DECLÍNIO DA INJETIVIDADE DEVIDO À INJEÇÃO DAS ÁGUAS DO MAR /PRODUZIDA:

ESTUDO MATEMÁTICO, LABORATORIAL E DE CAMPO.

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

EMERSON DE REZENDE RODRIGUES

"Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Reservatório e de Exploração de Petróleo".

ORIENTADOR: PAVEL BEDRIKOVETSKY, PH.D, D.SC

MACAÉ / RJ

AGOSTO DE 2001

DECLÍNIO DA INJETIVIDADE DEVIDO À INJEÇÃO DAS ÁGUAS DO MAR /PRODUZIDA:

ESTUDO MATEMÁTICO, LABORATORIAL E DE CAMPO.

EMERSON DE REZENDE RODRIGUES

"Tese apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Reservatório e de Exploração."

Aprovada em 14 de agosto de 2001.

Comissão Examinadora:

_____

Antônio Luiz Serra de Souza, Ph.D. (Cenpes/Petrobras)

_____

Farid Salomão Shecaira, Ph.D. (Cenpes/Petrobras)

_____

José Adilson Tenório Gomes, Ph.D. (UN-BC/Petrobras)

_____

Moacyr Bartholomeu Laruccia, Ph.D. (LENEP/UENF)

_____

Pavel Bedrikovetsky, D.Sc., Orientador (LENEP/UENF)

Agradecimentos

Aos de minha família, que pelo apoio e incentivo aos estudos desde sempre recebido, fizeram-me sentir mais confiante a vencer todos os obstáculos.

Ao meu grande amigo e orientador Pavel, que desde o primeiro até o último momento me concedeu constante atenção, compartilhando comigo todos os afazeres, me apoiando e orientando.

Esta tese foi inspirada pelos desafios técnicos e científicos formulados pelo projeto do PRAVAP (Programa Avançado da Produção de Petróleo, Petrobrás – Cenpes) cujo tema é sobre o declínio da injetividade em reservatórios. O autor agradece o coordenador do projeto do PRAVAP, Dr. Antônio Luiz de Souza e os coordenadores do subprojeto, Dr. Farid Shecaira e M.Sc. Alexandre Siqueira pelas formulações dos problemas e discussões regulares sobre o conteúdo do trabalho. Vale a pena ressaltar o suporte na área dos problemas não lineares pelo Prof. Dan Marchesin (IMPA) e a disponibilidade da tese de mestrado do A. Siqueira, principalmente na parte da revisão bibliográfica. Agradeço também pela parceria e co-autoria concedida em artigos e conferências no Brasil e exterior.

A Petrobrás pelo fornecimento dos dados do campo de petróleo Y.

As minhas queridas colegas de trabalho Ivani e Raquel, por sempre estarem dispostas a me ajudar no conteúdo deste trabalho.

Aos engenheiros Maylton e Daher (Petrobrás, UN-BC) pelas discussões de ordem prática.

Aos colegas Prof. Dra. Themis, Alexandre Siqueira, Adolfo, Wesley, Adriano e Eurico, pelas valorosas correções e discussões sobre a tese.

A minha saudosa turma de graduação Gladstone, Cristiane, Fernando e Rodrigo, pelo companheirismo e cumplicidade em todas as horas.

iii

A FENORTE pela oportunidade oferecida para o meu desenvolvimento técnico-científico e pelo apoio financeiro.

Aos colegas, professores e funcionários do LENEP, pela prontidão e carinho que sempre me dispensaram e em especial ao chefe do LENEP Prof. Dr. Carlos Alberto Dias e a Bena por sempre estarem dispostos a me ajudar e aconselhar no que for preciso.

iv

Resumo

Severas quedas de injetividade acontecem em campos "*offshore*" com as injeções das águas de mar ou água produzida, que contém normalmente gotas de óleo e partículas sólidas. O meio poroso obstruído pelas partículas dispersas pode aumentar significativamente a resistência hidráulica ao fluxo.

No presente trabalho, foi formulado um modelo matemático para a filtração profunda, que contém dois parâmetros empíricos - os coeficientes de filtração e de dano de formação. Esses parâmetros podem ser determinados através de teste laboratorial de injeção de água. No método comum, o coeficiente de filtração é determinado através das custosas medições de concentração das partículas efluentes no testemunho. Depois calcula-se o coeficiente do dano de formação através das simples e menos onerosas medidas de variação de pressão entre a entrada e saída do testemunho.

Um método alternativo seria usar somente o diferencial de pressão entre a entrada e saída do testemunho. Porém, através da resolução dos problemas inversos, foi provado neste presente trabalho que esse experimento determina somente uma combinação dos parâmetros do modelo, ao invés de calcular cada um deles separadamente.

Assim, foi proposto um novo método para a determinação simultânea de ambos os parâmetros, utilizando os dados de pressão em um ponto intermediário do testemunho, além das tradicionais medidas de pressão na entrada e saída do testemunho. O método proposto fornece valores únicos para os dois coeficientes, e a solução é estável com respeito a pequenas perturbações dos dados de pressão. Esse método foi usado para o tratamento dos dados de 36 testes laboratoriais. Os resultados foram comparados com os valores dos coeficientes obtidos de dados de poços, e a previsão do declínio da injetividade de vários poços da bacia de Campos foi realizada.

Palavras Chaves: injetividade, impedância, filtração profunda, reboco externo, dano de formação.

v

Abstract

Severe injectivity fall happens in offshore fields with the injection of sea/produced water, which contains oil droplets and solid particles. The porous medium with trapped particles may increase significantly the hydraulic resistance to the flow.

In the present work it was formulated a mathematical model for deep bed filtration containing two empirical parameters – the filtration and the formation damage coefficients. These parameters should be determined from laboratory coreflood test. By the traditional method, filtration coefficient is determined from expensive particle concentration measurements of the core effluent; afterwards the formation damage coefficient is determined from inexpensive pressure drop measurements.

An alternative method would be to use solely pressure difference between the core ends. However, it was proved in the present work, that given pressure drop data in seawater coreflood laboratory experiments determines only a combination of these two parameters, rather than each of them.

Therefore, it was proposed a new method for the simultaneous determination of both coefficients. The new feature of the method is that it uses pressure data at an intermediate point of the core, supplementing pressure measurements at the core inlet and outlet. The proposed method furnishes unique values for the two coefficients, and the solution is stable with respect to small perturbations of the pressure data. This method has been used for the treatment of the data of 36 laboratory tests. The results have been compared with the values of coefficients as obtained from well data, and the forecast for injectivity decline in several wells of Campos basin have been performed.

Keywords: injectivity, impedance, deep bed filtration, external cake, formation damage.

vi

Índice

AGRADECIMENTOS ..... **III**

RESUMO ..... **V**

ABSTRACT ..... **VI**

ÍNDICE ..... **VII**

LISTA DE FIGURAS ..... **X**

LISTA DE TABELAS ..... **XIII**

NOMENCLATURA ..... **XIV**

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO **1**

CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA **8**

2.1. Modelos estatísticos 8

2.1.1. Modelos estocásticos 8

2.1.2. Modelos de rede 9

2.2. Modelos contínuos 10

2.2.1. Modelos de análise de trajetórias 10

2.2.2. Modelos fenomenológicos 11

CAPÍTULO 3 - MODELO ANALÍTICO PARA FLUXO LINEAR EM TESTE LABORATORIAL **17**

3.1. Filtração profunda 18

3.2. Formação do reboco externo 21

3.3. Determinação do coeficiente de filtração (primeira solução do problema inverso) 23

3.4. Determinação do coeficiente do dano de formação (segunda solução do problema inverso) 24

3.5. Análise da determinação dos dois coeficientes a partir do ajustamento da variação de pressão. 25

CAPÍTULO 4 - PLANO E DESENVOLVIMENTO DE UM NOVO TESTE LABORATORIAL **27**

4.1. Descrição do Método dos Três Pontos de Pressão 28

4.2. Cálculo da impedância nas duas zonas do testemunho 28

vii

4.3. Validação da solução do problema inverso 31
4.4. Análise de sensibilidade dos resultados 34
4.5. Tratamento de 36 testes de laboratório 35
4.6. Análise dos 36 testes laboratoriais 37
CAPÍTULO 5 - MODELO SEMI ANALÍTICO PARA FLUXO RADIAL EM POÇOS. 42
5.1. Filtração profunda 42
5.2. Formação do reboco externo 45
CAPÍTULO 6 - ANÁLISE E PREVISÃO DA INJETIVIDADE DO CAMPO DE PETRÓLEO Y 47
6.1. Descrição do modelo 47
6.2. Formulação do problema 48
6.3. Tratamento dos dados de quatro poços injetores do campo Y 49
6.3.1. Poço Y-31 49
6.3.2. Poço Y-23 53
6.3.3. Poço Y-20 55
6.3.4. Poço Y-18 57
6.3.5. Resultados do tratamento dos dados dos quatro poços do campo Y: 60
6.3.6. Análise qualitativa dos resultados 60
6.4. Interpretação dos dados de injeção e filosofia da modelagem 63
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES 64
NOVIDADES CIENTÍFICAS 65
RECOMENDAÇÕES FUTURAS 66
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 67
APÊNDICE A. MODELO ANALÍTICO DA FILTRAÇÃO PROFUNDA PARA FLUXO LINEAR 75
APÊNDICE B. MODELO ANALÍTICO DA FORMAÇÃO DO REBOCO EXTERNO PARA FLUXO LINEAR 80
APÊNDICE C. MODELO SEMI ANALÍTICO DA FILTRAÇÃO PROFUNDA PARA FLUXO RADIAL 82
APÊNDICE D. MODELO DA FORMAÇÃO DO REBOCO EXTERNO PARA FLUXO RADIAL 88

