 0 \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial a(c, \gamma)}{\partial \varphi} + \frac{\partial c}{\partial X} = 0 \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial X} = 0 \quad (5.9)$$

É importante ressaltar que o sal não adsorve mas altera a curva de adsorção do polímero.

O sistema formado pelas equações (5.8) e (5.9) é chamado de sistema auxiliar ao sistema (5.1), (5.2) e (5.3) e a equação (5.7) denomina-se equação do levantamento.

A injeção contínua de água contendo polímeros é modelada através do seguinte problema de valor inicial e de contorno

$$\begin{cases} T = 0, X > 0 & s = s^I, c = c^I, \gamma = \gamma^I \\ X = 0, T > 0 & f = f^J, c = c^J, \gamma = \gamma^J \end{cases} \quad (5.10)$$

e corresponde ao seguinte problema para o sistema auxiliar

$$\begin{cases} T = 0, X > 0 & \varphi = -s^I X & s = s^I, c = c^I, \gamma = \gamma^I \\ X = 0, T > 0 & \varphi = f^J T & f = f^J, c = c^J, \gamma = \gamma^J \end{cases} \quad (5.11)$$

onde I e J indicam as condições inicial e de injeção, respectivamente.

As velocidades das ondas de choque do sistema auxiliar estão ligadas às velocidades das ondas do sistema geral através de (PIRES, 2003):

$$D = \frac{f}{s + V} \quad (5.12)$$

Os autovalores do sistema geral e auxiliar estão relacionados pela seguinte equação:

$$\Lambda_i(s, c) = \frac{f}{s + \lambda_i(c)}, \quad i = 1, 2 \quad (5.13)$$

Os autovalores do sistema auxiliar (5.8) - (5.9) são:

$$\lambda_I = 0 \quad (5.14)$$

$$\lambda_{II} = \frac{\partial a}{\partial c} \quad (5.15)$$

Neste trabalho será utilizada a seguinte isoterma de adsorção (JOHAN et al., 2004):

$$a(c, \gamma) = \frac{\alpha c}{1 + \beta c} \quad (5.16)$$

onde $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2\gamma$, c é a concentração do polímero e γ é a concentração de sal.

A partir dessa isoterma de adsorção as invariantes de Riemann do sistema auxiliar são:

$$R_1 = \gamma = \text{constante} \quad (5.17)$$

$$R_2 = \ln \frac{c(\alpha_1 + \alpha_2\gamma)}{1 + \beta c} = \text{constante} = a(c) \quad (5.18)$$

onde R_1 e R_2 são a primeira e segunda invariantes de Riemann, respectivamente.

Nesta parte do trabalho serão apresentadas soluções para as diversas combinações possíveis entre as concentrações de polímero e sal, conforme Tabela (5.1). É importante ressaltar que a solução do sistema auxiliar sempre apresenta um choque com velocidade zero (5.14), que está associado à segunda invariante de Riemann (5.18).

A existência e unicidade das soluções, bem como a estabilidade do choque para o sistema auxiliar e sua relação com o sistema geral já foi provada (PIRES, 2003).

Tabela 5.1: Combinações entre as concentrações de polímero e sal.

Caso	Combinações das Concentrações
I	$c^J > c^I > c^A$
II	$c^J > c^A > c^I$
III	$c^I > c^J > c^A$
IV	$c^I > c^A > c^J$
V	$c^A > c^J > c^I$
VI	$c^A > c^I > c^J$

5.1 Caso I

O caminho da solução $C(\eta = \frac{\varphi}{X})$ do problema auxiliar corresponde à união entre os pontos c^I e c^J da isoterma de adsorção, conforme apresentado nas figuras (5.1) e (5.2). Sua fórmula estrutural pode ser representada por:

$$I \rightarrow A \rightarrow J \quad (5.19)$$

onde o símbolo " \rightarrow " indica choque e " $-$ " indica rarefação.

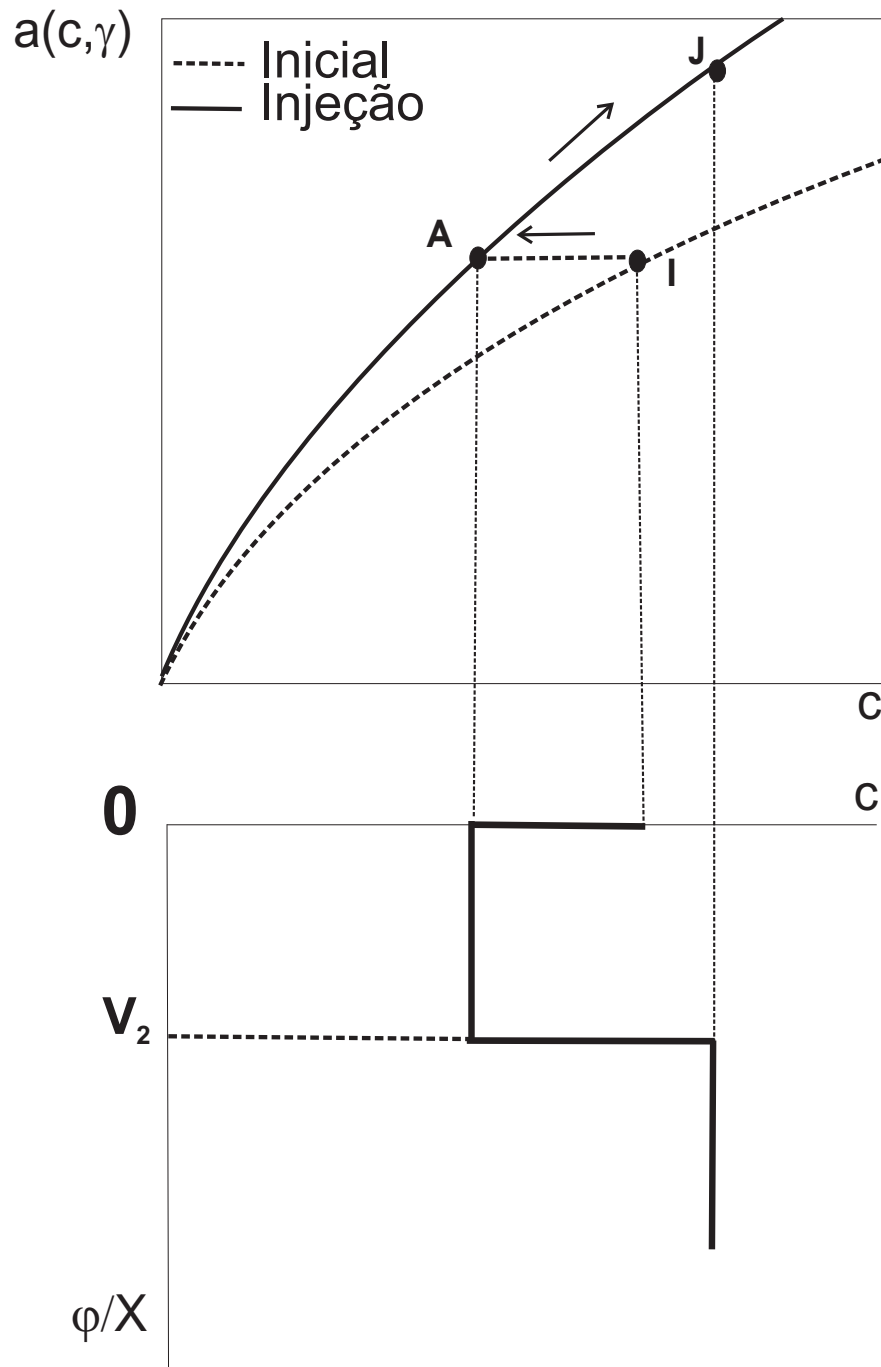


Figura 5.1: Solução do problema auxiliar: $c^J > c^I > c^A$.

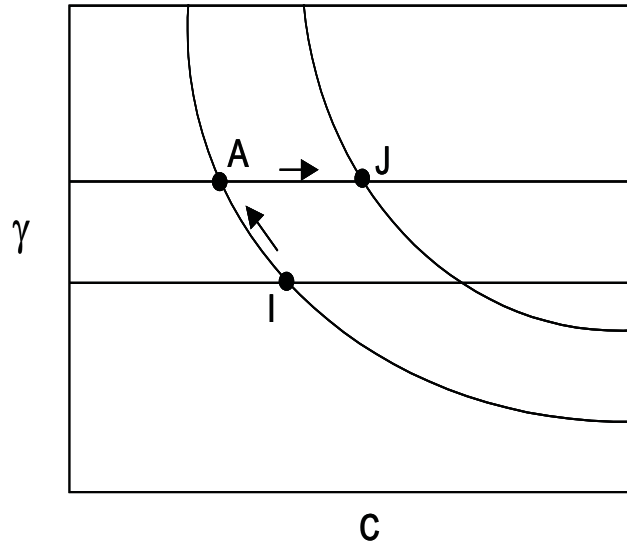


Figura 5.2: Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^J > c^I > c^A$.

Na Figura (5.2) o caminho da solução une os pontos I e A através da segunda invariante de Riemann (5.18), esse trecho da solução é formado por um choque (chamado de salto de salinidade) regido pelo primeiro autovalor do sistema auxiliar (5.14).

Os pontos A e J são ligados através da primeira invariante de Riemann (5.17), onde a concentração de sal é constante. Neste caso pode ocorrer tanto um choque como uma rarefação dependendo da variação de $\frac{da}{dc}$.

A solução geral do sistema auxiliar é:

$$\Gamma\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} \gamma^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ \gamma^J & V_1 < \eta \leq +\infty \end{cases} \quad (5.20)$$

$$C\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} c^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ c^A & V_1 < \eta \leq V_2 \\ c^J & V_2 < \eta < +\infty \end{cases} \quad (5.21)$$

onde V_1 e V_2 são calculados através de: $V_1 = \frac{a(c^A) - a(c^I)}{c^A - c^I}$ e $V_2 = \frac{a(c^J) - a(c^A)}{c^J - c^A}$. A concentração no ponto intermediário c^A é determinada através da igualdade da segunda invariante de Riemann nos pontos I e A , e a concentração de sal neste ponto é a mesma da condição de injeção ($\gamma^A = \gamma^J$).

$$c^A = \frac{c^I(\alpha_1 + \alpha_2\gamma^I)}{(\alpha_1 + \alpha_2\gamma^J) + \beta c^I \alpha_2(\gamma^J - \gamma^I)} \quad (5.22)$$

Para a solução do problema geral, é necessário gerar curvas de fluxo fracionário para cada combinação de concentração de polímero e de sal. Na Figura (5.3) encontra-se a solução do problema geral para esse caso.

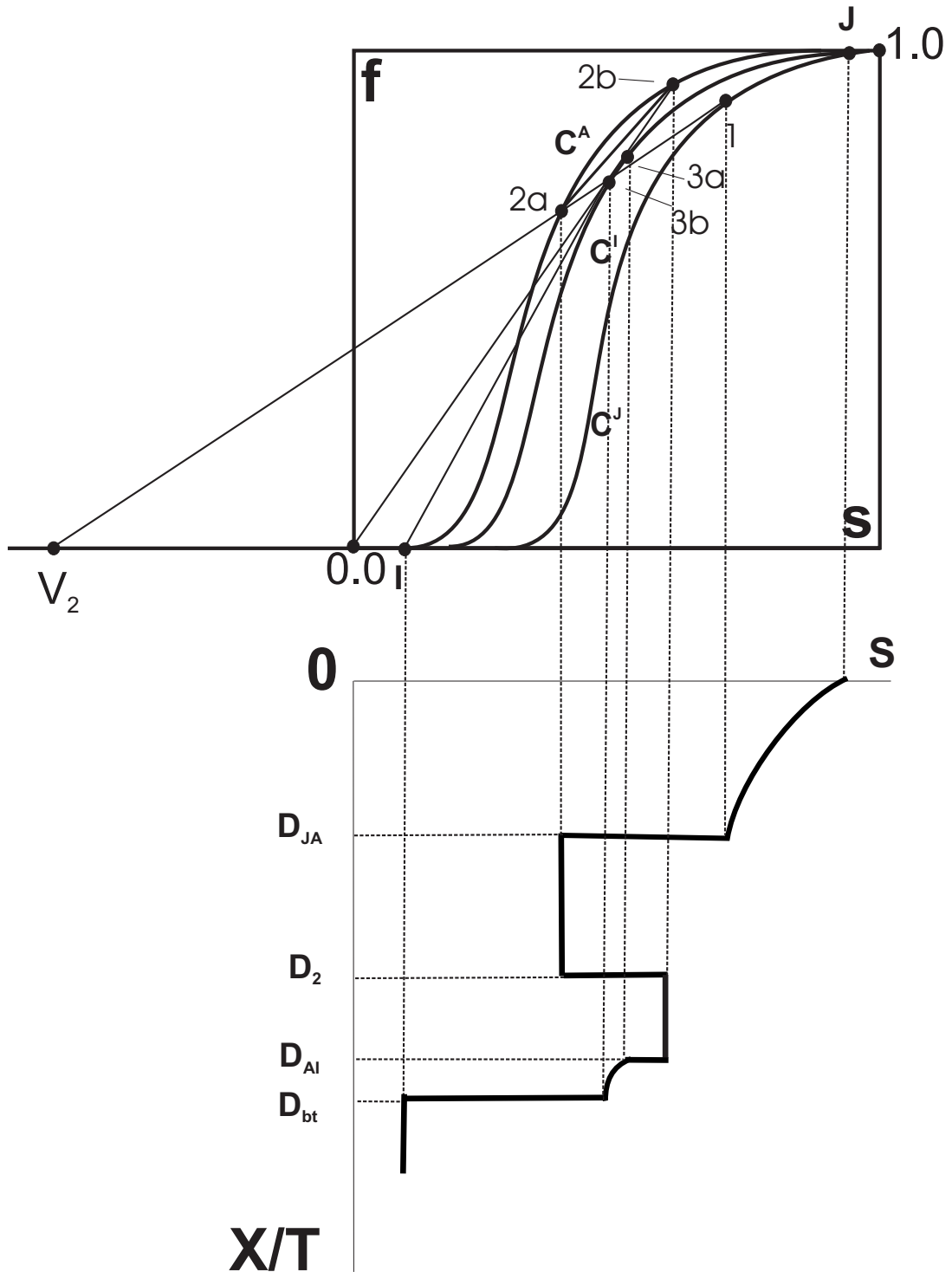


Figura 5.3: Solução do sistema geral: $c^J > c^I > c^A$.

O caminho da solução do sistema geral é:

$$J - 1 \rightarrow 2a \rightarrow 2b \rightarrow 3a - 3b \rightarrow I \quad (5.23)$$

A solução auto similar do sistema geral é dada por:

$$\Gamma\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} \gamma^J & 0 < \xi < D_{AI} \\ \gamma^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.24)$$

$$C\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} c^J & 0 < \xi < D_{JA} \\ c^A & D_{JA} < \xi < D_{AI} \\ c^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.25)$$

$$S\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} s_j(\xi) & 0 < \xi \leq D_{JA} \\ s^{(2a)} & D_{JA} < \xi \leq D_2 \\ s^{(2b)} & D_2 < \xi \leq D_{AI} \\ s_i(\xi) & D_{AI} < \xi \leq D_{bt} \\ s^{(I)} & D_{bt} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.26)$$

onde

Tabela 5.2: Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^J > c^I > c^A$.

Símbolo	Valor
D_{JA}	$\frac{f(s^{(1)}, c^J)}{s^{(1)} + V_2} = \frac{\partial f(s^{(1)}, c^J)}{\partial s} = \frac{f(s^{(2a)}, c^A)}{s^{(2a)} + V_2}$
D_2	$\frac{f(s^{(2b)}, c^A) - f(s^{(2a)}, c^A)}{s^{(2b)} - s^{(2a)}}$
D_{AI}	$\frac{f(s^{(2b)}, c^A)}{s^{(2b)}} = \frac{\partial f(s^{(3a)}, c^I)}{\partial s} = \frac{f(s^{(3a)}, c^I)}{s^{(3a)}}$
D_{bt}	$\frac{f(s^{(3b)}, c^I)}{s^{(3b)} - s^{(I)}} = \frac{\partial f(s^{(3b)}, c^I)}{\partial s}$

As rarefações $s_j(\xi)$ e $s_i(\xi)$ são calculadas a partir de $\xi = \frac{\partial f(s, c^J)}{\partial s}$ e $\xi = \frac{\partial f(s, c^I)}{\partial s}$, nas curvas de fluxo fracionário com concentração de polímero de injeção e inicial, respectivamente.

5.2 Caso II

Na Figura (5.4) está demonstrado o caminho da solução do sistema auxiliar para esse caso e na Figura (5.5) é representado o caminho da solução através do diagrama de fases.

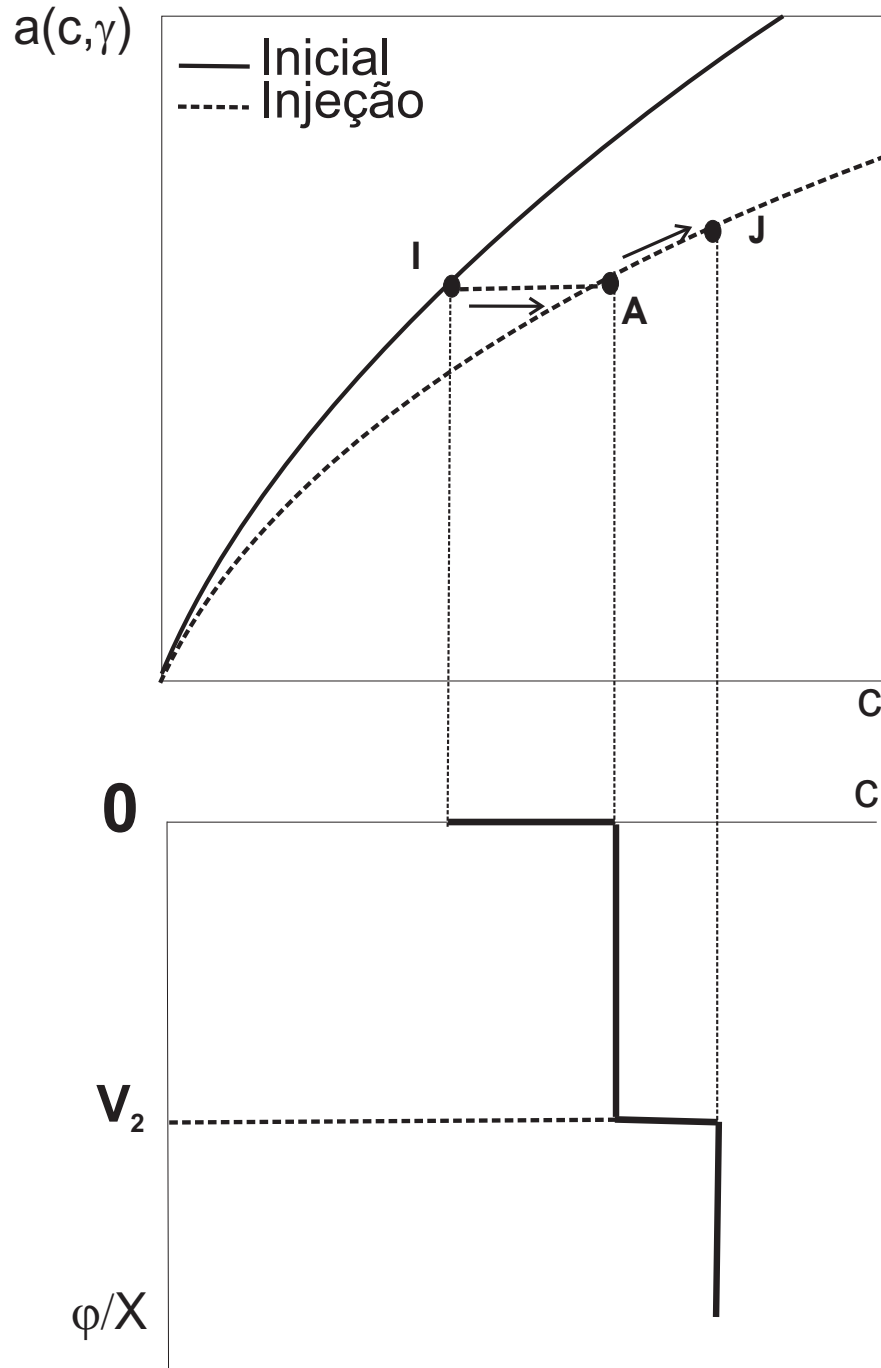


Figura 5.4: Solução do problema auxiliar: $c^J > c^A > c^I$.