viii

APÊNDICE E. INTERVALO DE VARIAÇÃO DOS COEFICIENTES DO MODELO 91

APÊNDICE F. PROGRAMA PARA O TRATAMENTO DE TESTES LABORATORIAIS NO SOFTWARE MATHCAD2000. 92

APÊNDICE G. PROGRAMA PARA O TRATAMENTO DOS DADOS DO CAMPO Y NO SOFTWARE MATHCAD2000. 99

APÊNDICE H. PUBLICAÇÕES GERADAS PELA TESE 103

ix

Lista de Figuras

Figura 1. Tipos de deposição das partículas dentro do meio poroso. 2
Figura 2. Cinética da deposição das partículas no meio poroso. 4
Figura 3. Relacionamento da função do dano de formação com a permeabilidade inicial. 4
Figura 4. Fenômenos da filtração profunda e formação do reboco externo. 5
Figura 5. Diagrama esquemático do teste laboratorial tradicional. 6
Figura 6. Determinação da função $\beta(\lambda_0)$ através dos dados de queda de pressão em testemunho pela metodologia tradicional. 6
Figura 7. Diagrama esquemático do teste laboratorial chamado Método dos Três Pontos de Pressão. 7
Figura 8. Comportamento das concentrações das partículas em suspensão e depositadas para fluxo linear no plano (X,T). 12
Figura 9. Mudança de escala (laboratório para campo). 14
Figura 10. Determinação do mínimo valor de δ. 20
Figura 11. Comportamento da impedância para tempos menores e maiores que 1 p.v.i. 21
Figura 12. Determinação do tempo de transição (T_{tr}). 23
Figura 13. Teste laboratorial esquemático da determinação do coeficiente de filtração λ_0. 24
Figura 14. Duas diferentes previsões da injetividade para uma variação de pressão calculada pela metodologia tradicional de determinação dos coeficientes λ_0 e β do modelo. 26
Figura 15. Determinação dos coeficientes de filtração e do dano de formação através dos dados de duas quedas de pressão. 29
Figura 16. Comportamento dos lados direito e esquerdo da equação transcendental, considerando a inclinação do testemunho inteiro (m) e de uma parte dele (m_1). (a) Intervalo de $0< y <1$; (b) Intervalo de $0.03< y <0.09$. 30
Figura 17. Inclinações das impedâncias obtidas das duas quedas de pressão medidas no testemunho inteiro (L) e em uma parte dele ($\omega_1 L$). 31
Figura 18. Diagrama esquemático dos testes laboratoriais utilizados por Tran e Broek, 1998. 32

x

Figura 19. Comportamento dos lados direito e esquerdo da equação transcendental, considerando a inclinação do testemunho inteiro (m) e de uma segunda parte dele (m_2). (a) Intervalo de 0< y <1; (b) Intervalo de 0.03< y <0.09. 33
Figura 20. Inclinações das impedâncias obtidas das três quedas de pressão medidas no testemunho inteiro (L) e nas duas partes intermediárias ($\omega_1 L$ e $\omega_2 L$). 33
Figura 21. Determinação dos coeficientes de filtração e do dano de formação através dos dados de três quedas de pressão. 34
Figura 22. Pequenas perturbações nas inclinações das impedâncias obtidas de dados laboratoriais. 35
Figura 23. Percolação da gota de óleo pelo meio poroso. 38
Figura 24. Ausência de agregação das partículas sólidas e líquidas. 38
Figura 25. Dependência de (a) λ_0, (b) β e (c) ($m/\phi c_m$) em relação ao parâmetro adimensional η, diferenciando as partículas sólidas (losângulos), líquidas (quadrados) e uma mistura de ambas (triângulos). 41
Figura 26. Comportamento das concentrações das partículas em suspensão e depositadas para fluxo radial no plano (X,T). 43
Figura 27. Comportamento da impedância para fluxo radial considerando tempos menores que 1 p.v.i. 44
Figura 28. Dano do poço Y-31. (a) Histórico da impedância; (b) Previsão da impedância; (c) Histórico da injetividade; (d) Previsão da injetividade. 50
Figura 29. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda. 51
Figura 30. Dano do poço Y-31. (a) Histórico da impedância e (b) Previsão da impedância considerando que o reboco externo ainda não se formou.52
Figura 31. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda considerando que o reboco externo ainda não se formou. 52
Figura 32. Histórico da injetividade do poço Y-23. 53
Figura 33. Dano do poço Y-23. (a) Histórico da impedância; (b) Previsão da impedância; (c) Histórico da injetividade; (d) Previsão da injetividade. 54

xi

Figura 34. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda. 55
Figura 35. Histórico da injetividade do poço Y-20. 55
Figura 36. Dano do poço Y-20. (a) Histórico da impedância; (b) Previsão da impedância; (c) Histórico da injetividade; (d) Previsão da injetividade. 56
Figura 37. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda. 57
Figura 38. Histórico da injetividade do poço Y-18. 58
Figura 39. Dano do poço Y-18. (a) Histórico da impedância; (b) Previsão da impedância; (c) Histórico da injetividade; (d) Previsão da injetividade. 59
Figura 40. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda. 59
Figura 41. Dependências dos (a) coeficiente de filtração λ, (b) coeficiente do dano de formação β e (c) inclinação modificada da impedância ($m/\phi c_m$) em relação ao parâmetro adimensional que relaciona os tamanhos das partículas e dos poros η. 62

xii

Lista de Tabelas

Tabela 1. Resultados do tratamento de 36 testes laboratoriais pelo Método dos Três Pontos de Pressão. 36
Tabela 2. Resultados do tratamento dos dados do campo Y utilizando o histórico de injeção. 60

xiii

Nomenclatura

Letras Latinas		
Símbolos	Descrições	Unidades
c	concentração das partículas em suspensão	m^3/m^3
h	espessura	m
H	intervalo de canhoneio	m
I	injetividade	
J	impedância	
k	permeabilidade	mD
K	função do dano de formação	
L	comprimento do testemunho	m
m	inclinação da impedância	
p	pressão	Pa, kg/m.s
q	vazão por espessura canhoneiada	m^2/s
r	raio, coordenada radial	m
R	distância entre os poços injetores e produtores	m
t	tempo	s
T	tempo adimensional	p.v.i.
U	velocidade aparente do fluido injetado	m/s
x	distância linear	m
X	distância adimensional	

xiv

Letras Gregas		
Símbolos	Descrições	Unidades
α	fração da porosidade inicial	
β	coeficiente do dano de formação	
ϕ	porosidade	
ρ	comprimento radial adimensional	
λ	coeficiente de filtração	m^{-1}
μ	viscosidade da água	Pa.s, kg/m
η	parâmetro adimensional que relaciona os tamanhos da partícula e do poro	
σ	concentração das partículas depositadas	m^3/m^3
ω	fração do comprimento do testemunho	

Subscritos	Descrições
0	original, inicial, constante
1	parte referente à entrada e ao primeiro ponto intermediário do manômetro
2	parte referente à entrada e ao segundo ponto intermediário do manômetro
c	reboco externo
f	filtração profunda
L	valor médio das partículas líquidas
m	injeção na entrada do testemunho
M	valor médio da mistura de partículas líquidas e sólidas
p	partícula
pm	valor médio das partículas
S	valor médio das partículas sólidas
tr	tempo de transição
w	poço
ω	parte referente à entrada e a metade do testemunho

xv

CAPÍTULO 1 - Introdução

A injeção de água em reservatórios de óleo (ou abaixo deles) é uma prática comum para deslocar o óleo em direção aos poços produtores ou para manter a pressão do reservatório, com objetivo de impedir a queda na produção do petróleo ou aumentar sua recuperação. Cerca de 80% do petróleo proveniente dos campos "*offshore*" no Brasil, são produzidos devido à influência da água injetada.

A manutenção da pressão do reservatório de óleo pode ser alcançada pela injeção de uma quantidade de água igual a total (somente óleo ou óleo e água) produzida. Um dos parâmetros que determina a taxa de injeção em cada poço é o índice de injetividade, que é a razão da vazão injetada pela variação de pressão entre o poço e o reservatório.

Com o decorrer do tempo ocorre uma queda de injetividade nos poços injetores, por causa da diminuição da permeabilidade da formação ao redor do poço. Nesse caso, a manutenção da pressão do reservatório pode ser obtida com a diminuição da produção de petróleo ou com o aumento do número de poços injetores atuantes no campo. Esses fatos provocam um grande problema na indústria de petróleo, pois deve-se aumentar os gastos para que a produção de óleo do reservatório não decresça, ou diminuir a produção de óleo e conseqüentemente os lucros.

O declínio da injetividade é devido ao entupimento dentro do meio poroso por matérias orgânicas e minerais em suspensão provenientes da água do mar e/ou produzida injetada. Esse fenômeno é chamado de filtração profunda ("*deep bed filtration*") e ele também pode ocorrer em outros processos tecnológicos como: tratamento da água destinada à injeção, migração de finos (grãos) soltos dentro dos poros, invasão dos fluidos de perfuração e completação na parede do poço, e contaminação de aqüíferos.

As partículas sólidas e líquidas em suspensão na água injetada podem ser depositadas (retidas) de diferentes maneiras dentro do meio poroso (figura 1): (a) Interceptação $\rightarrow$ devido à atuação de forças atrativas como as de Van der Waals,

elétrica e da dupla camada iônica. Essas forças atrativas, criam um agrupamento de pequenas partículas, podendo causar um tamponamento na garganta do poro; (b) Sedimentação → ocorre por causa da força gravitacional; (c) Exclusão pelo tamanho (“*Straining”* ou *“size exclusion”*) → as partículas são retidas nas gargantas dos poros por serem grandes (maiores que as gargantas dos poros). O grau de importância de cada uma dessas maneiras de deposição é altamente variável, por dependerem do tipo de reservatório e da composição química da água injetada.

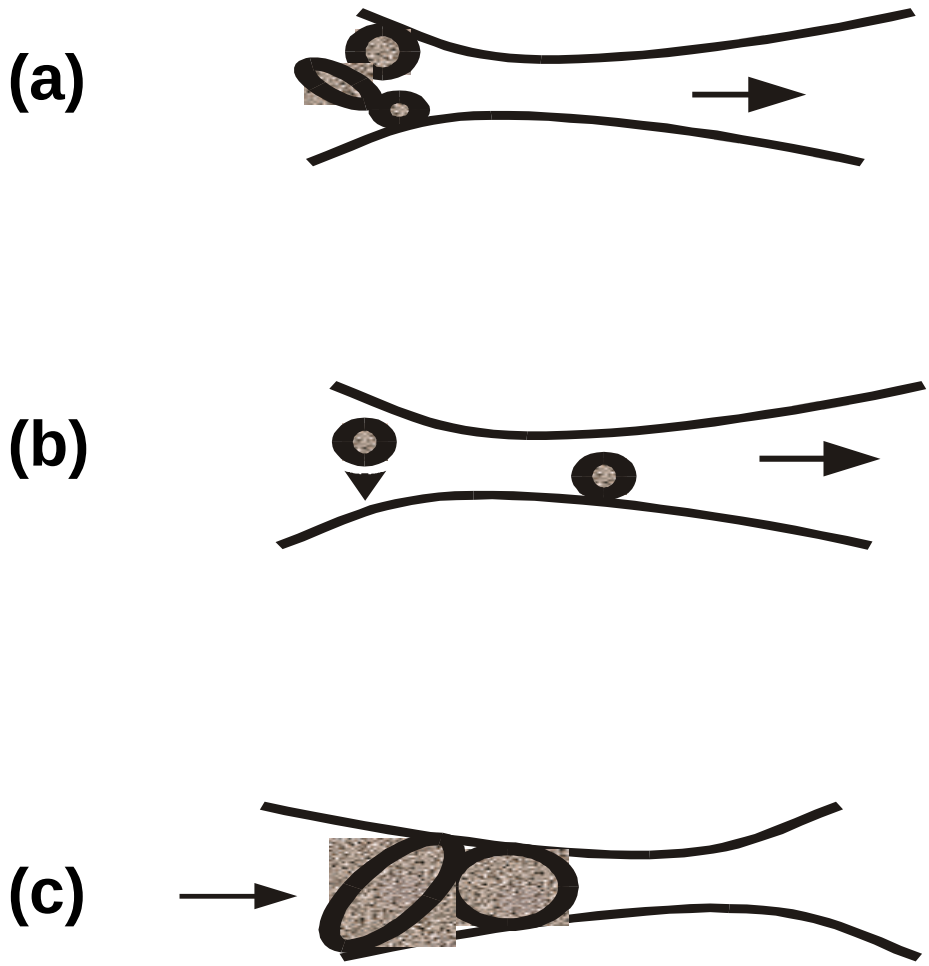


Figura 1. Tipos de deposição das partículas dentro do meio poroso.

Quanto mais "maduro" for o reservatório de óleo que não possui um aqüífero atuante, maior a quantidade de água necessária a ser nele injetada para manutenção da pressão. É comum nessa situação, ocorrer aparecimento e um posterior aumento da quantidade de água coletada nos poços produtores desse campo. Isso causa preocupações, principalmente no âmbito ambiental, pois há necessidade de descarte dessa água contaminada produzida, que contém partículas líquidas (gotas de óleo) e também partículas sólidas em suspensão. Geralmente trata-se a água para o descarte ou para a reinjeção no próprio reservatório que a produziu.

Portanto, a realização de um balanço econômico é muito importante no projeto de injeção, pois pode-se diminuir o dano causado à formação através de melhorias na qualidade da água injetada (tratamentos químicos e mecânicos), e optar sobre o tipo de água que será injetada (água do mar, água produzida ou uma mistura das duas). Então, previsões confiáveis da queda de injetividade são necessárias para determinar qual das opções acima é a mais viável financeiramente.

A base deste trabalho, está na utilização do modelo fenomenológico para prever a queda de injetividade em poços, onde os vários mecanismos de deposição das partículas (figura 1) não são diferenciados no processo do entupimento do meio poroso. Assim, é analisado o efeito total das deposições, e não o quanto cada tipo de deposição afetou a injetividade.

Então, a solução do primeiro problema inverso do modelo é determinada pela taxa de deposição (figura 2), que extrai o parâmetro empírico chamado coeficiente de filtração λ_0 (mostra a intensidade com que as partículas provenientes da água injetada ou reinjetada depositam-se no meio poroso). A segunda solução do problema inverso calcula o coeficiente do dano de formação β, que informa a diminuição da permeabilidade devido à deposição das partículas (figura 3).

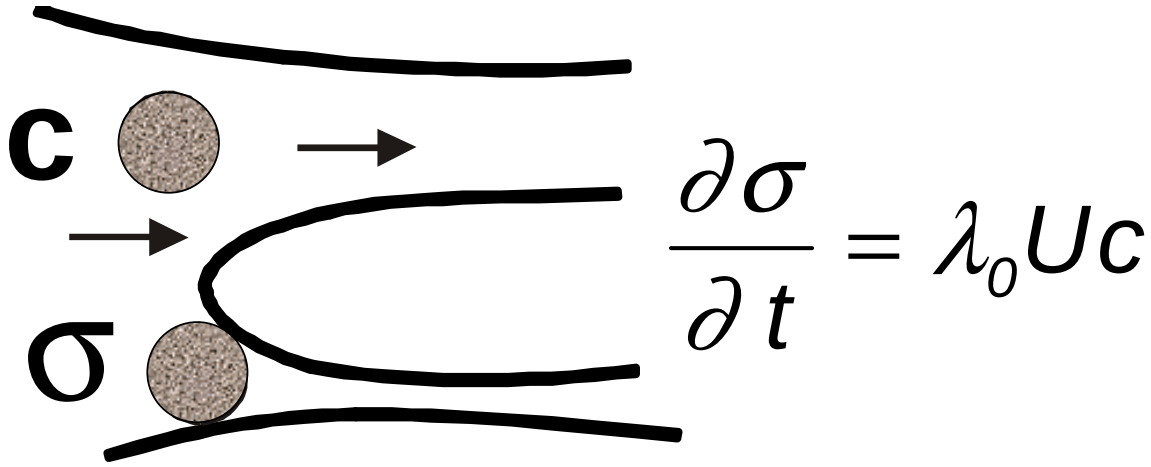


Figura 2. Cinética da deposição das partículas no meio poroso.

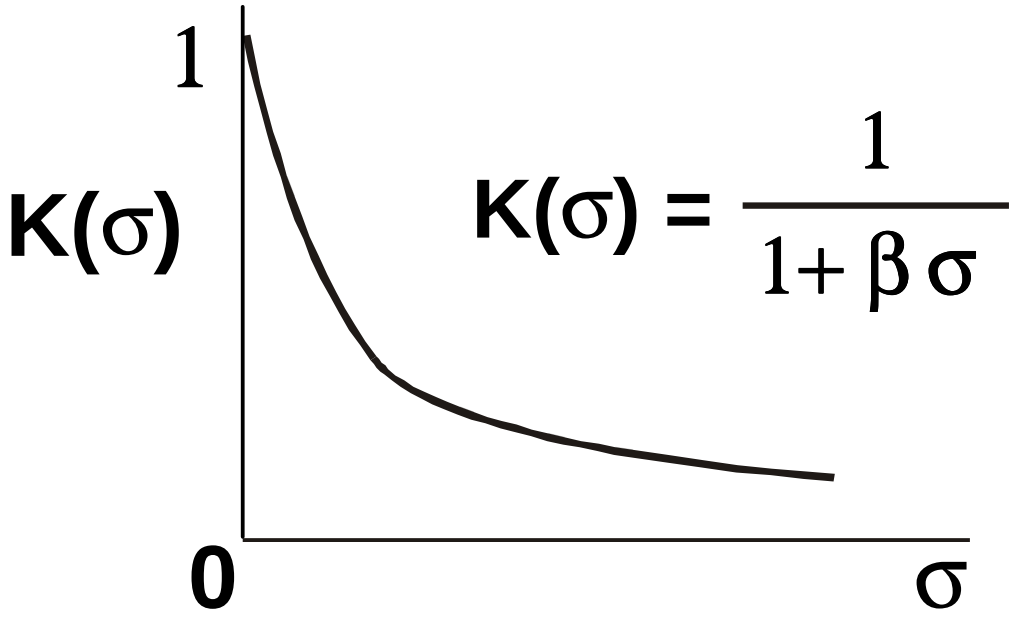


Figura 3. Relacionamento da função do dano de formação com a permeabilidade inicial.

No presente trabalho, foi utilizado também um modelo fenomenológico que considera o aparecimento de um reboco (formado por partículas proveniente da água injetada) na parede externa da formação, responsável pelo completo tamponamento do meio poroso (figura 4) (Donaldson et al., 1977). O tempo para o aparecimento do reboco é denominado tempo de transição (Pang e Sharma, 1994). Esse modelo usa os dados do histórico de injeção (experimentais ou de campo) para obter os valores dos dois coeficientes (λ_0 e β) e também para prever o comportamento da injetividade com o tempo (Wennberg e Sharma, 1997).