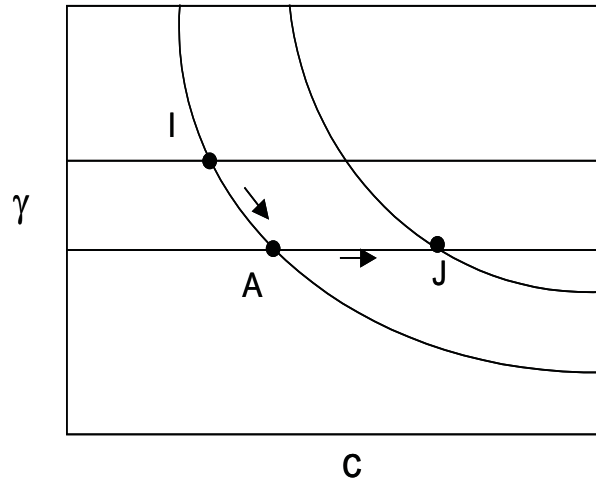


Figura 5.5: Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^J > c^A > c^I$.

Na figura (5.5) o caminho da solução une os pontos I e A através do primeiro choque como descrito no caso I. Entre os pontos A e J ocorre o segundo choque onde $\gamma = cte$.

A solução geral do sistema auxiliar é dada por:

$$\Gamma(\eta = \frac{\varphi}{X}) = \begin{cases} \gamma^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ \gamma^J & V_1 < \eta \leq +\infty \end{cases} \quad (5.27)$$

$$C(\eta = \frac{\varphi}{X}) = \begin{cases} c^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ c^A & V_1 < \eta \leq V_2 \\ c^J & V_2 < \eta < +\infty \end{cases} \quad (5.28)$$

Os valores de V_1 e V_2 são calculados através das equações descritas no caso I e c^A é a concentração no ponto intermediário, calculado conforme a equação (5.22).

A fórmula estrutural da solução desse problema pode ser representada por:

$$I \rightarrow A \rightarrow J \quad (5.29)$$

Na Figura (5.6) encontra-se a solução do problema geral para essa combinação de concentrações de polímero e sal.

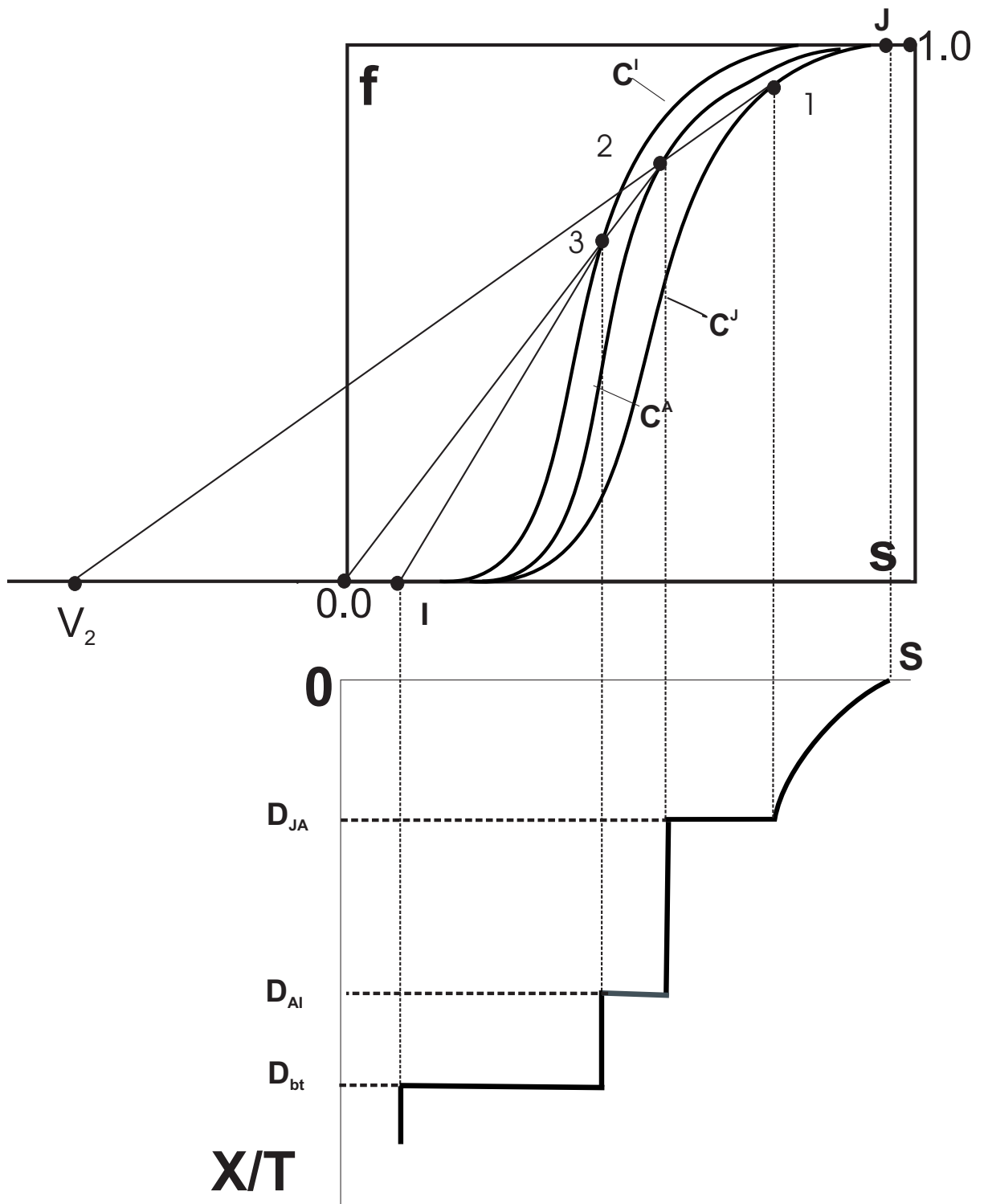


Figura 5.6: Solução do sistema geral: $c^J > c^A > c^I$.

O caminho da solução do sistema geral é:

$$J - 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow I \quad (5.30)$$

A solução auto similar do sistema geral dada por:

$$\Gamma\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} \gamma^J & 0 < \xi < D_{AI} \\ \gamma^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.31)$$

$$C\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} c^J & 0 < \xi < D_{JA} \\ c^A & D_{JA} < \xi < D_{AI} \\ c^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.32)$$

$$S\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} s_j(\xi) & 0 < \xi \leq D_{JA} \\ s^{(2)} & D_{JA} < \xi \leq D_{AI} \\ s^{(3)} & D_{AI} < \xi \leq D_{bt} \\ s^{(I)} & D_{bt} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.33)$$

Tabela 5.3: Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^J > c^A > c^I$.

Símbolo	Valor
D_{JA}	$\frac{f(s^{(1)}, c^J)}{s^{(1)} + V_2} = \frac{\partial f(s^{(1)}, c^J)}{\partial s} = \frac{f(s^{(2)}, c^A)}{s^{(2)} + V_2}$
D_{AI}	$\frac{f(s^{(2)}, c^A)}{s^{(2)}} = \frac{f(s^{(3)}, c^I)}{s^{(3)}}$
D_{bt}	$\frac{f(s^{(3)}, c^I)}{s^{(3)} - s^{(I)}}$

A rarefação $s_j(\xi)$ é calculada da mesma forma descrita anteriormente.

5.3 Caso III

O caminho da solução $C(\eta = \frac{\varphi}{X})$ e o caminho da solução em $a \times c$ são apresentados na Figura (5.7) e na Figura (5.8) está o diagrama de fases.

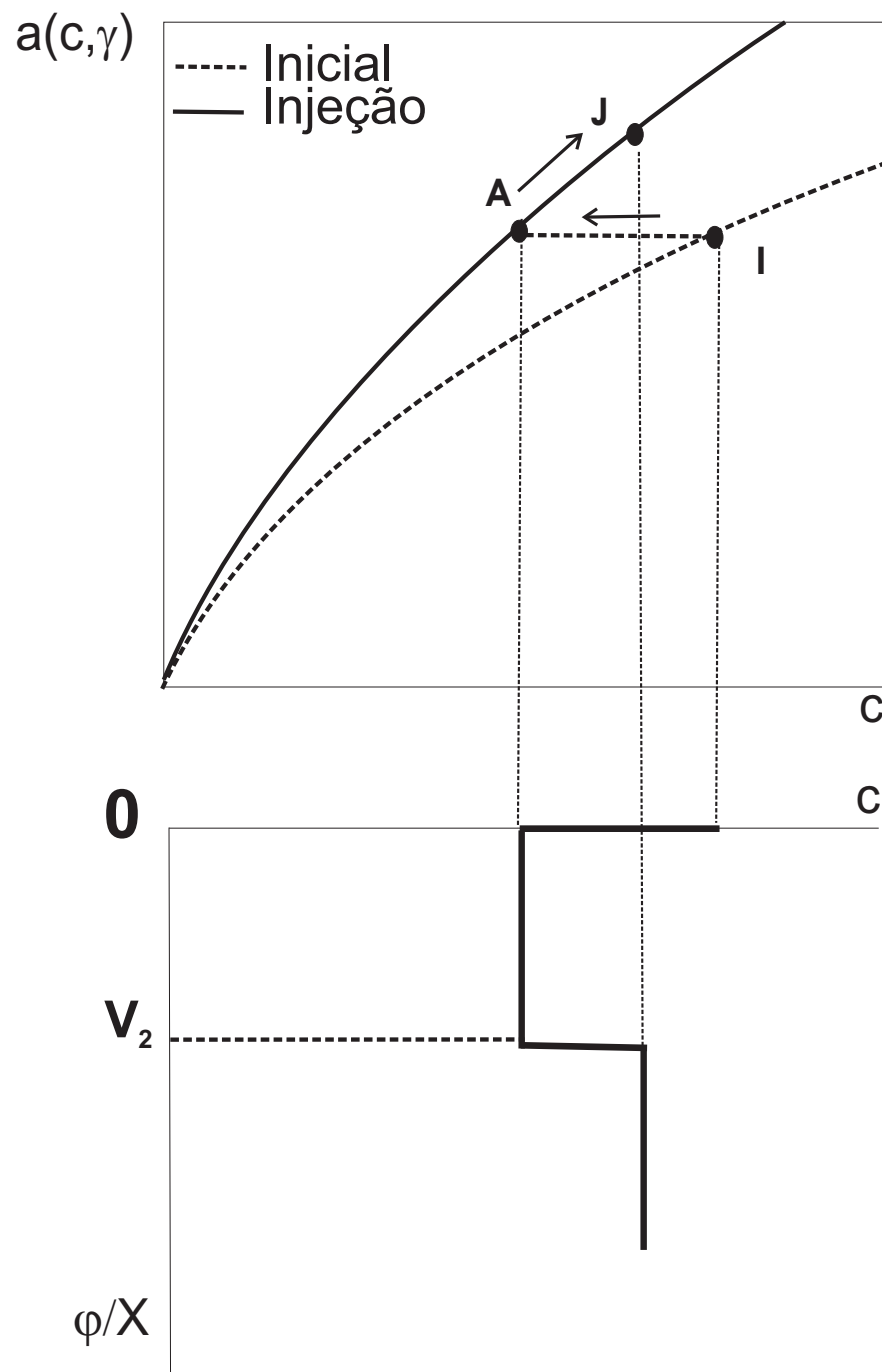


Figura 5.7: Solução do problema auxiliar: $c^I > c^J > c^A$.

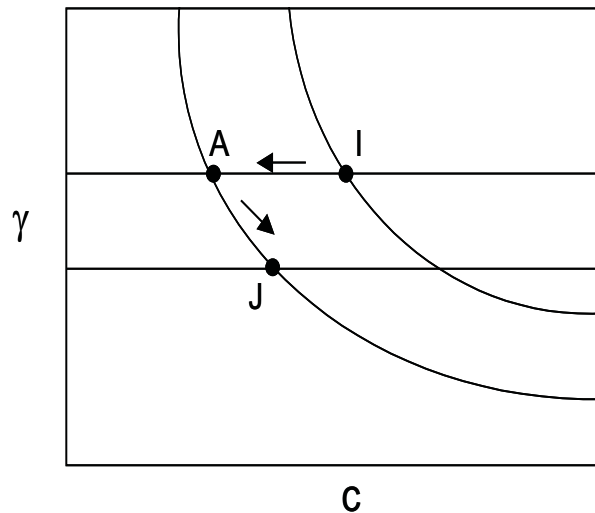


Figura 5.8: Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^I > c^J > c^A$.

Na Figura (5.8) pode ser encontrado o caminho da solução, composto por dois choques, um entre I e A (choque de salinidade) e outro entre A e J (forma análoga aos casos I e II).

A solução geral do sistema auxiliar é dada por:

$$\Gamma(\eta = \frac{\varphi}{X}) = \begin{cases} \gamma^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ \gamma^J & V_1 < \eta \leq +\infty \end{cases} \quad (5.34)$$

$$C(\eta = \frac{\varphi}{X}) = \begin{cases} c^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ c^A & V_1 < \eta \leq V_2 \\ c^J & V_2 < \eta < +\infty \end{cases} \quad (5.35)$$

Os valores de V_1 e V_2 são calculados através das equações descritas no caso I e c^A é a concentração no ponto intermediário, conforme apresentado na equação (5.22).

Sua fórmula estrutural pode ser representada por:

$$I \rightarrow A \rightarrow J \quad (5.36)$$

Para esta combinação de concentração de polímero o caminho da solução do sistema geral pode ser visto na Figura (5.9).

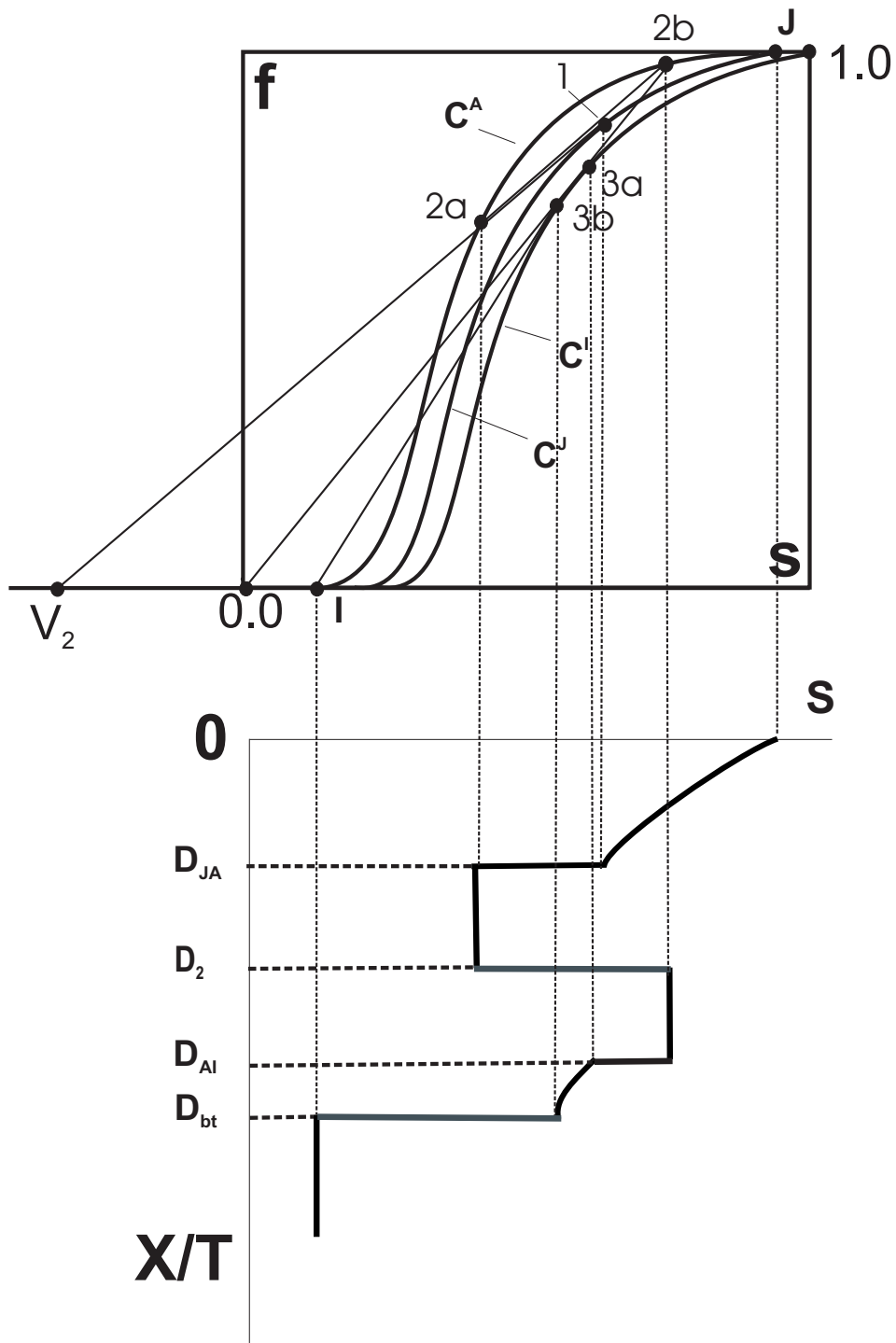


Figura 5.9: Solução do sistema geral: $c^I > c^J > c^A$.

O caminho da solução do sistema geral é :

$$J - 1 \rightarrow 2a \rightarrow 2b \rightarrow 3a - 3b \rightarrow I \tag{5.37}$$

A solução auto similar do sistema geral é dada por :

$$\Gamma(\xi = \frac{X}{T}) = \begin{cases} \gamma^J & 0 < \xi < D_{AI} \\ \gamma^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.38)$$

$$C(\xi = \frac{X}{T}) = \begin{cases} c^J & 0 < \xi < D_{JA} \\ c^A & D_{JA} < \xi < D_{AI} \\ c^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.39)$$

$$S(\xi = \frac{X}{T}) = \begin{cases} s_j(\xi) & 0 < \xi \leq D_{JA} \\ s^{(2a)} & D_{JA} < \xi \leq D_2 \\ s^{(2b)} & D_2 < \xi \leq D_{AI} \\ s_i(\xi) & D_{AI} < \xi \leq D_{bt} \\ s^{(I)} & D_{bt} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.40)$$

Tabela 5.4: Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^I > c^J > c^A$.

Símbolo	Valor
D_{JA}	$\frac{f(s^{(1)}, c^J)}{s^{(1)} + V_2} = \frac{\partial f(s^{(1)}, c^J)}{\partial s} = \frac{f(s^{(2a)}, c^A)}{s^{(2a)} + V_2}$
D_2	$\frac{f(s^{(2b)}, c^A) - f(s^{(2a)}, c^A)}{s^{(2b)} - s^{(2a)}}$
D_{AI}	$\frac{f(s^{(2b)}, c^A)}{s^{(2b)}} = \frac{\partial f(s^{(3a)}, c^I)}{\partial s} = \frac{f(s^{(3a)}, c^I)}{s^{(3a)}}$
D_{bt}	$\frac{f(s^{(3b)}, c^I)}{s^{(3b)} - s^{(I)}} = \frac{\partial f(s^{(3b)}, c^I)}{\partial s}$

As rarefações $s_j(\xi)$ e $s_i(\xi)$ são calculadas de forma análoga ao caso I.