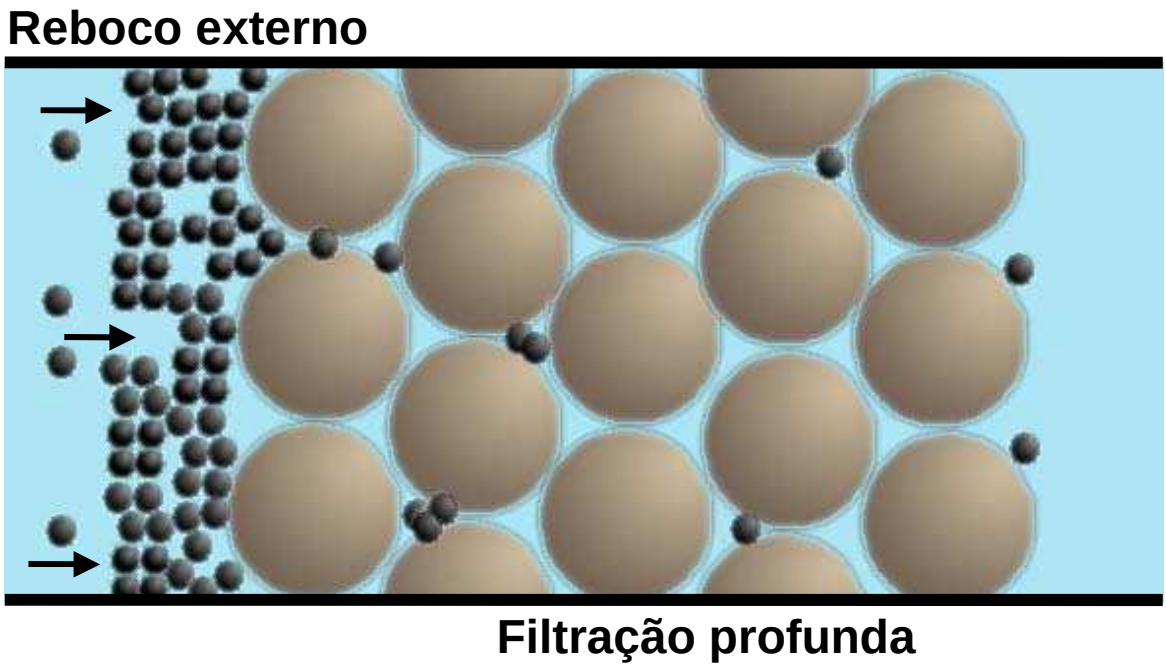


Figura 4. Fenômenos da filtração profunda e formação do reboco externo.

Portanto, o principal objetivo desta dissertação, é determinar os dois parâmetros do modelo (λ_0 e β) a partir de testes laboratoriais de injeção de água com partículas em suspensão em testemunhos ou a partir do histórico de injeção, para prever o declínio da injetividade do poço.

O método tradicional da determinação laboratorial dos parâmetros do modelo (λ_0 e β), usa somente o diferencial de pressão entre a entrada e saída do testemunho (figura 5). Porém, foi provado no presente trabalho, que essa metodologia possui o problema inverso mal posto, resultando em uma combinação entre os parâmetros, ao invés de calcula-los independentemente (figura 6).

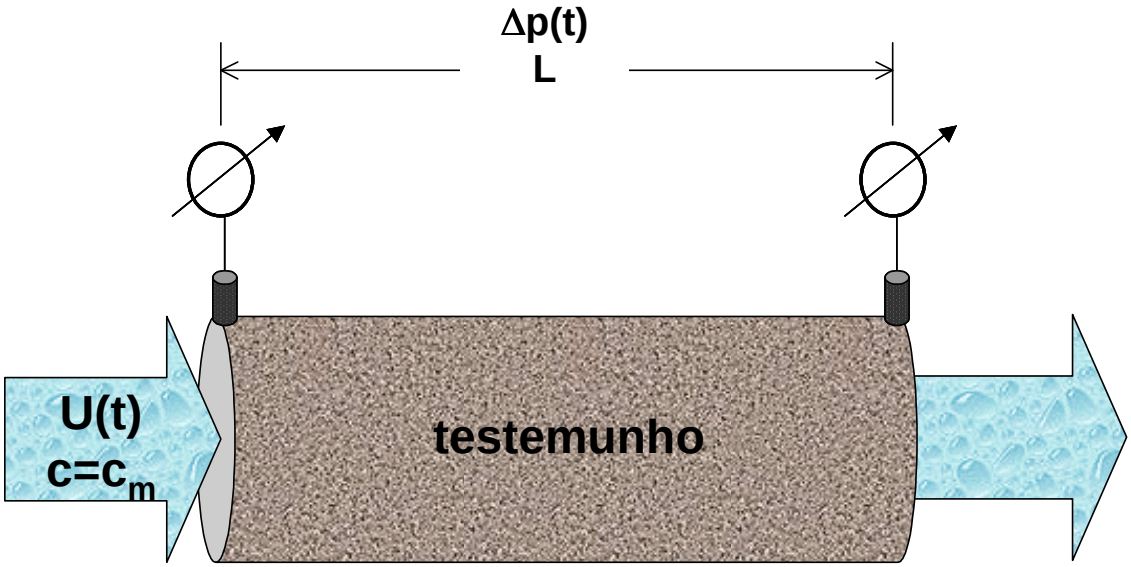


Figura 5. Diagrama esquemático do teste laboratorial tradicional.

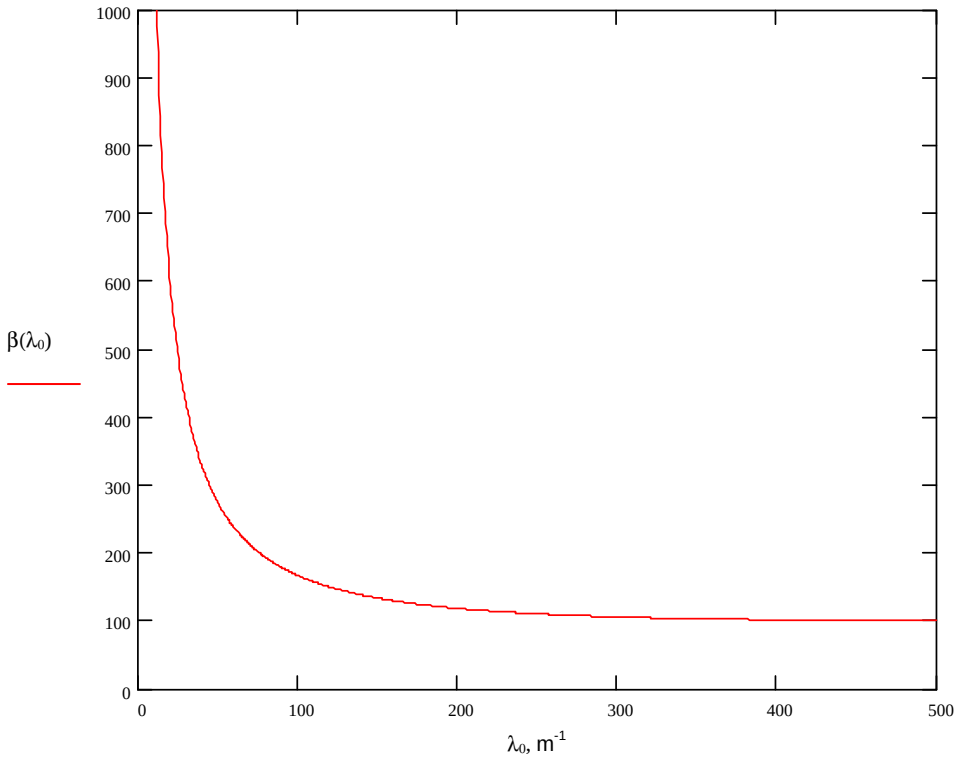


Figura 6. Determinação da função $\beta(\lambda_0)$ através dos dados de queda de pressão em testemunho pela metodologia tradicional.

Então, foi desenvolvido um novo método para determinar simultaneamente os dois coeficientes do modelo. A nova característica dessa metodologia é a utilização de um manômetro em um ponto intermediário qualquer do testemunho, além dos tradicionais na entrada e saída do testemunho (figura 7). Esse método está baseado numa solução analítica exata do problema direto. A solução do problema inverso é reduzida a uma equação transcendental, que sempre existe, e é única e estável com respeito a pequenas perturbações nas medidas (Bedrikovetsky et al., 2000;2001a,b).

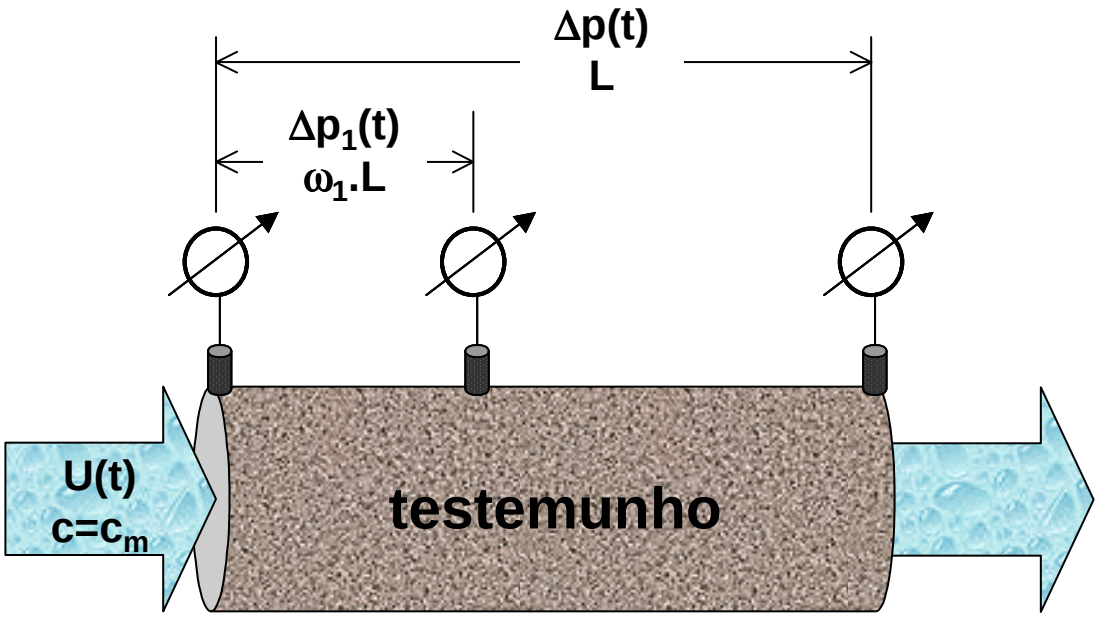


Figura 7. Diagrama esquemático do teste laboratorial chamado Método dos Três Pontos de Pressão.

O novo método foi usado no tratamento dos dados de 36 testes laboratoriais e seus resultados foram comparados com os obtidos dos dados de campo.

CAPÍTULO 2 - Revisão Bibliográfica

Trabalhos publicados sobre o estudo do transporte de partículas em suspensão nos meios porosos, em particular nos reservatórios de petróleo, são antigos (Iwasaki, 1937). Existem muitos modelos matemáticos com soluções analíticas e numéricas, e também estudos experimentais em laboratórios, que descrevem o dano causado à formação devido à deposição das partículas em suspensão provenientes de fluidos injetados. Porém, o problema formulado pela tese, que é a determinação dos dois parâmetros do modelo (λ_0 e β) através de teste laboratorial para prever a queda de injetividade em poços, ainda não foi mostrado na literatura.

De acordo com Sahimi et al. (1990) e devidamente referenciados por Siqueira (2000), tais modelos estão divididos em duas grandes categorias: modelos estatísticos e modelos contínuos.

2.1. Modelos estatísticos

A classificação dos modelos estatísticos compreende duas subdivisões: modelos estocásticos e de rede.

2.1.1. Modelos estocásticos

Foram desenvolvidos por Hsu e Fan (1984) e por Fan et al. (1985), e estão baseados nas cadeias de Markov, onde o fluxo das partículas dentro do meio poroso é descrito probabilisticamente, considerando o bloqueio de um poro aberto como sendo um evento de “nascimento” e a desobstrução de um poro antes tamponado, como sendo um evento de “morte”. Esses modelos possuem dois parâmetros empíricos (ajustáveis), que são determinados a partir de dados experimentais. O primeiro parâmetro está relacionado à probabilidade de ocorrência de um evento de nascimento, e o segundo parâmetro está associado à probabilidade de morte numa unidade de volume do meio poroso. Para resolver a equação diferencial estocástica, determina-se a probabilidade de que, em um dado momento, um determinado número de poros esteja obstruído, relacionando tal número à queda de pressão

ocorrida ao longo do entupimento, e assim, à diminuição da permeabilidade (calculada pela equação de Kozeny-Carman).

Os modelos estocásticos possuem uma matemática simples, mas sua desvantagem é que eles não levam em consideração os efeitos da morfologia do espaço poroso, a distribuição de tamanhos de partículas, e também não prevêem os perfis de concentração das partículas efluentes (Siqueira, 2000).

2.1.2. Modelos de rede

Foram introduzidos por Fatt (1956a,b,c), onde os dados de entrada são gerados pelo método de Monte Carlo. Esses modelos representam simbolicamente o meio poroso por intermédio de linhas (ligações) e/ou pontos (nós), dispostos espacialmente de maneira a formarem malhas bi ou tridimensionais, regulares ou não. Essa idealização consiste num arranjo de canais convergentes-divergentes, nos quais as porções mais amplas dos poros (seus “corpos”, representados pelos nós da rede) são conectadas através de constrições (as “gargantas” dos poros, representadas na rede pelas ligações). Por intermédio da determinação dos valores de resistência ao fluxo de cada um dos nós e ligações da estrutura (rede), e impondo a esta uma vazão (ou uma diferença de pressão), obtém-se, pelo balanço de massa em cada nó, um sistema de equações cuja solução numérica para as pressões (ou para as velocidades) permite o cálculo da permeabilidade do modelo (Siqueira, 2000).

O grau de semelhança da permeabilidade da rede e a do meio poroso real irá depender muito das considerações adotadas pelo modelo, onde os atributos mais importantes da estrutura porosa real são suas morfologia (tamanho e forma dos poros), topologia (relações de conectividade dos poros entre si) e propriedades de percolação (Dullien, 1992; Ioannidis *et al.*, 1997).

Os modelos de rede tentam incorporar as heterogeneidades do meio, na escala de poros, para determinar as propriedades macroscópicas do sistema. Eles são os únicos modelos que levam em conta a conectividade do meio, o que lhes possibilita prever com maior acerto a permeabilidade e seu comportamento durante o transporte de partículas através do espaço poroso (Sahimi et al., 1990).

A principal desvantagem desse modelo é a demanda computacional requerida, o que limita o tamanho da rede a ser processada. Essa demanda é inerente a modelagens que buscam incorporar suficientemente as características essenciais dos fenômenos em estudo, de modo a tornar exeqüível a determinação confiável das propriedades macroscópicas (Siqueira, 2000).

2.2. Modelos contínuos

A classificação dos modelos contínuos para o fluxo de partículas em meios porosos compreende também duas subdivisões, segundo sua escala de observação e descrição dos fenômenos estudados. Numa escala microscópica, encontram-se os modelos de análise de trajetórias das partículas e, numa escala macroscópica, temos os modelos fenomenológicos, que prevêem a queda de injetividade em poços.

2.2.1. Modelos de análise de trajetórias

Estudam o fluxo de partículas em meios porosos calculando os percursos das partículas no interior de coletores microscópicos (geralmente esféricos, cilíndricos ou em forma de tubos com constrições, embora, a princípio, possam ser de qualquer formato). A partir da especificação do campo de fluxo em torno de um coletor, pode-se escrever equações do movimento, incluindo o balanço de todas as principais forças e momentos que agem sobre as partículas (forças e torques hidrodinâmicos, interação partícula-coletor, dupla camada iônica, forças de London – Van der Waals, força gravitacional). Normalmente, a solução dessas equações é obtida numericamente, pois a natureza complexa das várias forças atuantes impede a obtenção de soluções analíticas. A interceptação de partículas é incluída como uma condição de contorno, considerando-se que uma partícula se deposita caso seu percurso adentre uma região contida entre a superfície do coletor e uma trajetória limite.

Tipicamente, esses modelos assumem que as partículas são suficientemente pequenas para não serem aprisionadas nas gargantas de poros, bloqueando-as, ou seja, assumem que não haja exclusão pelo tamanho (figura 1c).

Devidamente ajustados, os modelos de análise de trajetórias permitem estimar o coeficiente de filtração (capacidade do meio filtrante capturar partículas). O comportamento da permeabilidade é obtido através do cálculo da queda de pressão ao longo do meio, utilizando-se a equação de Kozeny-Carman (Siqueira, 2000).

Entre esses modelos, há os que representam o meio poroso por intermédio de apenas um coletor individual de partículas (Yao et al., 1971; Payatakes et al., 1974; Mackie et al., 1987), e aqueles que o fazem por uma série de elementos de leitos unitários (Unit Bed Elements, UBE) constituídos por coletores (Payatakes et al., 1973; Tien e Payatakes, 1979; Chauveteau et al., 1998). Os modelos UBE tentam levar em conta a variabilidade dos tamanhos de poros e a natureza convergente-divergente dos formatos destes. A interconectividade do meio também é considerada, embora limitadamente, já que o fluxo é restrito a células unitárias paralelas à direção macroscópica de fluxo. Assim, tais modelos não têm como incorporar componentes tão importantes como as linhas de corrente e as deposições de partículas em canais não alinhados com a direção macroscópica de fluxo (Burganos *et al.*, 1992).

2.2.2. Modelos fenomenológicos

Nos modelos fenomenológicos para fluxo radial, o processo de filtração profunda é observado a partir de uma escala espacial muito maior que a das dimensões dos poros individuais. O meio poroso é tratado como um sistema fechado, no interior do qual as partículas em suspensão proveniente da água injetada se depositam.

Os detalhes morfo-topológicos dos poros são ignorados, sendo incorporados ao modelo apenas em função de seus reflexos sobre as grandezas que descrevem os fenômenos estudados macroscopicamente, tais como a concentração das partículas depositadas σ, e o coeficiente de filtração λ. As concentrações das partículas em suspensão c e das partículas depositadas σ são consideradas funções suaves e contínuas, no tempo e no espaço (figura 8).

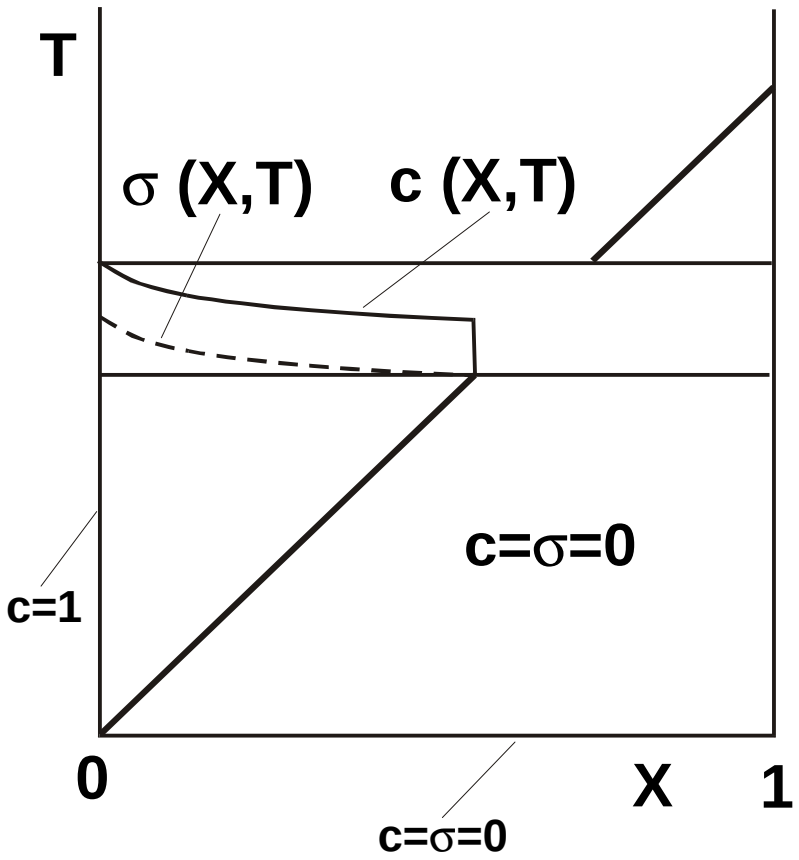


Figura 8. Comportamento das concentrações das partículas em suspensão e depositadas para fluxo linear no plano (X,T).