5.4 Caso IV

Através da aplicação das condições inicial e de injeção para o caso $c^I > c^A > c^J$, o caminho da solução em $a \times c$ e o perfil de concentração são apresentados na Figura (5.10), na Figura (5.11) está o diagrama de fases.

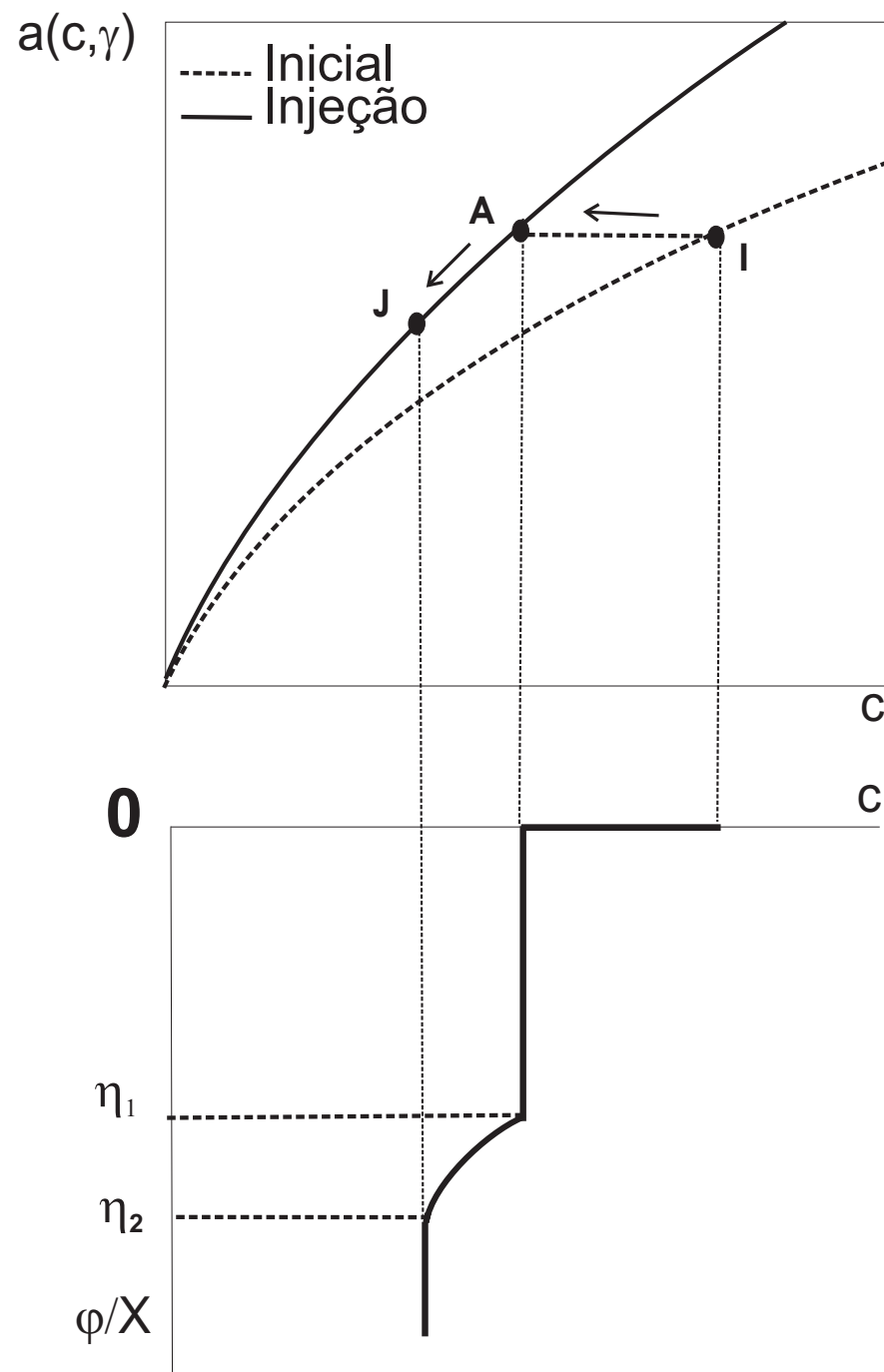


Figura 5.10: Solução do problema auxiliar: $c^I > c^A > c^J$.

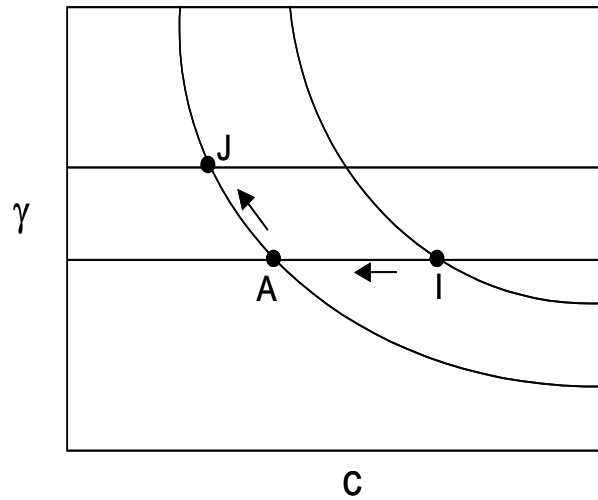


Figura 5.11: Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^I > c^A > c^J$.

Na Figura (5.11) o caminho da solução une os pontos I e A através da segunda invariante de Riemann (5.18), da mesma forma descrita anteriormente nos casos I, II e III. Já os pontos A e J são ligados por uma onda de rarefação.

A solução geral do sistema auxiliar é dada por:

$$\Gamma\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} \gamma^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ \gamma^J & V_1 < \eta \leq +\infty \end{cases} \quad (5.41)$$

$$C\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} c^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ c^A & V_1 < \eta < \eta_1 \\ c(\eta) & \eta_1 < \eta \leq \eta_2 \\ c^J & \eta_2 < \eta < +\infty \end{cases} \quad (5.42)$$

onde η_1 e η_2 indicam as velocidades das ondas de rarefação nos pontos A e J , calculadas a partir de $\eta = \frac{da}{dc}$.

Sua fórmula estrutural pode ser representada por:

$$I \rightarrow A - J \quad (5.43)$$

Para a solução do sistema geral relativa a esta combinação de concentrações de polí-

mero e sal o caminho da solução é apresentado na Figura (5.12).

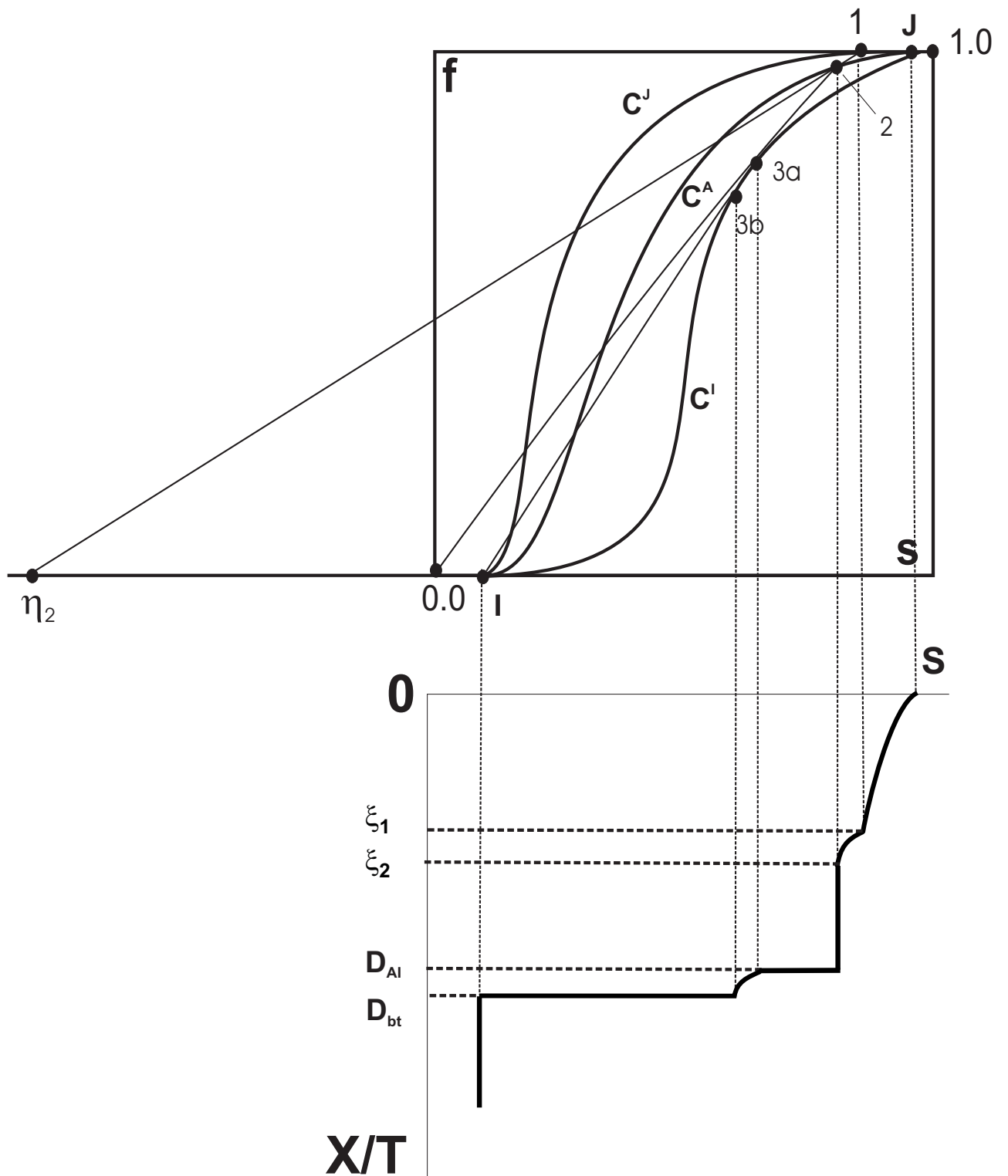


Figura 5.12: Solução do sistema geral: $c^I > c^A > c^J$.

O caminho da solução do sistema geral é :

$$J - 1 - 2 \rightarrow 3a - 3b \rightarrow I \quad (5.44)$$

A solução auto similar do sistema geral é dada por:

$$\Gamma(\xi = \frac{X}{T}) = \begin{cases} \gamma^J & 0 < \xi < D_{AI} \\ \gamma^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.45)$$

$$C(\xi = \frac{X}{T}) = \begin{cases} c^J & 0 < \xi < \xi_1 \\ c(\xi) & \xi_1 < \xi < \xi_2 \\ c^A & \xi_2 < \xi < D_{AI} \\ c^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.46)$$

$$S(\xi = \frac{X}{T}) = \begin{cases} s_j(\xi) & 0 < \xi \leq \xi_1 \\ s(\xi) & \xi_1 < \xi \leq \xi_2 \\ s^{(2)} & \xi_2 < \xi \leq D_{AI} \\ s_i(\xi) & D_{AI} < \xi \leq D_{bt} \\ s^{(I)} & D_{bt} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.47)$$

Tabela 5.5: Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^I > c^A > c^J$.

Símbolo	Valor
ξ_2	$\frac{f(s^{(2)}, c^A)}{s^{(2)} + \eta_2}$
D_{AI}	$\frac{\partial f(s^{(3a)}, c^I)}{\partial s} = \frac{f(s^{(2)}, c^A)}{s^{(2)}} = \frac{f(s^{(3a)}, c^I)}{s^{(3a)}}$
D_{bt}	$\frac{f(s^{(3b)}, c^I)}{s^{(3b)} - s^{(I)}} = \frac{\partial f(s^{(3b)}, c^I)}{\partial s}$

As rarefações $s_i(\xi)$ e $s_j(\xi)$ são calculadas da mesma forma descrita anteriormente. A rarefação $s(\xi)$ é calculada a partir de $\frac{df}{ds} = \xi = \frac{f}{s + \frac{da(\eta)}{dc}}$.

5.5 Caso V

Aplicando as condições inicial e de injeção para este caso o caminho da solução é apresentado na Figura (5.13) e na Figura (5.14) está o diagrama de fases.

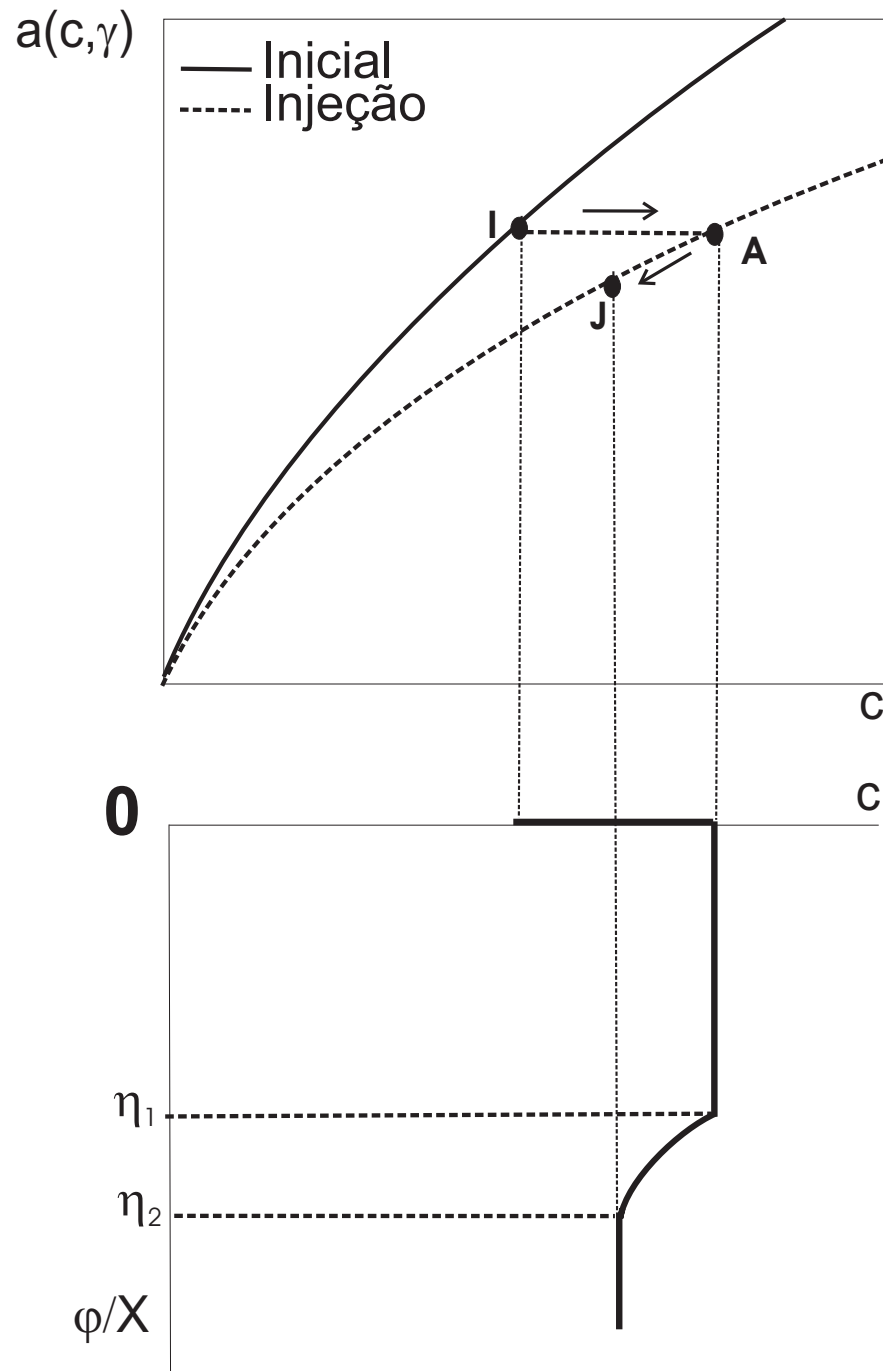


Figura 5.13: Solução do problema auxiliar: $c^A > c^J > c^I$.

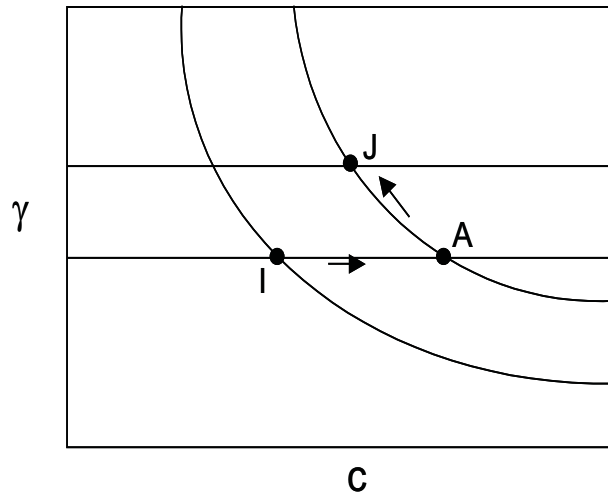


Figura 5.14: Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^A > c^J > c^I$.

Na Figura (5.14) o caminho da solução une os pontos I e A da mesma forma que no caso IV (primeiro um choque (salinidade) e em seguida rarefação).

A solução geral do sistema auxiliar é dada por:

$$\Gamma\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} \gamma^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ \gamma^J & V_1 < \eta \leq +\infty \end{cases} \quad (5.48)$$

$$C\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} c^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ c^A & V_1 < \eta < \eta_1 \\ c(\eta) & \eta_1 < \eta \leq \eta_2 \\ c^J & \eta_2 < \eta < +\infty \end{cases} \quad (5.49)$$

onde η_1 e η_2 indicam o inverso das velocidades das ondas de rarefação nos pontos A e J , calculadas como no caso IV.

Sua fórmula estrutural pode ser representada por:

$$I \rightarrow A - J \quad (5.50)$$

Na Figura (5.15) está apresentada a solução do problema geral para o caso $c^A > c^J > c^I$.