Os volumes investigados devem ser suficientemente grandes para que se obtenham valores estáveis e representativos da média das propriedades microscópicas correspondentes, e pequenos a ponto de permitir a consideração dos efeitos de heterogeneidades na escala supra-poro (Siqueira, 2000).

Os modelos fenomenológicos baseiam-se na equação da conservação de massa das partículas. Sendo *t* o tempo, *U* a velocidade do fluxo, *x* a distância e *c* a concentração volumétrica das partículas em suspensão. Essa conservação de massa é expressa sob a forma:

$$\frac{\partial(\sigma+\phi c)}{\partial t}+U\frac{\partial c}{\partial x}=0\ . \qquad \textbf{(2-1)}$$

Para resolver essa equação, é necessário definir uma relação entre a taxa de deposição das partículas, a concentração das partículas em suspensão *c* e a

velocidade do fluxo *U* (figura 2). Para tanto, várias expressões foram propostas na literatura (ver revisões feitas por Tien e Payatakes, 1979 e por Herzig *et al*., 1970), entre as quais a de Iwasaki (1937):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = U \lambda c \,. \qquad \textbf{(2-2)}$$

O coeficiente de filtração λ depende da velocidade do fluido *U* e da concentração das partículas depositadas σ. Esse coeficiente é dinâmico, pois varia com o tempo na medida em que o sistema se altera devido às partículas serem sucessivamente capturadas (Wennberg e Sharma, 1997).

Para estimar a variação de pressão ao longo do meio poroso, considerando a vazão injetada constante (e, a partir desta, sua injetividade), freqüentemente os modelos fenomenológicos aplicam a equação de Darcy modificada para fluxo de água com partículas em suspensão:

$$U = -\frac{k_0 \, K(\sigma)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \qquad \textbf{(2-3)}$$

A equação (2-3) relaciona a distribuição da permeabilidade ao longo do meio poroso, em cada instante *t*, ao depósito de partículas σ (figura 3):

$$K(\sigma(x,t)) = \frac{1}{1 + \beta \, \sigma(x,t)} \qquad \textbf{(2-4)}$$

onde β é uma constante que recebe a denominação de coeficiente do dano de formação (Oort et al., 1993). Integrando-se $K(\sigma(x,t))$ entre a face de injeção e a frente de injeção, para um dado instante, obtém-se a permeabilidade média nessa região. Essa abordagem pode ser utilizada para a transferência de escala entre dados de testes laboratoriais para injeção na escala de campo, onde ocorre a mudança da geometria linear para a geometria radial de injeção (figura 9). Por isso, existem modelos fenomenológicos para fluxos linear e radial.

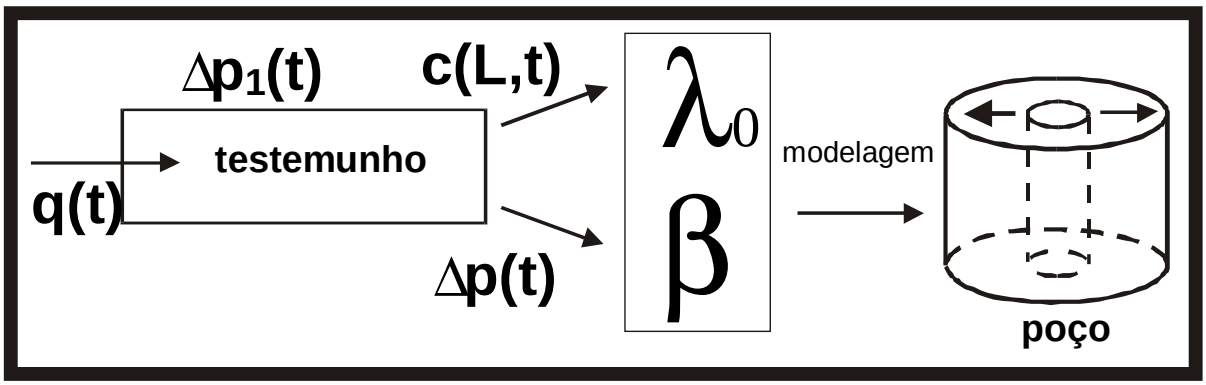


Figura 9. Mudança de escala (laboratório para campo).

Devidamente ajustados, os modelos fenomenológicos para fluxo linear (modelos experimentais) permitem estimar o coeficiente de filtração λ (capacidade do meio filtrante capturar partículas) por intermédio da medição da concentração das partículas em suspensão na saída da amostra, e o comportamento da permeabilidade, através do cálculo da variação de pressão ao longo da amostra (meio poroso), utilizando a equação de Darcy modificada (equação 2-3) (Wennberg e Sharma, 1997).

Apesar de algumas limitações anteriormente citadas, tais modelos podem proporcionar resultados bastante úteis, principalmente quando se dispõe de testemunhos e recursos experimentais para a determinação dos parâmetros empíricos utilizados no modelo (Ison e Ives, 1969; Herzig *et al.*, 1970; Gruesbeck e Collins, 1982; Soo e Radke, 1986; Soo et al., 1986; Wennberg e Sharma, 1997). Vejamos detalhadamente alguns exemplos que compõem a história desses modelos:

Donaldson et al. (1977) conduziram experimentos fluindo sílica coloidal em suspensão através de três tipos de testemunhos originados dos arenitos Berea, Noxie e Cleveland. Seus resultados mostraram que as partículas inicialmente passam através das maiores aberturas no testemunho e são gradualmente retidas por uma combinação dos efeitos de entupimento. O completo tamponamento do testemunho parece ser uma combinação do entupimento interno dos poros com o reboco externo construído. Eles observaram que as maiores partículas iniciam a construção do reboco externo. Na maioria dos casos, o testemunho foi somente

parcialmente entupido, e devido à formação do reboco na face externa restringir o fluxo das partículas em suspensão, ocorre o tamponamento total.

Davidson (1979) preparou experimentos laboratoriais de fluxo de partículas em suspensão através do meio poroso e observou que a velocidade requerida para prevenir a deposição das partículas era inversamente proporcional ao tamanho da partícula. Essa conclusão está limitada ao sistema testado em particular pelo autor.

Todd et al. (1979) conduziram experimentos em três diferentes testemunhos. O resultado indicou que uma diminuição significativa da permeabilidade pode ser causada por sólidos inorgânicos. A queda de injetividade não foi aplicada a dados de campo.

Todd et al. (1984) observaram que todos os danos causados às formações estão relacionados com o tamanho médio da garganta dos poros, e que os testemunhos exibem entupimentos em todo seu comprimento devido às partículas de 0 a 3 microns.

Todd et al. (1988) encontraram um grande declínio da permeabilidade devido às pequenas velocidades e grandes concentrações das partículas.

Vetter et al. (1984) promoveram uma revisão crítica dos estudos laboratoriais anteriores e conduziram testes de filtração de partículas. Seus resultados mostraram que as partículas de todos os tamanhos provocaram dano à formação. As maiores partículas causaram um rápido declínio da permeabilidade com uma região danificada rasa. As menores partículas entraram no testemunho e provocaram uma queda gradual da permeabilidade. Os autores verificaram que as maiores velocidades de fluxo provocaram maiores profundidades de penetração das partículas.

Pautz (1989) concluiu que os estudos anteriores não demonstraram claramente as condições sob as quais os entupimentos internos e o reboco externo foram formados, e que a diminuição da permeabilidade é sensível à velocidade do

fluxo linear somente para partículas muito pequenas, e que a concentração tem mais impacto na queda da permeabilidade para partículas muito grandes.

Oort et al. (1993) propuseram um modelo onde somente avaliaram a filtração profunda. Utilizaram dois novos parâmetros, fator de dano de formação e coeficiente de filtração, que são obtidos de testes laboratoriais. A maior limitação desse modelo é que são requeridos testes laboratoriais e que não se avalia o reboco externo.

Pang e Sharma (1994) propuseram um modelo que avalia a filtração profunda e o reboco externo de forma simultânea (os outros autores, quando avaliam, os fazem de forma separada), usando o conceito de tempo de transição (tempo para o aparecimento do reboco externo). Os autores, tentaram determinar o tempo de transição usando o coeficiente de filtração por intermédio da simulação dinâmica de *Stokes* para aplicar o modelo da filtração profunda antes desse tempo, e depois dele (tempo de transição) o modelo do reboco externo. Eles também calcularam o raio e a permeabilidade da zona danificada, e ainda testaram a qualidade da água, diferenciando quatro tipos de curvas com seus respectivos mecanismos de deposição.

Wennberg e Sharma (1997) conduziram muitos experimentos laboratoriais com intenção de determinar o coeficiente de filtração (propuseram o primeiro problema inverso baseado na medida da concentração de partículas na saída do testemunho). Os autores determinaram uma faixa de valores de λ que vai de 0.1 a 100 m^{-1}. Esse coeficiente de filtração é um número dinâmico e muda com o número de partículas depositadas anteriormente. Propuseram um novo método para determinar o desenvolvimento do coeficiente de filtração com o tempo, utilizando o conceito de porosidade crítica ($\phi^*=\phi/2$ foi determinada pela análise de vários testes laboratoriais), que é lançada tendo uma correlação com o tempo de transição. Eles também concluíram que a determinação do coeficiente de filtração é crucial para a correta previsão do declínio da injetividade, e que ele depende da velocidade do escoamento. Foi observado ainda pelos autores, que o raio médio de penetração das partículas no poço, varia de 70 cm a 7 m, e que o efeito da difusão pode ser negligenciado para partículas maiores que 1 micron.