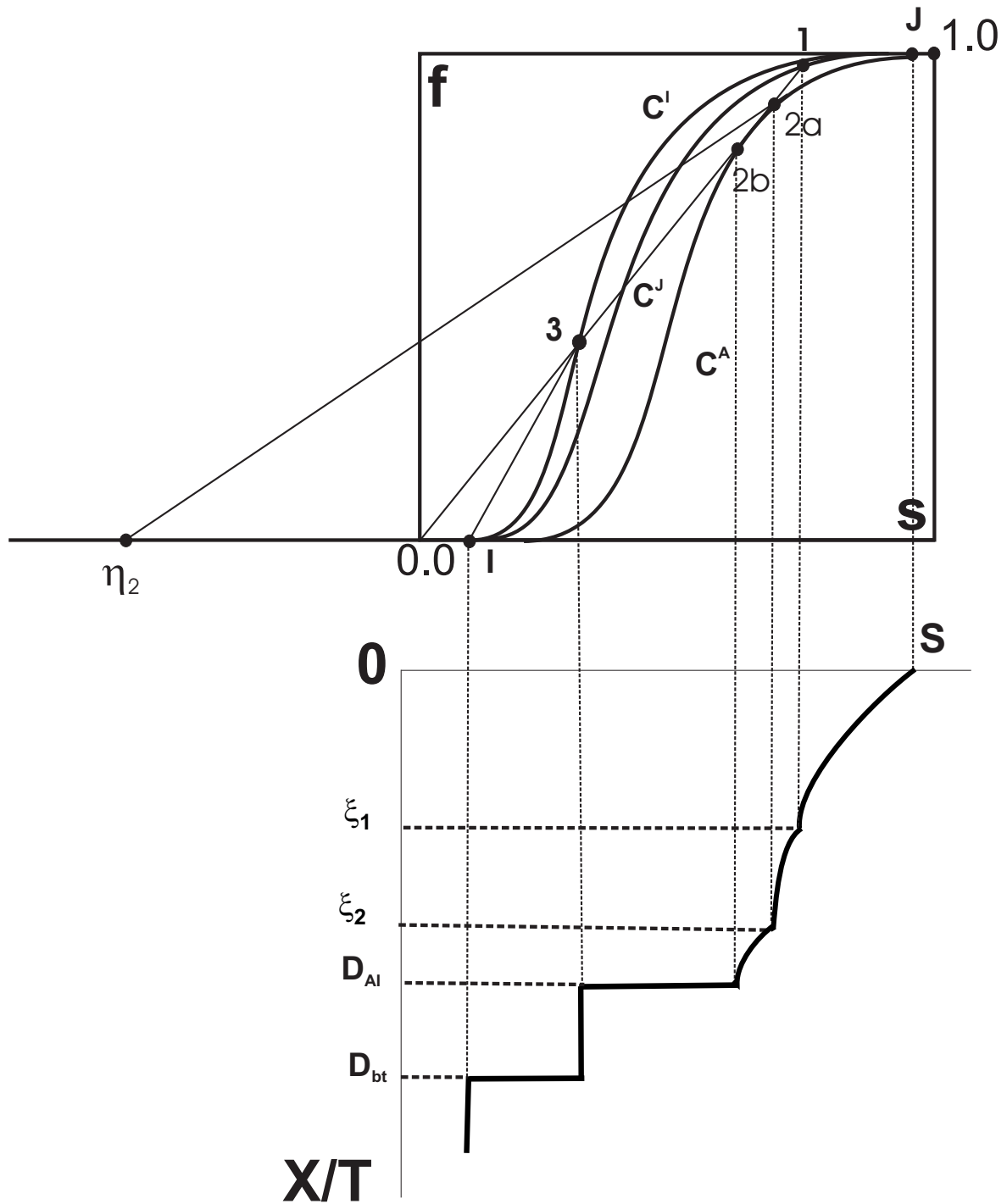


Figura 5.15: Solução do sistema geral: $c^A > c^J > c^I$.

O caminho da solução do sistema geral é:

$$J - 1 - 2a - 2b \rightarrow 3 \rightarrow I \quad (5.51)$$

A solução do sistema geral auto similar é dada por:

$$\Gamma\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} \gamma^J & 0 < \xi < D_{AI} \\ \gamma^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.52)$$

$$C\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} c^J & 0 < \xi < \xi_1 \\ c(\xi) & \xi_1 < \xi < \xi_2 \\ c^A & \xi_2 < \xi < D_{AI} \\ c^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.53)$$

$$S\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} s_j(\xi) & 0 < \xi \leq \xi_1 \\ s(\xi) & \xi_1 < \xi \leq \xi_2 \\ s_a(\xi) & \xi_2 < \xi \leq D_{AI} \\ s^{(3)} & D_{AI} < \xi \leq D_{bt} \\ s^{(I)} & D_{bt} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.54)$$

Tabela 5.6: Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^A > c^J > c^I$.

Símbolo	Valor
ξ_2	$\frac{f(s^{(2a)}, c^A)}{s^{(2a)} + \eta_2} = \frac{\partial f(s^{(2a)}, c^A)}{\partial s}$
D_{AI}	$\frac{f(s^{(2b)}, c^A)}{s^{(2b)}} = \frac{f(s^{(3)}, c^I)}{s^3}$
D_{bt}	$\frac{f(s^{(3)}, c^I)}{s^{(3)} - s^{(I)}}$

As rarefações $s_j(\xi)$ e $s_a(\xi)$ são calculadas a partir de $\xi = \frac{\partial f(s, c^J)}{\partial s}$ e $\xi = \frac{\partial f(s, c^A)}{\partial s}$, nas curvas de fluxo fracionário com concentração de polímero de injeção e intermediária, respectivamente. A rarefação entre ξ_1 e ξ_2 é calculada da mesma forma que no caso IV.

5.6 Caso VI

O caminho da solução $C(\eta = \frac{\rho}{X})$ do problema auxiliar corresponde à união entre os pontos c^I e c^J e pode ser visto na Figura (5.16). Na Figura (5.17) é apresentado o diagrama de fases para essa combinação de concentrações de polímero e sal.

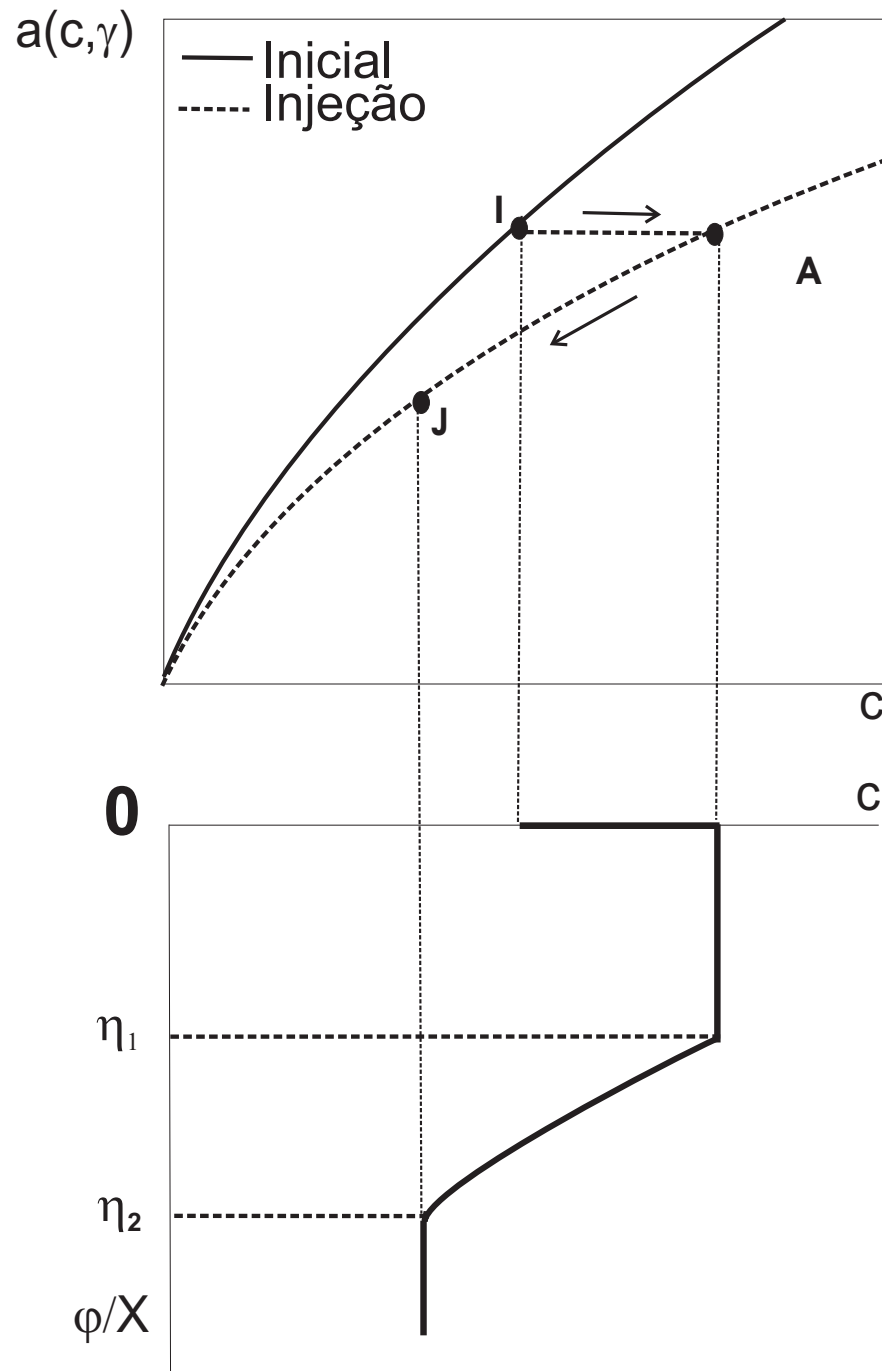


Figura 5.16: Solução do problema auxiliar: $c^A > c^I > c^J$.

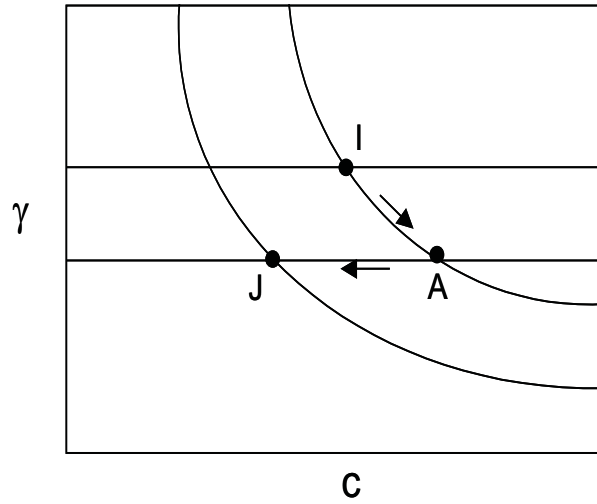


Figura 5.17: Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^A > c^I > c^J$.

Na Figura (5.17) o caminho da solução é análogo aos casos IV e V (primeiro um choque (salinidade) e em seguida rarefação).

A solução geral do sistema auxiliar é dada por:

$$\Gamma\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} \gamma^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ \gamma^J & V_1 < \eta \leq +\infty \end{cases} \quad (5.55)$$

$$C\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} c^I & -s^I \leq \eta < V_1 \\ c^A & V_1 < \eta < \eta_1 \\ c(\eta) & \eta_1 < \eta \leq \eta_2 \\ c^J & \eta_2 < +\infty \end{cases} \quad (5.56)$$

onde os valores de η_1 e η_2 indicam o inverso das velocidades das ondas de rarefação nos pontos c^A e c^J , calculadas da mesma forma que no caso IV.

Sua fórmula estrutural pode ser representada por:

$$I \rightarrow A - J \quad (5.57)$$

Na Figura (5.18) está apresentada a combinação das curvas de fluxo para o caso $c^A > c^I > c^J$.

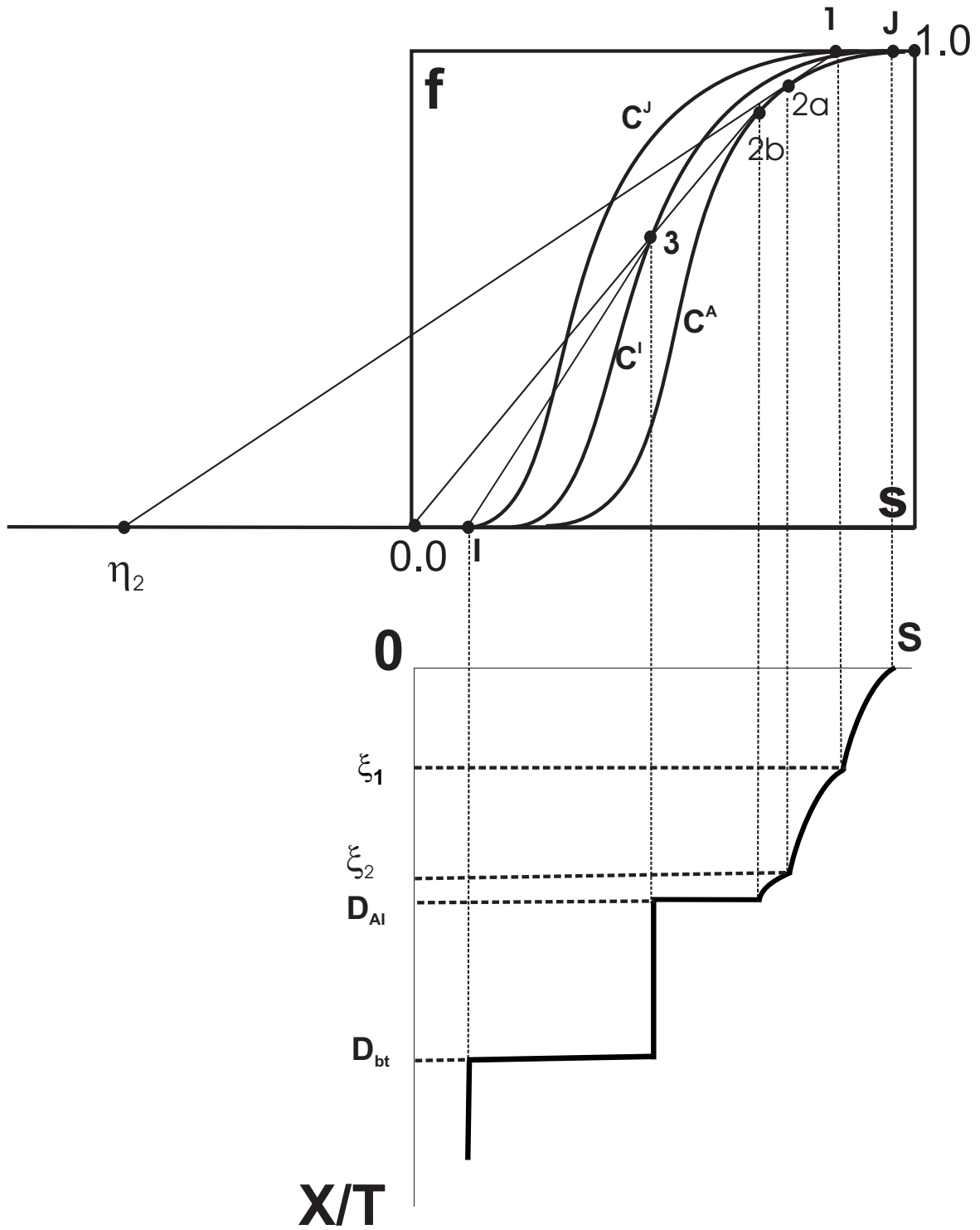


Figura 5.18: Solução do sistema geral: $c^A > c^I > c^J$.

O caminho da solução do sistema geral é:

$$J - 1 - 2a - 2b \rightarrow 3 \rightarrow I \tag{5.58}$$

A solução auto similar do sistema geral é dada por:

$$\Gamma\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} \gamma^J & 0 < \xi < D_{AI} \\ \gamma^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.59)$$

$$C\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} c^J & 0 < \xi < \xi_1 \\ c(\xi) & \xi_1 < \xi < \xi_2 \\ c^A & \xi_2 < \xi < D_{AI} \\ c^I & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.60)$$

$$S\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} s_j(\xi) & 0 < \xi \leq \xi_1 \\ s(\xi) & \xi_1 < \xi \leq \xi_2 \\ s_a(\xi) & \xi_2 < \xi \leq D_{AI} \\ s^{(3)} & D_{AI} < \xi \leq D_{bt} \\ s^{(I)} & D_{bt} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.61)$$

Tabela 5.7: Pontos da solução do sistema geral para o caso $c^A > c^I > c^J$.

Símbolo	Valor
ξ_2	$\frac{f(s^{(2a)}, c^A)}{s^{(2a)} + \eta_2} = \frac{\partial f(s^{(2a)}, c^A)}{\partial s}$
D_{AI}	$\frac{f(s^{(2b)}, c^A)}{s^{(2b)}} = \frac{f(s^{(3)}, c^I)}{s^{(3)}}$
D_{bt}	$\frac{f(s^{(3)}, c^I)}{s^{(3)} - s^{(I)}}$

As rarefações $s_j(\xi)$ e $s_a(\xi)$ são calculadas da mesma forma que no caso V. A rarefação entre ξ_1 e ξ_2 é calculada da mesma forma que no caso IV.

5.7 Exemplos

Nesta seção serão apresentados três casos resolvidos analiticamente. Na Tabela (5.8) é apresentada a relação entre as concentrações de polímero e sal para cada um dos casos.

Tabela 5.8: Diferentes combinações de concentração de polímero e sal.

Exemplo	Concentração de polímero	Concentração de sal
1	$c^I = 0,02, c^J = 0,05$	$\gamma^I = 0,07, \gamma^J = 0,1$
2	$c^I = 0,02, c^J = 0,05$	$\gamma^I = 0, \gamma^J = 0$
3	$c^I = 0,02, c^J = 0,05$	$\gamma^I = 0,1, \gamma^J = 0,07$

5.7.1 Exemplo 1

Este exemplo é semelhante ao caso I descrito anteriormente, onde:

$$c^I < c^J, \gamma^I < \gamma^J \quad (5.62)$$

Aplicando as condições inicial e de injeção para este caso temos o caminho da solução apresentado na Figura (5.19). A isoterma de adsorção pode ser vista na Figura (5.20), calculada a partir de (5.16) com as seguintes constantes: $\alpha_1 = 200, \alpha_2 = 200$ e $\beta = 1000$.

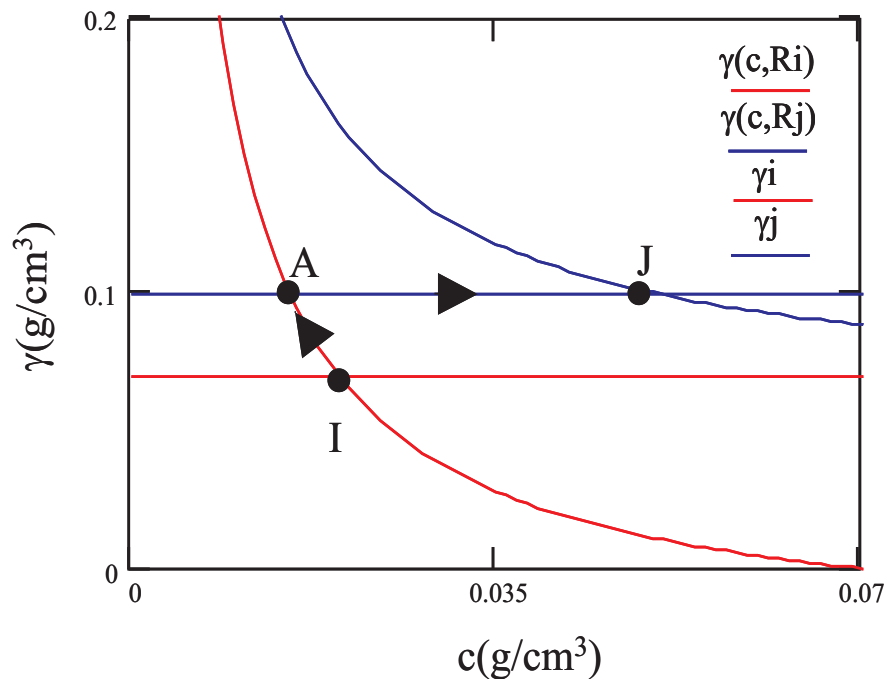


Figura 5.19: Plano de fases indicando o caminho da solução: $c^J > c^I > c^A$.

Na Figura (5.20) está apresentado o caminho da solução em $a \times c$. A solução do problema auxiliar é composta por dois choques, como pode ser visto na figura (5.21). O valor de c^A , calculado de acordo com a equação (5.22) é 0,013.

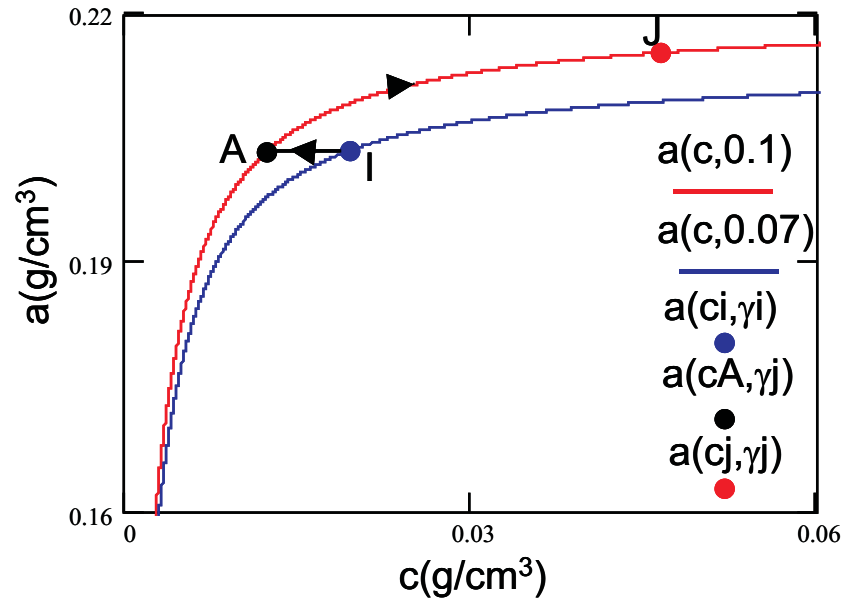


Figura 5.20: Caminho da solução em $a \times c$: $c^J > c^I > c^A$.

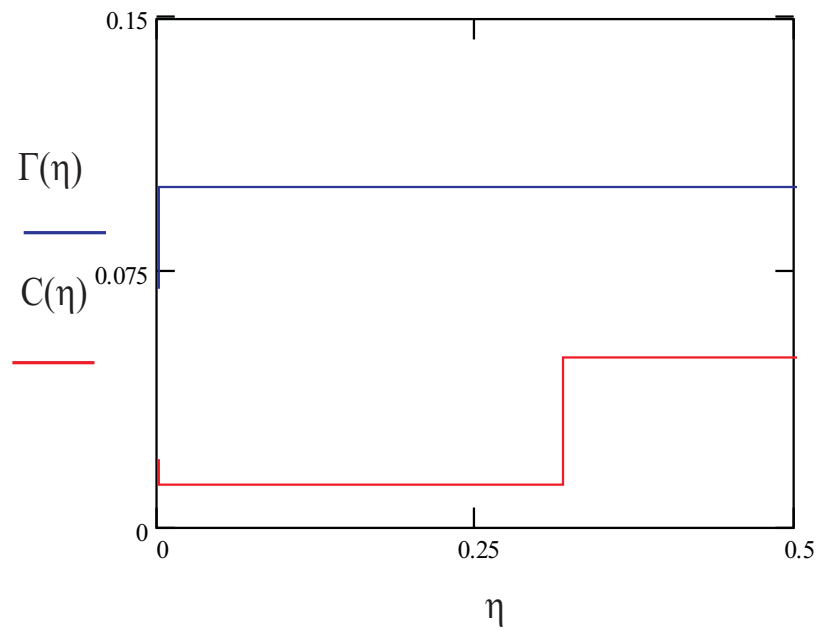


Figura 5.21: Solução do problema auxiliar.

Os valores das quantidades adsorvidas calculadas a partir da isoterma adotada nesse trabalho (5.16) são:

$$a(c^I, \gamma^I) = 0,204 \quad (5.63)$$

$$a(c^A, \gamma^J) = 0,204 \quad (5.64)$$

$$a(c^J, \gamma^J) = 0,216 \quad (5.65)$$

o inverso das velocidades dos choques são:

$$V_1 = \frac{a(c^A, \gamma^J) - a(c^I, \gamma^I)}{c^A - c^I} = 0 \quad (5.66)$$

$$V_2 = \frac{a(c^J, \gamma^J) - a(c^A, \gamma^I)}{c^J - c^A} = 0,317 \quad (5.67)$$

A solução geral do sistema auxiliar é dada por:

$$\Gamma\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} \gamma^I = 0,07 & -s^{(I)} = -0,1 \leq \eta < V_1 = 0 \\ \gamma^J = 0,1 & V_1 < \eta \leq +\infty \end{cases} \quad (5.68)$$

$$C\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} c^I = 0,02 & -s^{(I)} = -0,1 \leq \eta < V_1 = 0 \\ c^A = 0,013 & V_1 < \eta \leq V_2 = 0,317 \\ c^J = 0,05 & V_2 < \eta < +\infty \end{cases} \quad (5.69)$$

O caminho da solução $C(\eta)$ do problema auxiliar corresponde à união entre os pontos c^I e c^J da isoterma de adsorção passando pelo ponto c^A .

Para a solução do problema geral é necessário gerar curvas de fluxo fracionário para cada combinação de concentração de sal e polímero. Foi adotado o modelo de Corey para a permeabilidade relativa ao óleo e à água:

$$k_{ro}(s) = k_{rowi} * \left[\frac{(1 - s_{or} - s)}{(1 - s_{wi} - s_{or})} \right]^m \quad (5.70)$$

$$k_{rw}(s) = k_{rwor} * \left[\frac{(s - s_{wi})}{(1 - s_{wi} - s_{or})} \right]^n \quad (5.71)$$

A dependência da viscosidade com a concentração de polímero é considerada linear:

$$\mu_w(c) = (1 + 100 * c) \quad (5.72)$$

As constantes adotadas são apresentadas na Tabela (5.9).

Tabela 5.9: Constantes utilizadas no problema.

s_{or}	0, 1
s_{wi}	0, 1
μ_w	1
μ_o	10
k_{rowi}	0, 7
k_{rwor}	0, 2
m	1, 5
n	3

O caminho da solução do sistema geral é:

$$J - 1 \rightarrow 2a \rightarrow 2b \rightarrow 3a - 3b \rightarrow I \quad (5.73)$$

No caminho da solução, a sequência de ondas de Riemann é representada pelo símbolo " \rightarrow " indicando choque e " $-$ " que indica uma onda de rarefação.

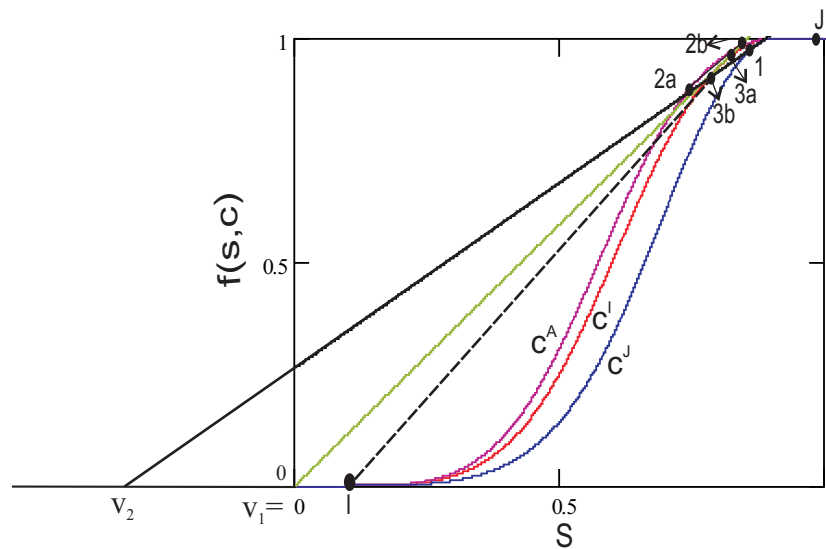


Figura 5.22: Caminho da solução.

O levantamento da solução está apresentado na Figura (5.22) e consiste de quatro choques e duas rarefações. Dois choques de concentração denominados c -choques entre $1 \rightarrow 2a$ e $2b \rightarrow 3a$ e dois choques de saturação denominados s -choques entre $2a \rightarrow 2b$ e $3b \rightarrow I$, e de duas s -rarefações $J - 1$ e $3a - 3b$. A figura (5.23) mostra a região da solução ampliada.

As equações (5.4), (5.5) e (5.6) descrevem os autovalores do sistema geral. Nesse caso específico na solução do sistema geral a c -transição começa com um c -choque que está ligado ao sistema auxiliar por:

$$D = \frac{f(s, c)}{s + V}$$

Onde V é o inverso da velocidade do choque do sistema auxiliar.

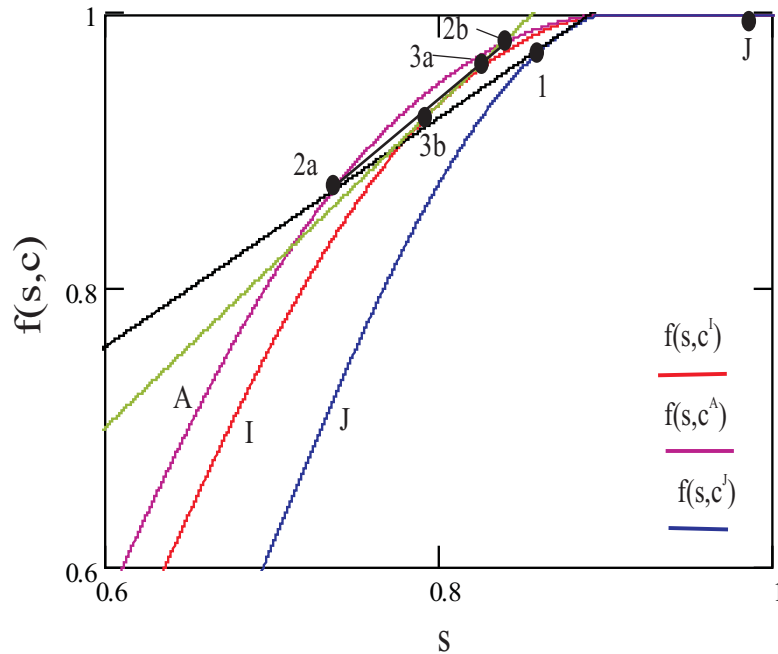


Figura 5.23: Ampliação do caminho da solução.

A solução do sistema geral é auto similar e é dada por (5.74) :

$$S\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} s_j(\xi) & 0 < \xi \leq D_{JA} = 0,828 \\ s^{(2a)} = 0,734 & D_{JA} < \xi \leq D_2 = 1,059 \\ s^{(2b)} = 0,836 & D_2 < \xi \leq D_{AI} = 1,169 \\ s_i(\xi) & D_{AI} < \xi \leq D_{bt} = 1,338 \\ s^{(I)} = 0,1 & D_{bt} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.74)$$

$$C\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} c^J = 0,05 & 0 < \xi < D_{JA} = 0,828 \\ c^A = 0,013 & D_{JA} < \xi < D_{AI} = 1,169 \\ c^I = 0,02 & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.75)$$

$$\Gamma(\xi = \frac{X}{T}) = \begin{cases} \gamma^J = 0,1 & 0 < \xi < D_{AI} = 1,169 \\ \gamma^I = 0,07 & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.76)$$

onde,

Tabela 5.10: Pontos da solução do sistema geral para o Exemplo 1.

Símbolo	Valor
D_{JA}	$\frac{f(s^{(1)},c^J)}{s^{(1)}+V_2} = \frac{\partial f(s^{(1)},c^J)}{\partial s} = \frac{f(s^{(2a)},c^A)}{s^{(2a)}+V_2}$
D_2	$\frac{f(s^{(2b)},c^A)-f(s^{(2a)},c^A)}{s^{(2b)}-s^{(2a)}}$
D_{AI}	$\frac{f(s^{(2b)},c^A)}{s^{(2b)}} = \frac{\partial f(s^{(3a)},c^I)}{\partial s} = \frac{f(s^{(3a)},c^I)}{s^{(3a)}}$
D_{bt}	$\frac{f(s^{(3b)},c^I)}{s^{(3b)}-s^{(I)}} = \frac{\partial f(s^{(3b)},c^I)}{\partial s}$

As rarefações $s_j(\xi)$ e $s_i(\xi)$ são calculadas a partir de $\xi = \frac{\partial f(s,c^J)}{\partial s}$ e $\xi = \frac{\partial f(s,c^I)}{\partial s}$, nas curvas de fluxo fracionário com concentração de polímero de injeção e inicial, respectivamente.

A solução formada pelas equações (5.74), (5.75) e (5.76) descritas anteriormente estão apresentadas na Figura (5.24).

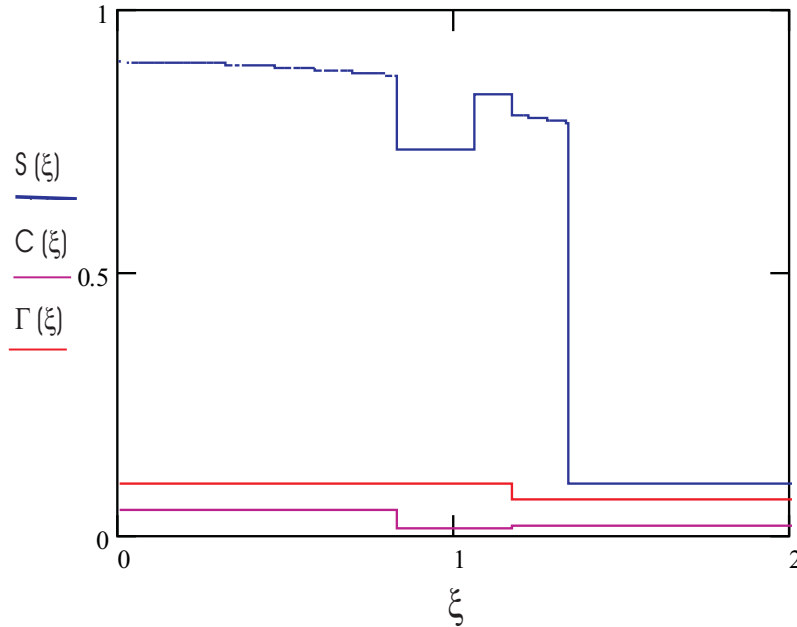


Figura 5.24: Perfis de saturação e concentração de polímero e sal.

5.7.2 Exemplo 2

A seguinte relação entre as concentrações inicial e de injeção de polímero são usadas nesse exemplo:

$$c^I < c^J \quad (5.77)$$

A isoterma de adsorção pode ser vista na Figura (5.25), calculada a partir de (5.16) com as seguintes constantes: $\alpha_1 = 200$, $\alpha_2 = 200$ e $\beta = 1000$.

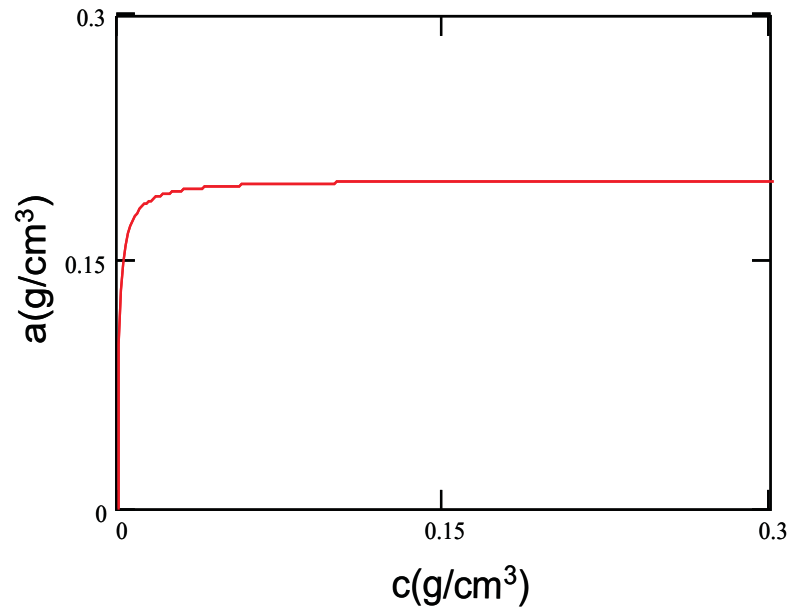


Figura 5.25: Caminho da solução em $a \times c$: $c^J > c^I$.

O perfil de concentração pode ser visto na Figura (5.26).

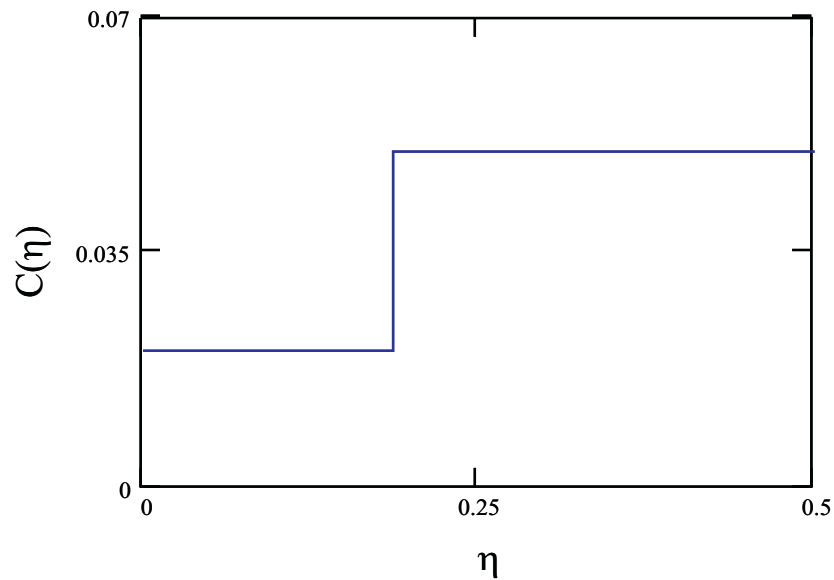


Figura 5.26: Perfil de concentração.

A velocidade do choque é:

$$V_2 = \frac{a(c^J, \gamma^J) - a(c^I, \gamma^I)}{c^J - c^I} = 0,187 \quad (5.78)$$

A solução geral do sistema auxiliar é dada por:

$$C(\eta = \frac{\varphi}{X}) = \begin{cases} c^I = 0,02 & 0 < \eta \leq V_2 = 0,187 \\ c^J = 0,05 & V_2 < \eta < +\infty \end{cases} \quad (5.79)$$

As curvas de fluxo fracionário para a injeção de polímero foram feitas adotando o modelo de Corey descrito nas equações (5.70) e (5.71). A dependência da viscosidade com a concentração de polímero é considerada linear conforme descrito em (5.72), as constantes adotadas são apresentadas na Tabela (5.9).

O caminho da solução do sistema geral é:

$$J - 1 \rightarrow 2 \rightarrow I \quad (5.80)$$

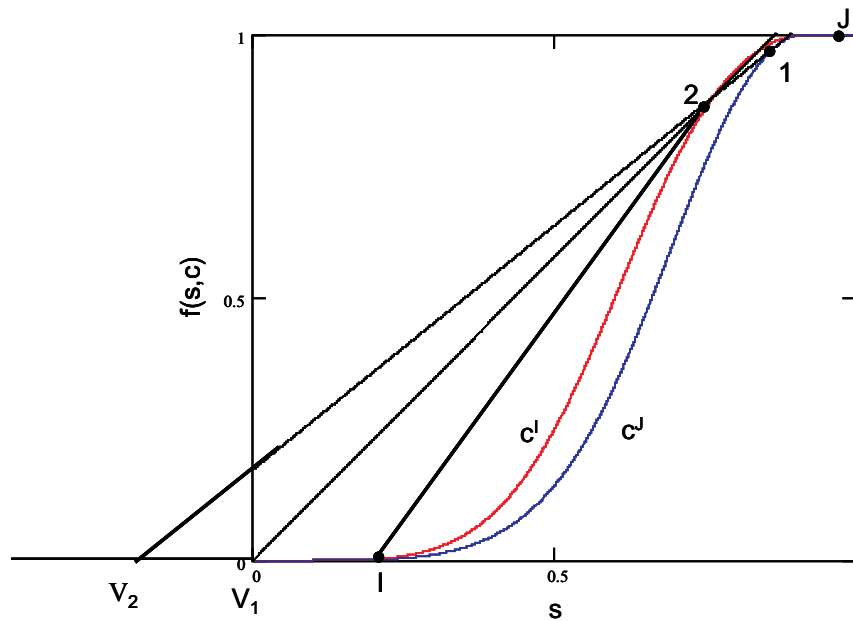


Figura 5.27: Caminho da solução de injeção de polímero.