CAPÍTULO 3 - Modelo analítico para fluxo linear em teste laboratorial

A previsão do comportamento do poço pode ser obtida através da determinação dos parâmetros do modelo (λ_0 *e* β) a partir de testes laboratoriais de fluxo linear (unidirecional) pela injeção de água do mar/produzida em testemunhos representativos do reservatório.

Neste capítulo, é apresentado o modelo analítico linear da filtração profunda e os métodos para a determinação dos coeficientes do modelo (λ_0 *e* β) a partir da medição da concentração das partículas em suspensão na saída do testemunho e a partir das medidas dos diferenciais de pressão entre a entrada e saída do testemunho laboratorial.

É mostrado que o método tradicional da determinação simultânea dos coeficientes λ_0 *e* β através das simples medições de pressão entre a entrada e saída do testemunho em relação ao tempo, está baseado em um problema inverso mal posto que pode causar grande erro nas previsões do comportamento do poço.

O dano causado ao meio poroso pelas partículas provenientes das águas injetadas é considerado pelo modelo em duas fases; filtração profunda e construção do reboco externo (figura 4).

As hipóteses assumidas pelo modelo matemático do declínio da injetividade são:

- Incompressibilidade de água;
- A variação da concentração das partículas não influem na densidade da mistura de água com partículas em suspensão;
- Não considera o efeito da difusão das partículas;
- O coeficiente de filtração independe da deposição e da velocidade do fluxo;
- Antes do tempo de transição somente a filtração profunda ocorre (não formação do reboco externo). Depois do tempo de transição o reboco externo se forma, e nenhuma partícula mais penetra no meio poroso;
- Permeabilidade e porosidade do reboco externo constantes;

- Não existe compactação das partículas no reboco externo.

3.1. Filtração profunda

O apêndice A apresenta todas as equações que descrevem o fenômeno da filtração profunda. As equações adimensionais básicas do modelo são as do balanço de massa das partículas, da cinética de deposição e da lei de Darcy modificada, que possui a permeabilidade em função da concentração das partículas depositadas *K(σ)* (figura 3):

$$\frac{\partial c}{\partial T} + \frac{\partial c}{\partial X} = -\lambda(\sigma)\, L\, c \qquad \textbf{(3-1)}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = \lambda(\sigma) L\, \phi\, c \qquad \textbf{(3-2)}$$

$$U = -\frac{k_0\, K(\sigma)}{\mu L} \frac{\partial\, p}{\partial\, X}. \qquad \textbf{(3-3)}$$

Esse problema unidimensional que descreve os testes laboratoriais de injeção de água com partículas em suspensão em testemunhos, possui condições inicial (A-10) e de contorno (A-11).

A solução encontrada do modelo linear considerando o coeficiente de filtração constante λ_0 para T>X consiste em:

$$c\,(X, T) = c_m\, e^{-\lambda_0\, L\, X} \qquad \textbf{(3-4)}$$

$$\sigma(X, T) = \lambda_0\ L\ \phi\ c_m\, (T - X)\, e^{-\lambda_0\, L\, X}. \qquad \textbf{(3-5)}$$

Note que as concentrações das partículas em suspensão *c* e depositadas σ são nulas adiante da frente de injeção (T<X) (figura 8).

Integrando em *X* o gradiente de pressão da equação (3-3), e substituindo nela as equações (A-5) e (3-5), obtém-se a expressão da variação de pressão adimensional no testemunho (impedância) *J(T)* para *T* > *X*, o qual é o inverso da injetividade:

$$J(T) = \frac{k_0}{k(T)} = \frac{k_0 \, \Delta p(T)}{\mu L U(T)} \qquad \textbf{(3-6)}$$

$$J(T) = 1 + \beta \phi c_m \left(T(1 - e^{-\lambda_0 L}) + e^{-\lambda_0 L} + \frac{e^{-\lambda_0 L} - 1}{\lambda_0 L} \right). \qquad \textbf{(3-7)}$$

O aspecto mais importante da impedância (3-7) é a sua dependência linear com o tempo:

$$J(T) = mT + \delta \qquad \textbf{(3-8)}$$

$$m = \beta \phi c_m \left(1 - e^{-\lambda_0 L}\right) \qquad \textbf{(3-9)}$$

$$\delta = 1 + \beta \phi c_m \left(e^{-\lambda_0 L} + \frac{e^{-\lambda_0 L} - 1}{\lambda_0 L} \right). \qquad \textbf{(3-10)}$$

Através da medição da variação de pressão entre a entrada e saída do testemunho, obtém-se a impedância (equação 3-6), onde seus respectivos coeficientes angular (3-9) e linear (equação 3-10) são dependentes de λ_0 *e* β. O método tradicional determina λ_0 *e* β a partir dessas duas equações ((3-9) e (3-10)).

Porém, se o termo entre parênteses de δ for igualado a *z(v)*, onde $v=\lambda_0 L$, encontra-se a seguinte fórmula:

$$z(v) = e^{-v} + \frac{e^{-v} - 1}{v}. \qquad \textbf{(3-11)}$$

A função *z(v)* é negativa para *v*>0, *z(0)*=0, e tende para zero quando *v* tende para o infinito $z(v \to \infty) \to 0$. Seu valor mínimo é z(1.79) = -0.29843 (figura 10).

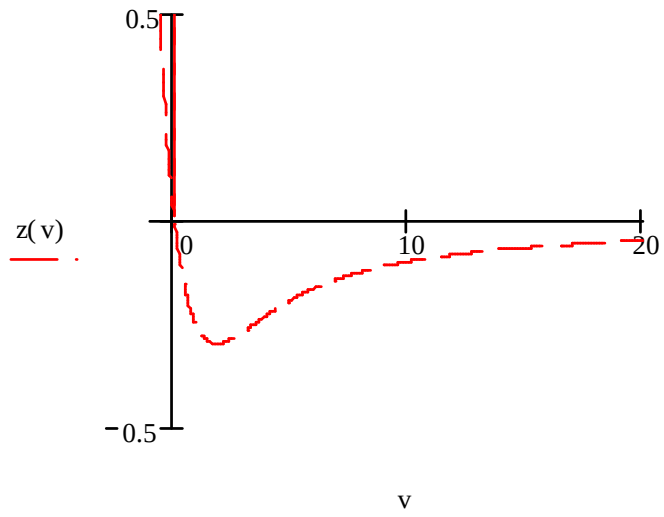


Figura 10. Determinação do mínimo valor de δ.

Para estimar o intervalo de variação do coeficiente linear δ da impedância, foram utilizados os valores máximos e mínimos de λ_0 e β (apêndice E), as concentrações injetadas comuns na prática 0.1 e 10 ppm, L = 0.1 m e ϕ = 0.2. O resultado obtido foi: 0.9994 < δ < 1.

Portanto, a reta *J(T)* inicia-se quase em *J=1* no momento *T=0*. Por isso, pode-se simplificar a fórmula da impedância:

$$J(T) = 1 + mT \quad . \qquad \textbf{(3-12)}$$

Então, somente o coeficiente angular *m* (3-9) varia substancialmente nos testes laboratoriais. Essa inclinação da impedância determina a relação $\beta = \beta(\lambda_0)$, onde os parâmetros λ_0 e β não podem ser calculados separadamente (Bedrikovetsky et al., 2000; 2001a). Isso prova que a metodologia tradicional da determinação de λ_0 e β é mal posta, pois vários valores de λ_0 e β conseguem ajustar a mesma variação de pressão entre a entrada e saída do testemunho (figura 6). A representação esquemática do teste laboratorial a que se refere essa metodologia está mostrado na figura (5).

A equação (3-7) só é válida para *T>1*, ou seja, para tempos posteriores à chegada da frente de concentração na saída do testemunho. Para *T<1*, a

impedância *J(T)* possui uma forma côncava (A-21), devido as partículas estarem se depositando até a frente da concentração alcançar a fronteira da zona danificada do testemunho (figura 11). Contudo, o comportamento de *J(T)* para *T<1* pode ser ignorado, devido os testes laboratoriais normalmente injetarem uma quantidade de volume poroso de 100 a 10000 p.v.i.

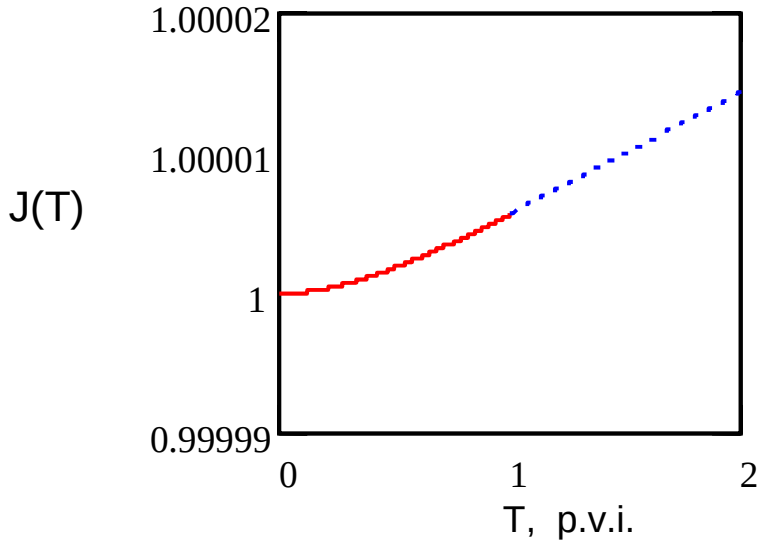


Figura 11. Comportamento da impedância para tempos menores e maiores que 1 p.v.i..