O levantamento da solução está apresentado na Figura (5.27) e consiste de 2 choques e uma rarefação. Um choque de concentração denominado c -choque em $1 \rightarrow 2$ e um choque de saturação denominado s -choque em $2 \rightarrow I$, e uma s -rarefação $J - 1$.

A solução do sistema geral é auto similar e é dada por (5.81) e (5.82):

$$S(\xi = \frac{X}{T}) = \begin{cases} s_j(\xi) & 0 < \xi \leq D_2 = 0,93 \\ s^{(2)} = 0,74 & D_2 < \xi \leq D_{bt} = 1,333 \\ s^{(I)} = 0,1 & D_{bt} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.81)$$

$$C(\xi = \frac{X}{T}) = \begin{cases} c^J = 0,05 & 0 < \xi < D_2 = 0,93 \\ c^I = 0,02 & D_2 < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.82)$$

onde,

Tabela 5.11: Pontos da solução do sistema geral para o exemplo 2.

Símbolo	Valor
D_1	$\frac{f(s^{(1)},c^J)}{s^{(1)}+V_2} = \frac{\partial f(s^{(1)},c^J)}{\partial s} = \frac{f(s^{(2)},c^I)}{s^{(2)}+V_2}$
D_2	$\frac{f(s^{(2)},c^I) - f(s^{(1)},c^I)}{s^{(2)} - s^{(1)}}$
D_{bt}	$\frac{f(s^{(2b)},c^I)}{s^{(2)} - s^{(I)}}$

Os perfis de saturação e concentração estão apresentados na Figura (5.28).

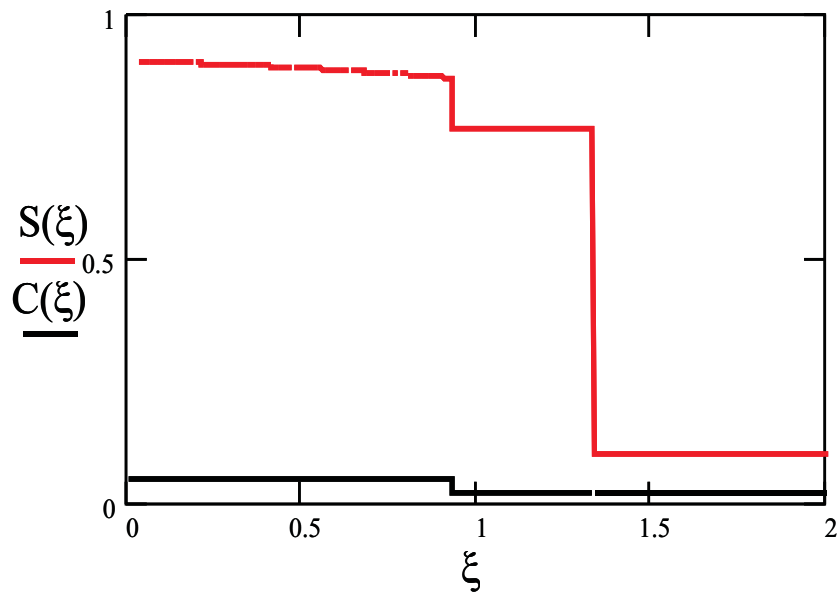


Figura 5.28: Perfis de saturação e concentração de polímero.

5.7.3 Exemplo 3

Este exemplo é semelhante ao caso II descrito anteriormente, onde:

$$c^I < c^J, \gamma^I > \gamma^J \quad (5.83)$$

Aplicando as condições iniciais e de contorno para este caso temos a solução apresentada em (5.29), onde o caminho da solução une os pontos c^I e c^J da forma descrita no caso II.

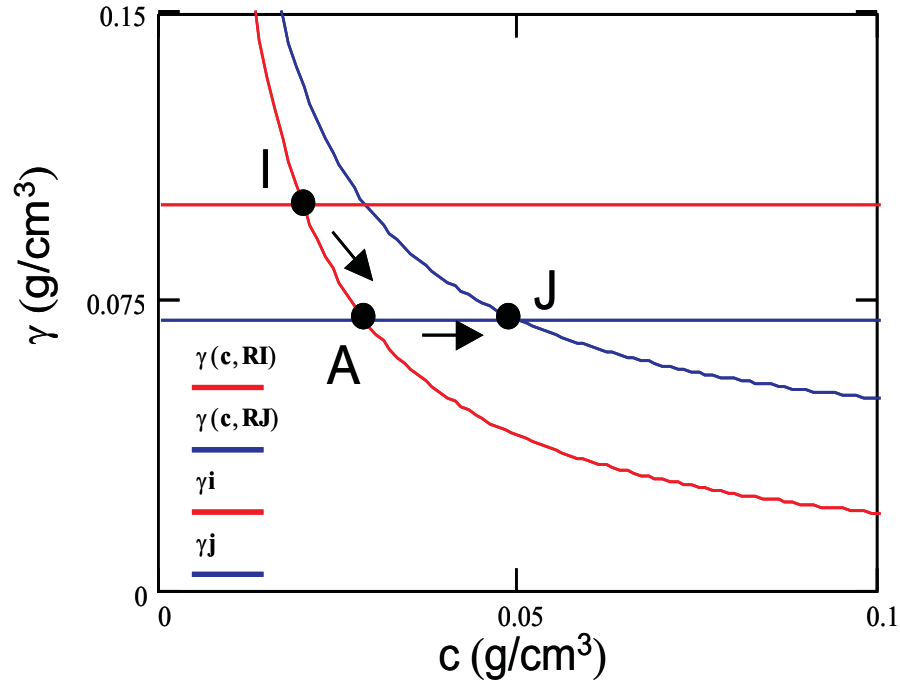


Figura 5.29: Plano de fases indicando o caminho da solução $c^J > c^A > c^I$.

Na Figura (5.30) é apresentada a isoterma de adsorção descrita em (5.16), as constantes utilizadas para este caso são $\alpha_1 = 150$, $\alpha_2 = 75$ e $\beta = 1000$, sendo:

$$a(c^I, \gamma^I) = 0,15 \quad (5.84)$$

$$a(c^A, \gamma^J) = 0,15 \quad (5.85)$$

$$a(c^J, \gamma^J) = 0,15221 \quad (5.86)$$

e os inversos das velocidades dos choques são:

$$V_1 = \frac{a(c^{(A)}, \gamma^J) - a(c^I, \gamma^I)}{c^{(A)} - c^I} = 0$$

$$V_2 = \frac{a(c^J, \gamma^J) - a(c^A, \gamma^I)}{c^J - c^A} = 0,103$$

onde, $c^{(A)}$ é a concentração no ponto intermediário, calculado conforme a equação

(5.22).

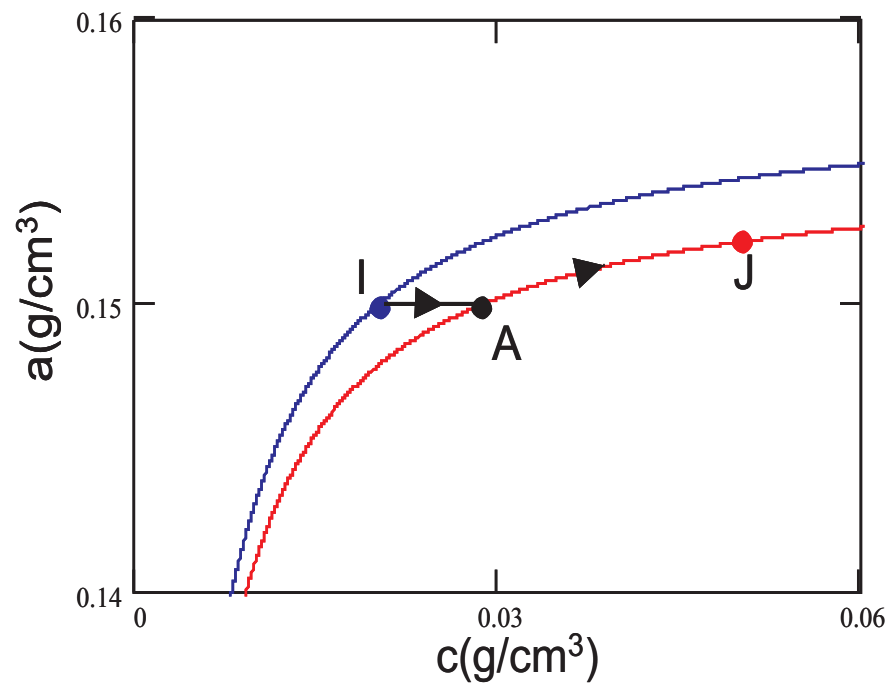


Figura 5.30: Caminho da solução em $a \times c$: $c^J > c^A > c^I$

Acontecem dois choques, representados na Figura (5.31).

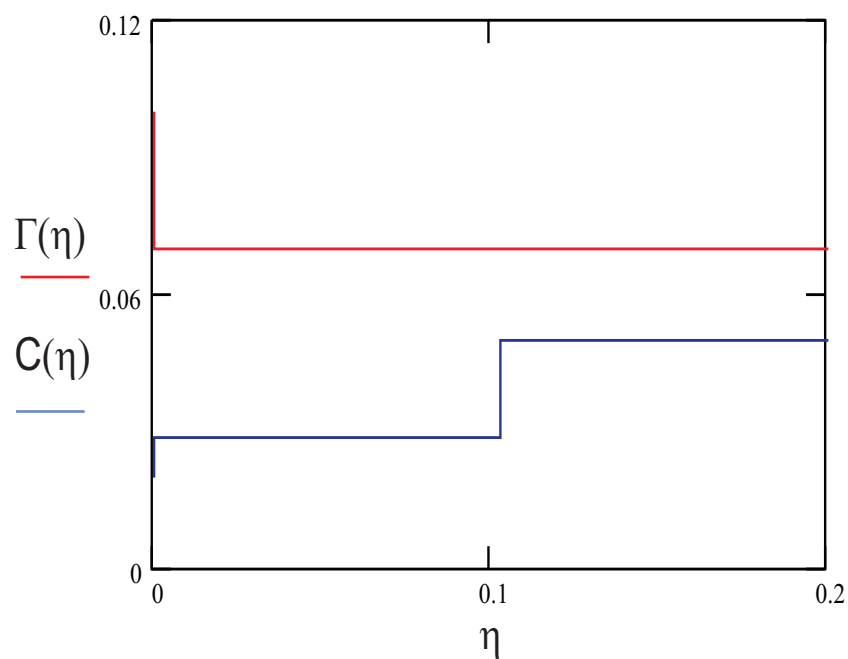


Figura 5.31: Solução do problema auxiliar.

A solução do sistema auxiliar é dada por:

$$\Gamma\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} \gamma^I = 0,1 & -s^{(I)} = -0,1 \leq \eta < V_1 = 0 \\ \gamma^J = 0,05 & V_1 < \eta \leq +\infty \end{cases} \quad (5.87)$$

$$C\left(\eta = \frac{\varphi}{X}\right) = \begin{cases} c^I = 0,02 & -s^{(I)} = -0,1 \leq \eta < V_1 = 0 \\ c^{(A)} = 0,029 & V_1 < \eta \leq V_2 = 0,103 \\ c^J = 0,05 & V_2 < \eta < +\infty \end{cases} \quad (5.88)$$

O caminho da solução $C(\eta)$ do problema auxiliar corresponde à união entre os pontos c^I e c^J da isoterma de adsorção, (Figura 5.30). O procedimento para o levantamento da solução é o mesmo descrito anteriormente e o caminho da solução do sistema geral é:

$$J - 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow I \quad (5.89)$$

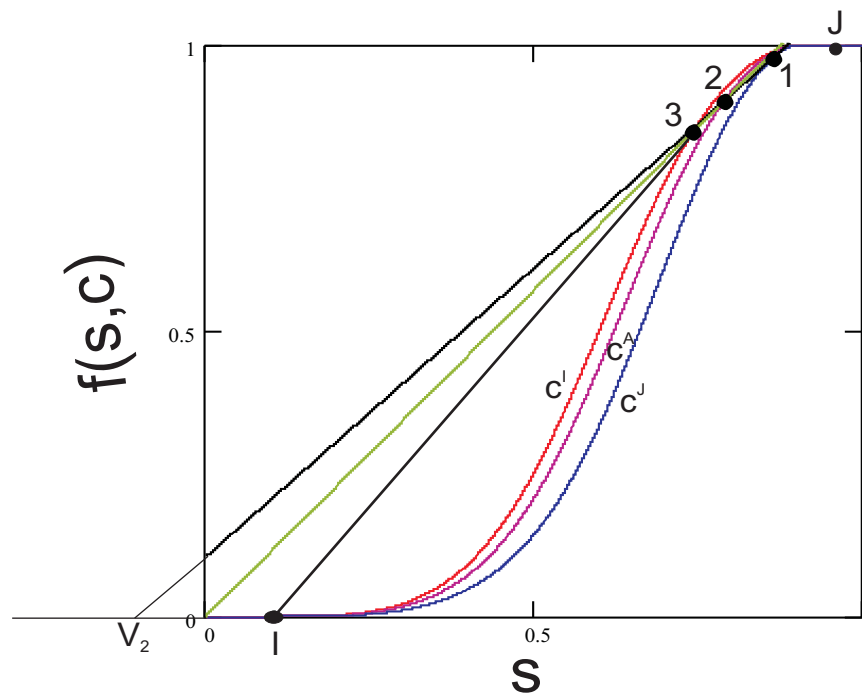


Figura 5.32: Caminho da solução para o exemplo 3.

O levantamento da solução está apresentado na Figura (5.32) e consiste de dois choques de concentração denominados c -choque em $1 \rightarrow 2$ e $2 \rightarrow 3$, e de um choque de saturação denominado s -choque de $3 \rightarrow I$ e de uma s -rarefação entre $J - 1$.

A solução do sistema geral é auto similar e é dada por (5.90):

$$S\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} s_j(\xi) & 0 < \xi \leq D_{JA} = 1,131 \\ s^{(2)} = 0,774 & D_{JA} < \xi \leq D_{AI} = 1,132 \\ s^{(3)} = 0,73 & D_{AI} < \xi \leq D_{bt} = 1,311 \\ s^{(I)} = 0,1 & D_{bt} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.90)$$

$$C\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} c^J = 0,05 & 0 < \xi < D_{JA} = 1,131 \\ c^A = 0,029 & D_{JA} < \xi < D_{AI} = 1,132 \\ c^I = 0,02 & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.91)$$

$$\Gamma\left(\xi = \frac{X}{T}\right) = \begin{cases} \gamma^J = 0,05 & 0 < \xi < D_{AI} = 1,132 \\ \gamma^I = 0,1 & D_{AI} < \xi < +\infty \end{cases} \quad (5.92)$$

Tabela 5.12: Pontos da solução do sistema geral para o exemplo 3.

Símbolo	Valor
D_{JA}	$\frac{f(s^{(1)},c^J)}{s^{(1)}+V_2} = \frac{\partial f(s^{(1)},c^J)}{\partial s} = \frac{f(s^{(2)},c^A)}{s^{(2)}+V_2}$
D_{AI}	$\frac{f(s^{(2)},c^A)}{s^{(2)}} = \frac{f(s^{(3)},c^I)}{s^{(3)}}$
D_{bt}	$\frac{f(s^{(3)},c^I)}{s^{(3b)}-s^{(I)}}$

A rarefação $s_j(\xi)$ é calculada da mesma forma que no caso I já descrito.

A solução formada pelas equações (5.90), (5.91) e (5.92) descritas anteriormente estão apresentadas na Figura (5.33).

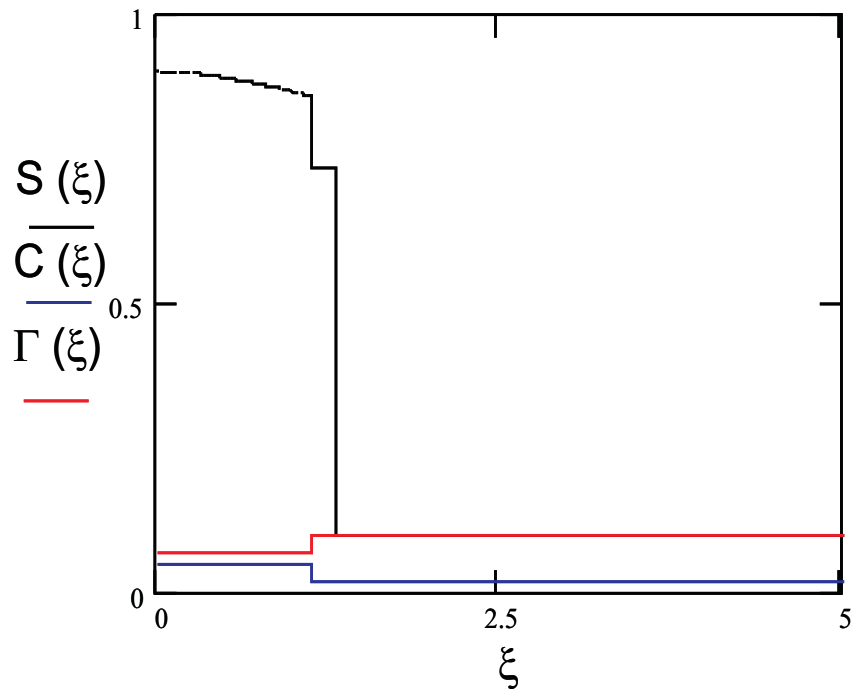


Figura 5.33: Perfis de saturação e concentração de sal e polímero para o exemplo 3.

5.8 Comparação do Fator de Recuperação

O Fator de Recuperação é calculado através da seguinte equação:

$$FR = \frac{\bar{s} - s_{wi}}{1 - s_{wi}} \quad (5.93)$$

onde \bar{s} é a saturação média e s_{wi} é a saturação de água inicial.

Para o cálculo do fator de recuperação é necessário conhecer o valor da saturação média no meio poroso, calculada através da aplicação do teorema de Green no plano (X, T) no sistema geral, resultando na seguinte expressão:

$$\bar{s} = s\left(\frac{1}{T}\right) + (1 - f\left(\frac{1}{T}\right))T \quad (5.94)$$

A Figura (5.34) apresenta o fator de recuperação para o caso de injeção de um polímero na presença de sal, a Figura (5.35) mostra o fator de recuperação para injeção apenas de um polímero.

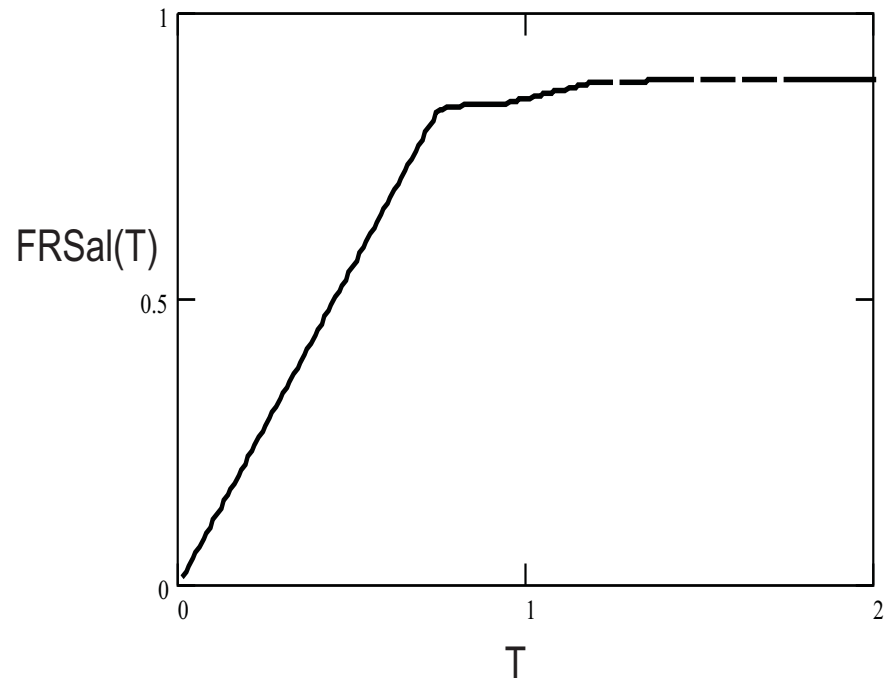


Figura 5.34: Fator de recuperação para injeção de um polímero na presença de sal - Exemplo 1.

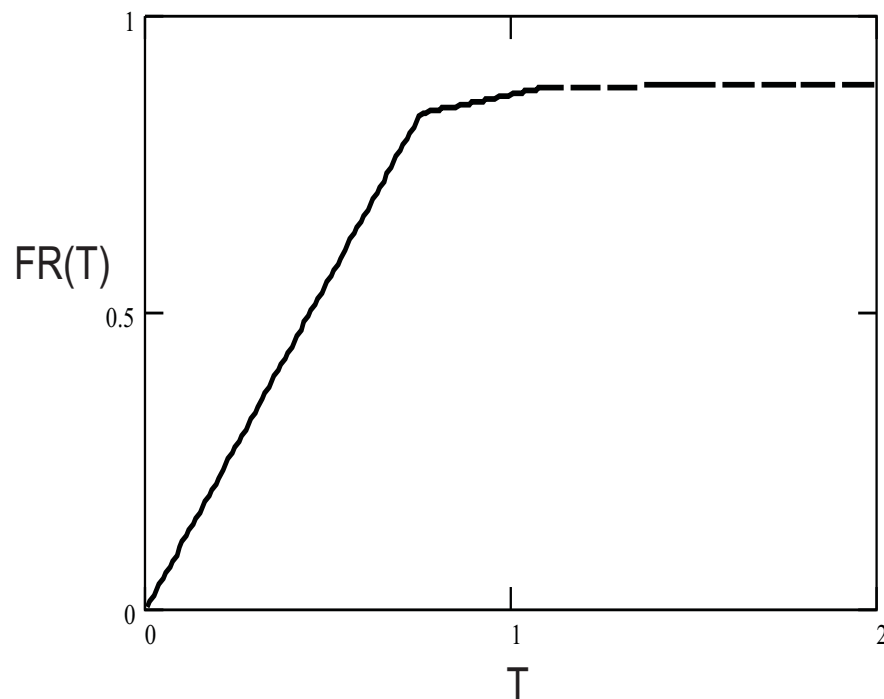


Figura 5.35: Fator de recuperação para injeção de um polímero - Exemplo 2.

A Figura (5.36) compara os fatores de recuperação para os casos de injeção de polímero e injeção de polímero e sal.

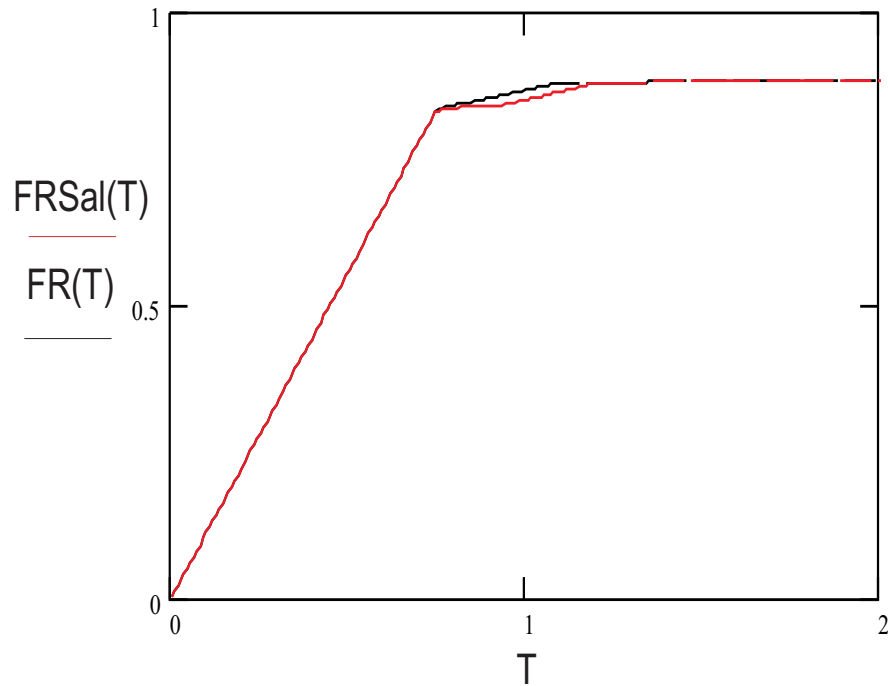


Figura 5.36: Fatores de recuperação (polímero e sal - polímero).

Como pode ser visto na Figura (5.36), a diferença entre os valores do fator de recuperação ocorre devido à presença de sal, próximo a 1 volume poroso injetado (T). O fator de recuperação final não se altera.

Na Tabela (5.13) são descritos os valores do fator de recuperação para $T=1$.

Tabela 5.13: Fatores de recuperação - injeção de polímero na presença de sal e injeção de polímero.

Casos	Fator de recuperação
$FRSal(1)$	0,849
$FR(1)$	0,866

Capítulo 6

Conclusões

Neste trabalho utilizou-se a técnica de separação de sistemas aplicável a modelos de deslocamento em meios porosos para resolver o problema da injeção de água com polímero na presença de sal. A partir da separação dos sistemas, é obtido um sistema auxiliar que contém somente propriedades termodinâmicas, enquanto o sistema geral contém propriedades hidrodinâmicas (permeabilidades relativas às fases e viscosidades) e propriedades termodinâmicas. Portanto, as transições de fases que ocorrem durante o deslocamento são determinadas pelas isotermas de adsorção, sendo independentes das propriedades hidrodinâmicas dos fluidos e rocha. Neste estudo, as isotermas de adsorção dependem da concentração de sal dissolvido na água.

A partir do sistema auxiliar foi possível determinar curvas de adsorção de polímeros no meio poroso através de dados experimentais, aplicando o balanço de massa. Nos casos em que o volume poroso inacessível era conhecido os resultados obtidos são bastante similares. Foram determinadas isotermas côncavas. Diferenças acentuadas entre o valor de adsorção calculado e apresentado no artigo podem ser atribuídas ao método de determinação da adsorção (adsorção estática).

A partir do sistema geral e auxiliar foi possível obter a solução de sistemas contendo mais de um produto químico dissolvido. O procedimento de solução consiste em:

- Solução do sistema auxiliar;
- Levantamento da solução.

A partir da separação do sistema foi resolvido o caso específico de injeção de água com polímero na presença de sal, onde foram estudadas as seguinte situações:

- Nos caso em que $c^J > c^I > c^A$ e $\gamma^J > \gamma^I$, $c^I > c^J > c^A$ e $\gamma^I > \gamma^J$ acontecem dois choques de concentração e ocorre a formação de um banco de baixa concentração de polímero no meio do deslocamento;

-
- No caso onde $c^J > c^A > c^I$ e $\gamma^I > \gamma^J$ acontecem dois choques de concentração e tanto a saturação quanto a concentração de polímero diminuem;
 - Quando $c^I > c^A > c^J$ e $\gamma^J > \gamma^I$ ocorrem um choque e uma rarefação de concentração de polímero enquanto que a saturação diminui e a concentração aumenta;
 - Se $c^A > c^J > c^I$ e $\gamma^J > \gamma^I$, $c^A > c^I > c^J$ e $\gamma^I > \gamma^J$ ocorrem um choque e uma rarefação de concentração e a formação de um banco de polímero de alta concentração.

Além disso, foram resolvidos analiticamente dois exemplos em que a solução era composta por choques. Um fator importante a ser ressaltado é que o reservatório utilizado na solução dos exemplos estava saturado a s_{wi} . Em todos os casos a condição inicial e de injeção era a mesma.

De uma forma geral as principais conclusões desse trabalho são:

1. Determinação das curvas de adsorção a partir de dados laboratoriais encontrados na literatura;
2. Foram analisadas as possíveis soluções do deslocamento de óleo por água na presença de um polímero e sal, considerando as diversas combinações possíveis de concentração dos produtos químicos.
3. O fator de recuperação final não depende da concentração de sal.

Capítulo 7

Trabalhos Futuros

Para a realização de trabalhos futuros são indicados os seguintes temas:

1. Resolução do problema de injeção de banco de polímero na presença de sal;
2. Solução para outras isotermas de adsorção;
3. Acrescentar surfactante ao problema de injeção de polímero e sal;
4. Resolver o problema quando a saturação de água inicial é alta.

Apêndice A

Cálculo da Adsorção Média

Aplicando o teorema de Green no plano (x, φ) no domínio delimitado pelo contorno fechado $\Gamma : (0, 0) \rightarrow (1, 0) \rightarrow (1, \varphi) \rightarrow (0, 0)$ temos (figura A.1):

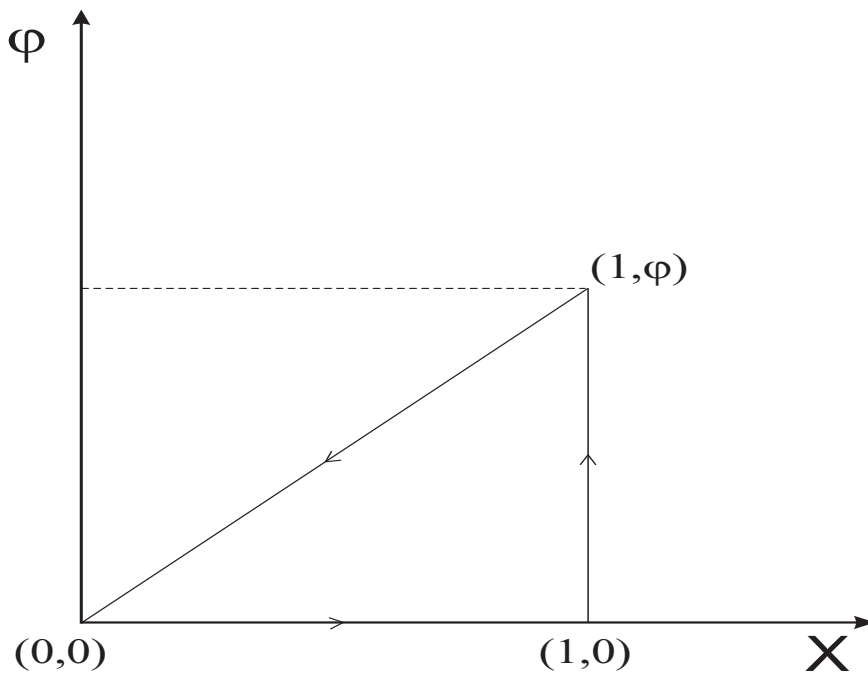


Figura A.1: Plano físico do sistema auxiliar.

$$\int \int_{\Delta} \left(\frac{\partial a(c)}{\partial \varphi} + \frac{\partial c}{\partial X} \right) dX d\varphi = \oint c d\varphi - a dX = 0 \quad (\text{A.1})$$

Entre $(0, 0)$ e $(1, 0)$ $\varphi = \text{constante}$:

$$- \int_0^1 a^I dX = -a^I \quad (\text{A.2})$$

Integrando entre $(1, 0)$ e $(1, \varphi)$ $X = \text{constante}$:

$$\int_0^\varphi c(1, \varphi) d\varphi \quad (\text{A.3})$$

Integrando de $(1, \varphi)$ a $(0, 0)$, temos:

$$\int_\varphi^0 c d\varphi - \int_1^0 a dX = -c(1, \varphi)\varphi + \bar{a} \quad (\text{A.4})$$

Somando todos os termos chega-se à expressão final para adsorção média:

$$\bar{a} = a^I + c(1, \varphi)\varphi - \int_0^\varphi c(1, \varphi) d\varphi \quad (\text{A.5})$$

Apêndice B

Dados Experimentais de Concentração no Efluente

Neste apêndice são apresentados os gráficos experimentais de concentração no efluente utilizados para a determinação das isotermas de adsorção descritas no capítulo 4.

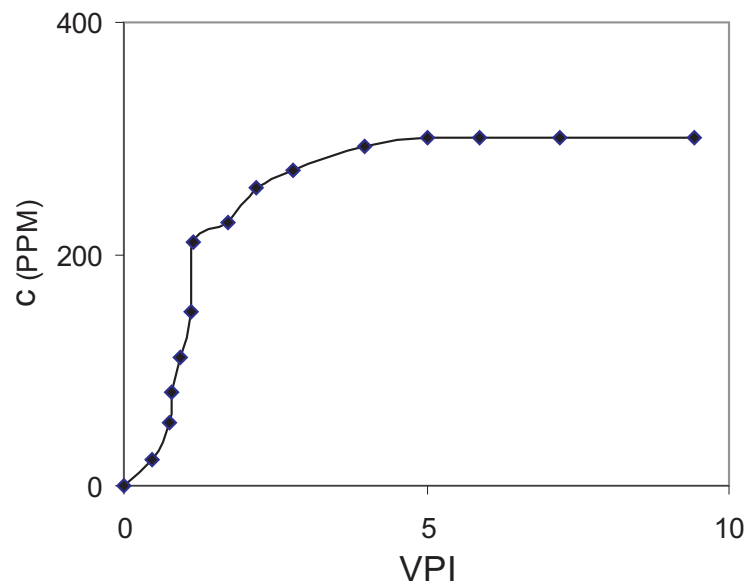


Figura B.1: Concentração de polímero no efluente, injeção de 300 ppm (SAUL; PEACEMAN; SANDVIK, 1975).

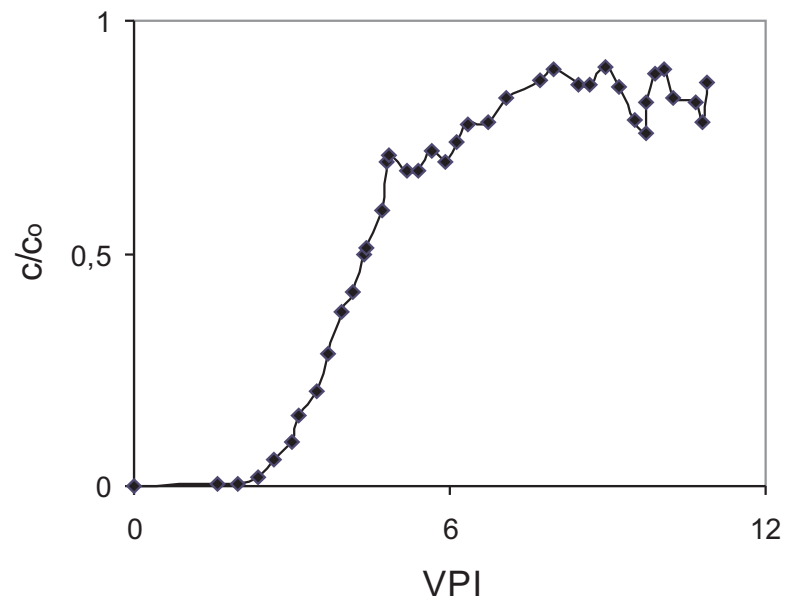


Figura B.2: Concentração de polímero no efluente, injeção de 51,4 ppm (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978).

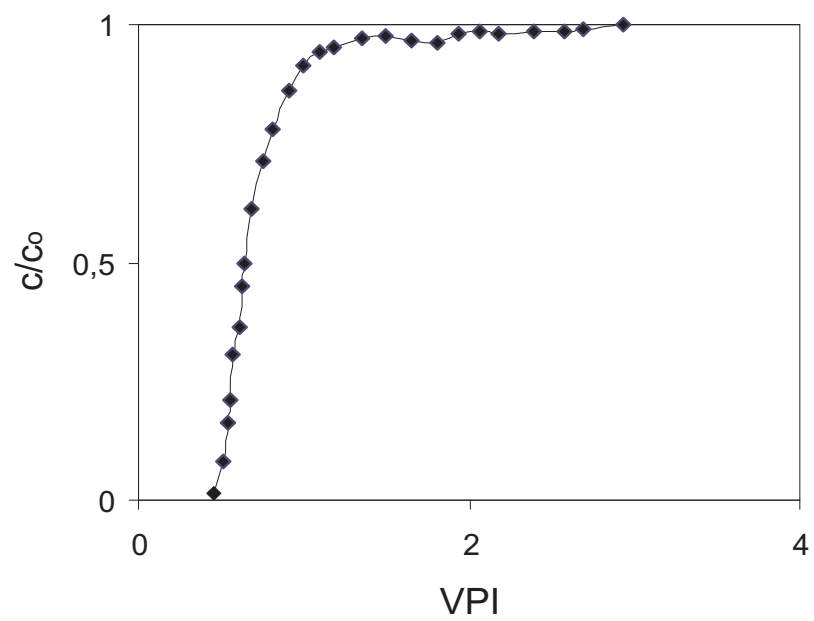


Figura B.3: Concentração de polímero no efluente, injeção de 200,6 ppm (SHAH; WILHITE; GREEN, 1978).

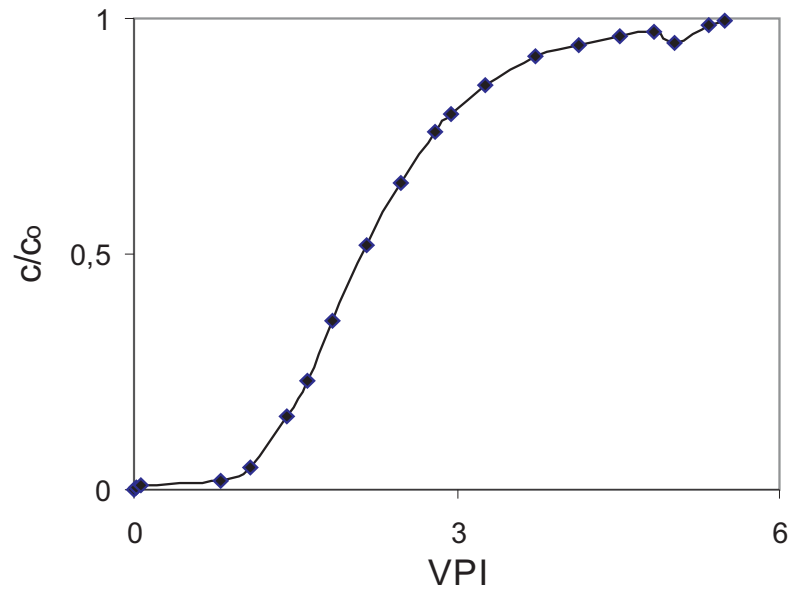


Figura B.4: Concentração de polímero no efluente, injeção de 250 ppm (ZHENG et al., 2000).

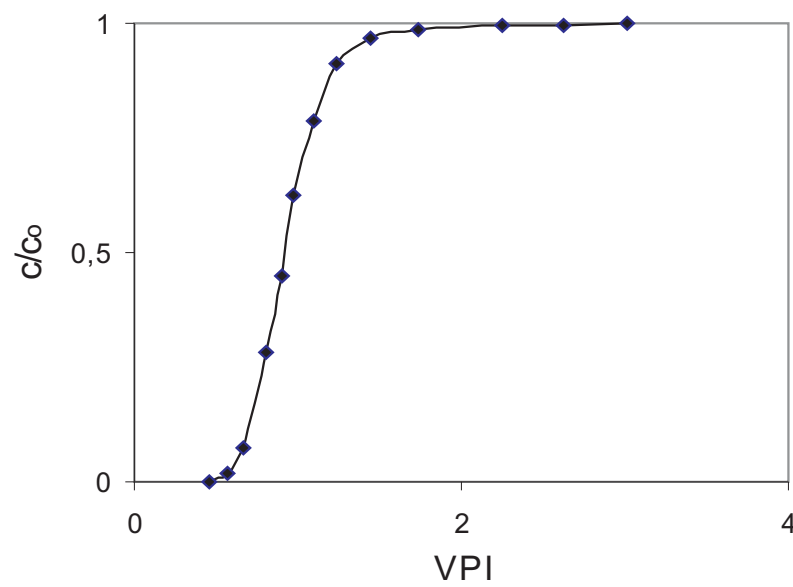


Figura B.5: Concentração de polímero no efluente, injeção de 750 ppm (ZHENG et al., 2000).

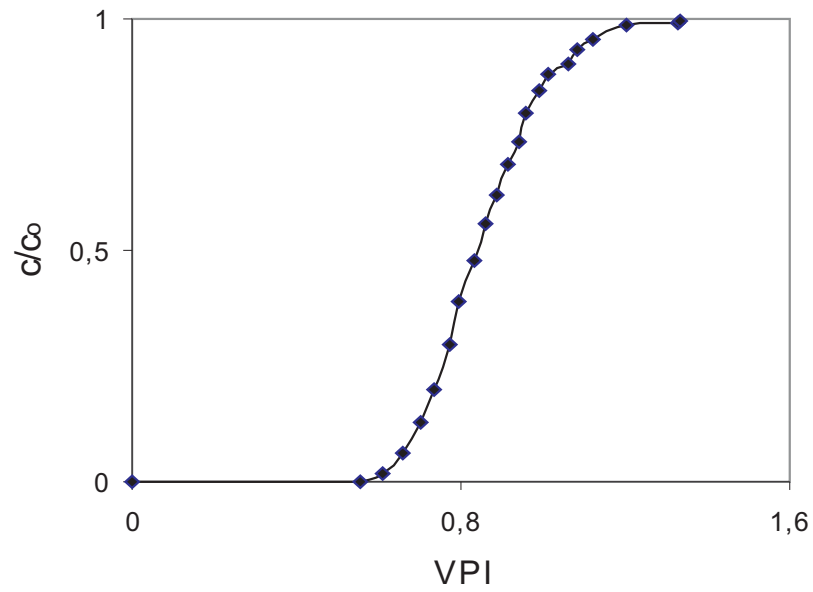


Figura B.6: Concentração de polímero no efluente, injeção de 50 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).

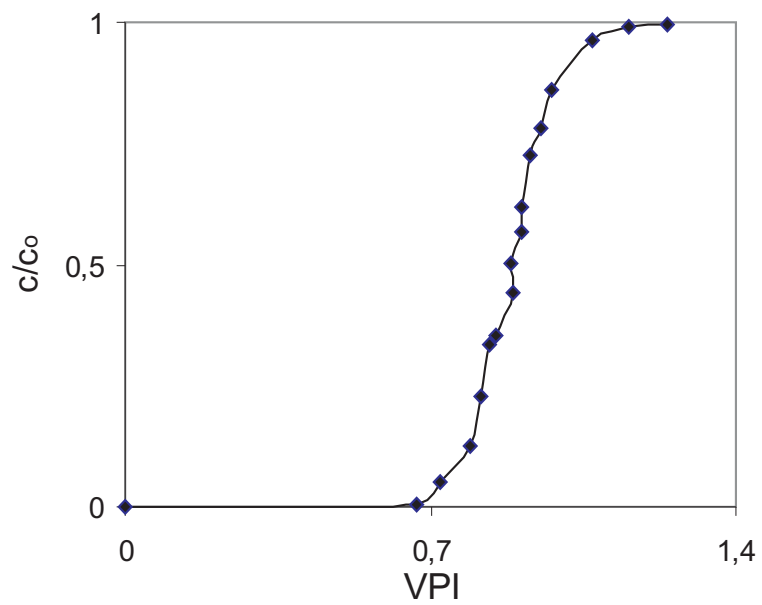


Figura B.7: Concentração de polímero no efluente, injeção de 400 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).

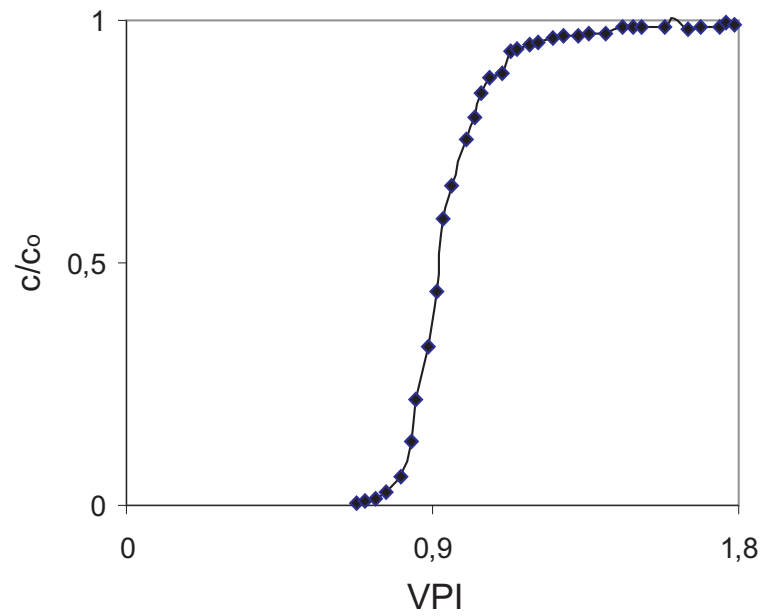


Figura B.8: Concentração de polímero no efluente, injeção de 1600 ppm (SORBIE; PARKER; CLIFFORD, 1987).

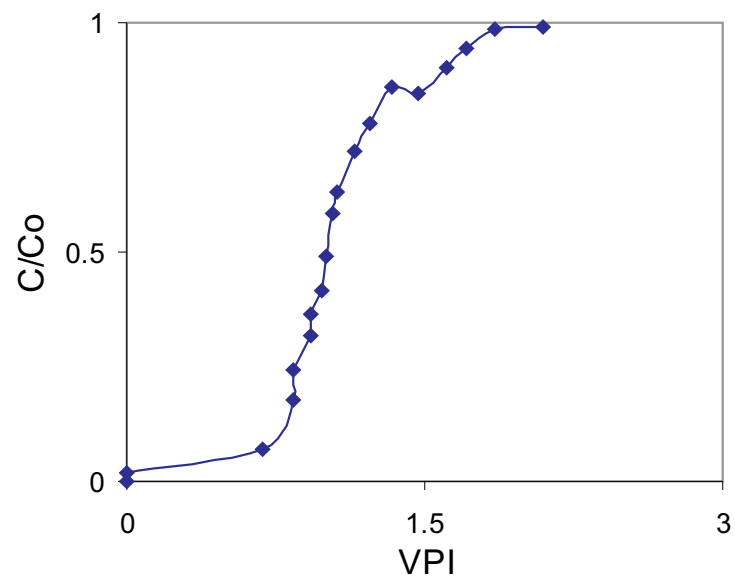


Figura B.9: Concentração de polímero no efluente, injeção de 500 ppm, amostra “D” reservatório Buracica (MELO et al., 2002).

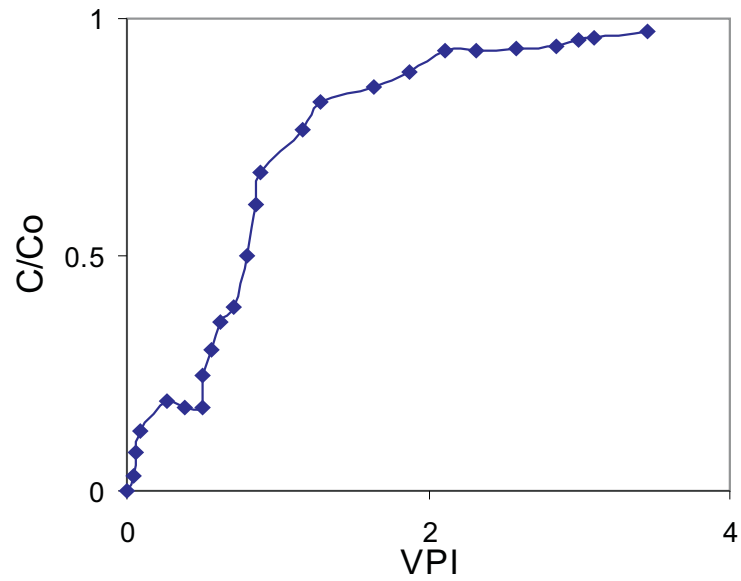


Figura B.10: Concentração de polímero no efluente, injeção de 500 ppm, amostra "E" reservatório Canto do Amaro (MELO et al., 2002).

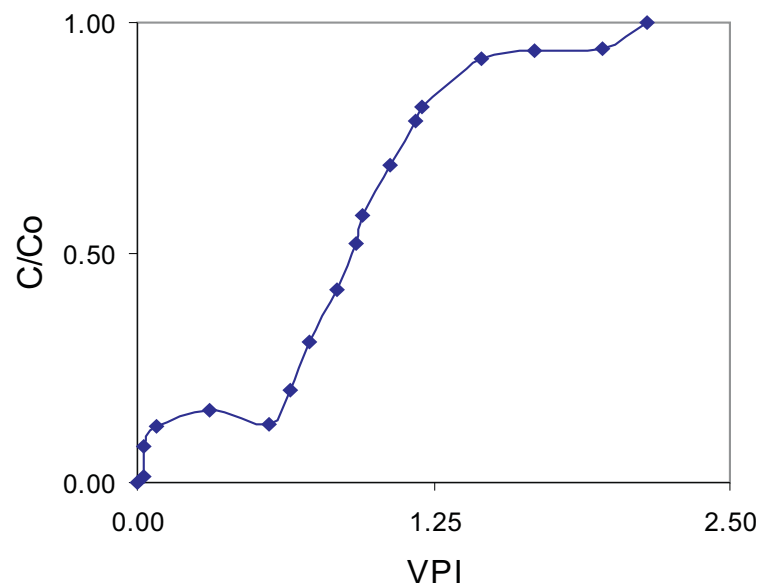


Figura B.11: Concentração de polímero no efluente, injeção de 500 ppm, amostra "F" reservatório Canto do Amaro (MELO et al., 2002).

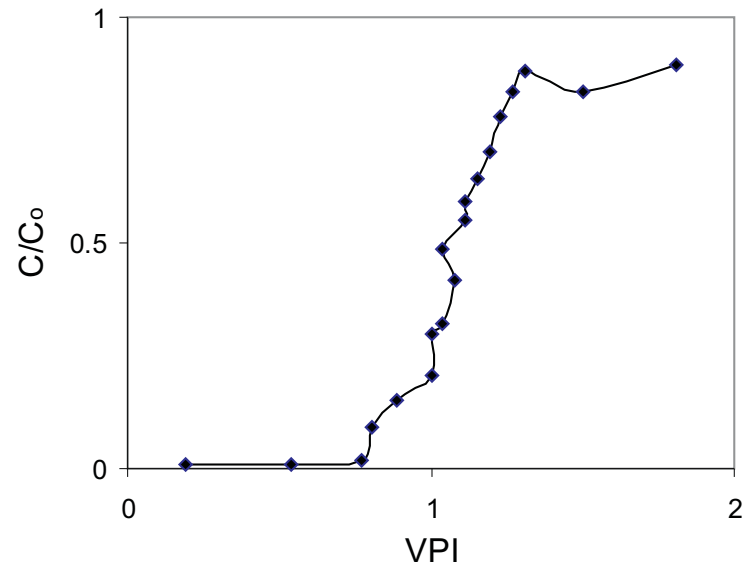


Figura B.12: Concentração de polímero no efluente, injeção de 1000 ppm, amostra “A” reservatório Carmópolis (MELO et al., 2002).

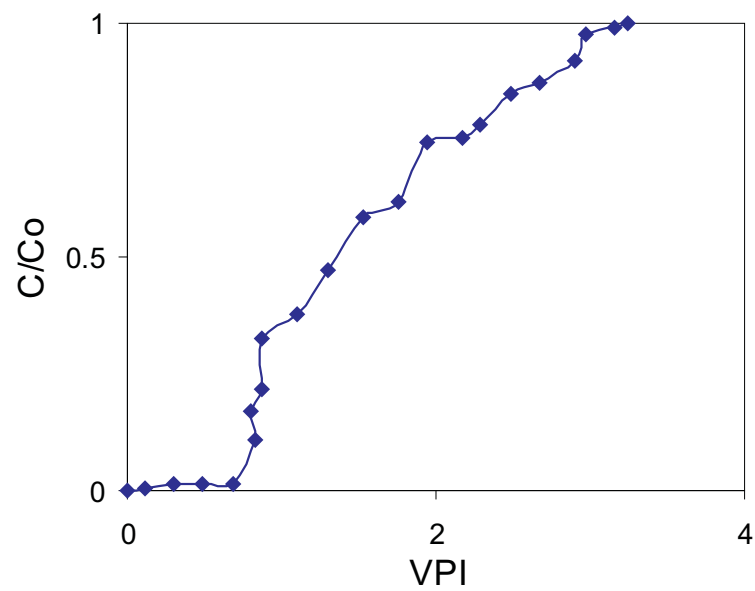


Figura B.13: Concentração de polímero no efluente, injeção de 1000 ppm, amostra “B” reservatório Carmópolis (MELO et al., 2002).

Referências Bibliográficas

- ARIHARA, N. et al. Oil recovery mechanisms of alkali-surfactant flooding. In: . Jakarta: [s.n.], 1999. SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition.
- BUCKLEY, S. E.; LEVERETT, M. C. Mechanisms of fluid displacement in sands. *Transactions AIME*, v. 146, p. 107–116, 1942.
- CLARIDGE, E. L.; BONDOR, P. L. A graphical method for calculating linear displacement with mass transfer and continuously changing mobilities. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 14, p. 609–618, 1974.
- DAWSON, R.; LANTZ, R. B. Inaccessible pore volume in polymer flooding. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 12, p. 448–452, October 1972.
- ENTOV, V. M. Physico-chemical hydrodynamics of processes in porous media (mathematical models of enhanced oil recovery). *Uspekhi Mekhaniki*, v. 4, n. 3, p. 41–79, 1981. Em Russo.
- ENTOV, V. M.; KERIMOV, Z. A. Displacement of oil by an active solution with a nonmonotonic effect on the flow distribution function. *Fluid Dynamics*, v. 1, p. 64–70, 1986.
- ENTOV, V. M.; POLISHCHUK, A. M. Role of sorption processes with the motion of polymer solutions in a porous medium. *Fluid Dynamics*, v. 3, p. 422–428, 1975.
- ENTOV, V. M.; VOSKOV, D. V. On oil displacement by gas injection. In: . Baveno: [s.n.], 2000. Seventh Euro. Conf. on the Mathematics of Oil Recovery.
- FAYERS, F. J. Some theoretical results concerning the displacement of a viscous oil by a hot fluid in a porous medium. *J. Fluid Mech.*, v. 13, p. 65–76, 1962.
- FAYERS, F. J.; PERRINE, R. L. Mathematical description of detergent flooding in oil reservoirs. *Transactions AIME*, v. 216, p. 277–283, 1959.
- FULLIN, Y. et al. High concentration polymer flooding is succesfull. In: . Perth: [s.n.], 2004. SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition.

HELFFERICH, F. Theory of multicomponent multiphase displacement in porous media. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 21, p. 51–62, 1981.

HIRASAKI, G. J. Application of the theory of multicomponent, multiphase displacement to three-component, two-phase surfactant flooding. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 21, p. 191–204, 1981.

HIRASAKI, G. J. Ion exchange with clays in the presence of surfactants. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 22, p. 181–192, 1982.

JOHAN, A. et al. A new generation chemical flooding simulator. In: . Tulsa: [s.n.], 2004. SPE/DOE Fourteenth Symposium on Improved Oil Recovery.

LAKE, L. W. *Enhanced Oil Recovery*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc., 1989. 550 p.

LAKE, L. W.; HELFFERICH, F. Cation exchange in chemical flooding. part 2. the effect of dispersion, cation exchange and polymer-surfactant adsorption on chemical flood environment. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 18, p. 435–444, 1978.

LECOURTIER, J.; CHAVETEAU, G. Propagation of polymer slugs through porous media. In: . Houston: [s.n.], 1984. 59th. SPE Annual Technical Conference and Exhibition.

LOTSCH, T.; PUSCH, G. The effect of inaccessible pore volume on polymer coreflood experiments. In: . Phoenix: [s.n.], 1985. v. 1, p. 467–476. International Symposium on Oilfield and Geothermal Chemistry.

MELO, M. A. et al. Polymer injection projects in brazil: Dimensioning, field application and evaluation. In: . Tulsa: [s.n.], 2002. SPE/DOE Thirteenth Symposium on Improved Oil Recovery.

PATTON, J. T.; COATS, K. H.; COLEGROVE, G. T. Prediction of polymer flood performance. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 11, n. 1, p. 72–84, 1971.

PIRES, A. P. *Independência entre Termodinâmica e Hidrodinâmica em Processos de Recuperação Avançada de Petróleo*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2003.

POPE, G. A. The application of fractional flow theory to enhanced oil recovery. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 20, p. 191–205, 1980.

POPE, G. A.; LAKE, L. W.; HELFFERICH, F. Cation exchange in chemical flooding. part 1. basic theory without dispersion. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 18, p. 418–434, December 1978.

-
- QINLIANG, B.; TAIXIAN, Z.; QINGJIE, L. Pore scale network modeling of relative permeability in chemical flooding. In: . Kuala Lumpur: [s.n.], 2003. SPE International Improved Oil Recovery Conference in Asia Pacific.
- RHEE, H. K.; ARIS, R.; AMUNDSON, N. R. On the theory of multicomponent chromatography. *Phil. Trans. Royal Soc., Ser. A*, v. 267, p. 419–455, 1970.
- SAUL, V.; PEACEMAN, D. W.; SANDVIK, E. I. Evaluation of polymer flooding in a layered reservoir with crossflow, retention, and degradation. *Soc. Petr. Eng. J.*, v. 15, p. 82–96, March 1975.
- SHAH, B. N.; WILHITE, G. P.; GREEN, D. W. The effect of inaccessible pore volume on the flow of polymer and solvent through porous media. In: . Houston: [s.n.], 1978. 53rd. SPE Annual Technical Conference and Exhibition.
- SORBIE, K. S. *Polymer-Improved Oil Recovery*. Boca Raton: CRC Press Inc., 1991. 359 p.
- SORBIE, K. S.; PARKER, A.; CLIFFORD, P. J. Experimental and theoretical study of polymer flow in porous media. *SPE Res. Eng.*, v. 6, p. 281–304, August 1987.
- WELGE, H. J. A simplified method for computing oil recovery by gas or water drive. *Transactions AIME*, v. 195, p. 91–98, 1952.
- ZHENG, C. G. et al. Effects of polymer adsorption and flow behavior on two-phase flow in porous media. *SPE Res. Eval. and Eng.*, v. 3, p. 216–223, June 2000.