3.2. Formação do reboco externo

Quando se inicia a formação de um reboco externo no tempo T_{tr} (tempo de transição), o fenômeno da filtração profunda desaparece, devido às partículas não penetrarem mais no meio poroso. Com isso, a concentração depositada σ não muda mais com o tempo, como mostra a equação (3-5) através da substituição de T por T_{tr}. O tempo de transição é definido como o tempo necessário para a concentração depositada na entrada do testemunho $\sigma(0,T_{tr})$ alcançar uma fração α da porosidade inicial (Wennberg e Sharma (1997) recomendam usar $\alpha=0.5$). Para calcular o tempo de transição T_{tr}, utiliza-se a expressão $\sigma(0,T)$ obtida pela equação (3-5):

$$\sigma(0,T) = \lambda_0 L c_m \phi T \qquad \textbf{(3-13)}$$

$$T_{tr} = \frac{\alpha}{\lambda_0 \, L \, c_m} . \qquad \textbf{(3-14)}$$

Para estimar a variação de ocorrência do tempo de transição em testes laboratoriais, é preciso utilizar valores para os parâmetros compreendidos entre os intervalos de variações previstos na literatura (Wennberg e Sharma, 1997; Todd et al., 1979; Soo et al., 1986; Fitzpatrick e Spielman, 1973). Por isso foi usado c_m =0.1 ppm, λ_0=10 m^{-1}, L=0.1 m para determinar o maior valor do tempo de transição (5x10^6 p.v.i.). O menor valor do tempo de transição determinado foi 1000 p.v.i. para c_m=10 ppm, λ_0=500 m^{-1}, L=0.1 m.

Esse intervalo de variação do tempo transição (1000 <T_{tr} < 5x10^6, p.v.i.) para fluxo linear é importante, porque mostra que a formação do reboco externo acontece somente nos testes laboratoriais que se injetam essas quantidades de volumes porosos.

Após o tempo de transição, as partículas se acumulam cada vez mais na entrada do testemunho, formando um outro meio poroso responsável pela criação de uma resistência adicional ao fluxo (figura 4).

O apêndice B apresenta as expressões matemáticas referentes ao reboco externo para a geometria linear de fluxo. As fórmulas para a acumulação das partículas depositadas (B-1) e para a resistência hidráulica do reboco externo e do testemunho (B-2) proporcionam uma expressão final para a impedância durante o período da formação do reboco (B-5).

As equações (A-16) e (B-5) mostram a mudança de inclinação da impedância ocorrida após o tempo de transição (figura 12). A primeira inclinação é influenciada pelo fenômeno da filtração profunda (antes do tempo de transição), e a segunda inclinação, pela formação do reboco externo (depois do tempo de transição) cujos valores são constantes e iguais a:

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{k_0}{k(T)}\right) = \frac{d}{dT}\left(\frac{k_0\ \Delta p(T)}{\mu L U(T)}\right) = \beta \phi c_m (1 - e^{-\lambda_0 L}), \quad T < T_{tr} \qquad \textbf{(3-15)}$$

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{k_0}{k(T)}\right) = \frac{d}{dT}\left(\frac{k_0\ \Delta p(T)}{\mu L U(T)}\right) = \frac{k_0}{k_c}\frac{c_m \phi}{(1 - \phi_c)}, \quad T > T_{tr}. \qquad \textbf{(3-16)}$$

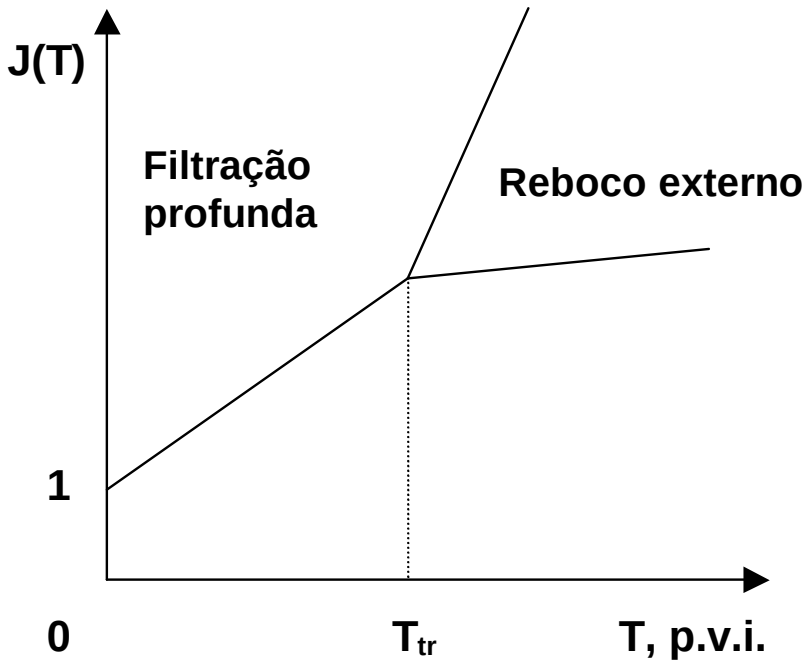


Figura 12. Determinação do tempo de transição (T_{tr}).

A equação (3-15) permite calcular $\beta=\beta(\lambda_0)$, e a equação (3-16) calcula a permeabilidade do reboco externo k_c, assumindo que a porosidade ϕ_c é conhecida (Wennberg e Sharma, 1997).

3.3. Determinação do coeficiente de filtração (primeira solução do problema inverso)

A equação (3-4) determina a distribuição da concentração das partículas em suspensão proveniente da água injetada ao longo do testemunho durante o escoamento.

O teste laboratorial esquemático (figura 13) mostra que é preciso conhecer o comprimento do testemunho *L* e a concentração c_m das partículas em suspensão da água injetada na entrada do testemunho; e a partir da medição da concentração na saída do testemunho *c(X=1,T)*, determina-se o coeficiente de filtração λ_0 para T>1 p.v.i. (Wennberg e Sharma, 1997).

$$\lambda_0 = \frac{1}{L} \cdot ln\left(\frac{c_m}{c(X=1,T)} \right). \qquad \textbf{(3-17)}$$

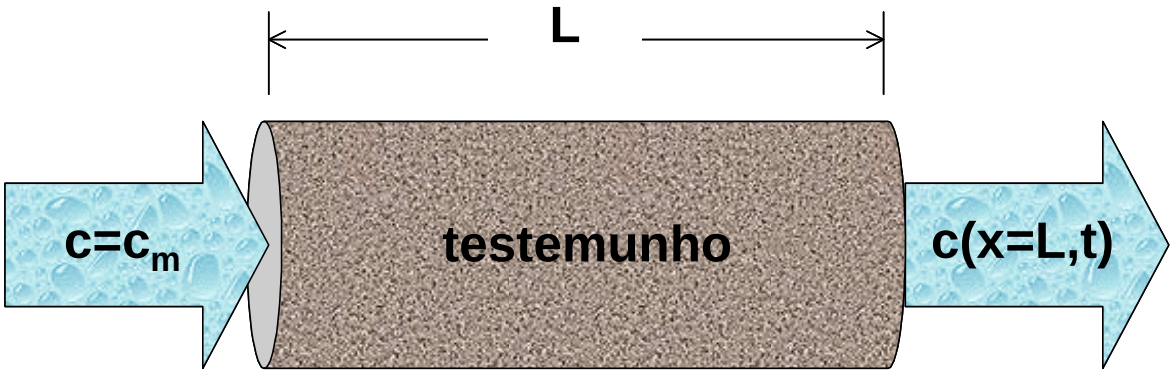


Figura 13. Teste laboratorial esquemático da determinação do coeficiente de filtração λ_0.

Infelizmente, a medição da concentração das partículas requer equipamentos especiais de alto custo, por isso esses dados não são encontrados facilmente na literatura.

3.4. Determinação do coeficiente do dano de formação (segunda solução do problema inverso)

A variação da impedância *J(T)* para *T>1* durante a injeção (equação 3-12) é determinada pela medição da variação de pressão entre a entrada e saída do testemunho $\Delta p(T)$ e pelo conhecimento da velocidade de injeção *U(T)*, viscosidade da água μ, permeabilidade inicial da formação k_0 e comprimento do testemunho *L* (equação 3-6) (figura 5).

O conhecimento da inclinação da impedância *m* = constante (equação 3-9), proporciona uma relação entre os dois parâmetros do modelo:

$$\beta(\lambda_0) = \frac{m}{\phi c_m \left(1 - e^{-\lambda_0 L}\right)}. \qquad \textbf{(3-18)}$$

A determinação de β é possível devido à obtenção de λ_0 (equação 3-17) e a sua substituição na função (equação 3-18).

Assim, os dados de *c(X=1,T)* e $\Delta p(T)$ permitem determinar os dois parâmetros de modelo λ_0 e β.

3.5. Análise da determinação dos dois coeficientes a partir do ajustamento da variação de pressão.

Foi citado anteriormente (item 3.3) que os dados de *c(X=1,T)* não são encontrados facilmente na literatura, porém os dados de variação de pressão $\Delta p(T)$ são muito comuns (Bruin et al., 1998; Pang e Sharma, 1994; Payatakes et al., 1974; Rege e Fogler, 1988; Soo e Radke, 1986; Tran e Van den Broek, 1998; Van den Broek et al., 1998). Por isso, usa-se a metodologia para determinar os dois coeficientes do modelo λ_0 e β, a partir da medição da variação de pressão (equação 3-6) (figura 5).

Contudo, o método tradicional que calcula λ_0 e β através de $\Delta p(T)$ possui um procedimento mal posto (conforme mostrado no ítem 3.1). Isso provoca sérios erros na previsão da queda da injetividade no poço, pois diferentes valores de λ_0 e β que ajustam a mesma variação de pressão ocorrida no testemunho podem gerar grandes diferenças na inclinação da impedância. Como exemplo, foram retirados dois valores de λ_0 e β da curva mostrada pela figura (6), correspondentes aos pontos (λ_0, β) = (20,607) e (200,120). O resultado obtido, revelou uma variação da previsão da injetividade com o tempo de 162.40% (figura 14). Isso prova que o problema da determinação dos coeficientes λ_0 e β a partir de $\Delta p(T)$ é mal posto.

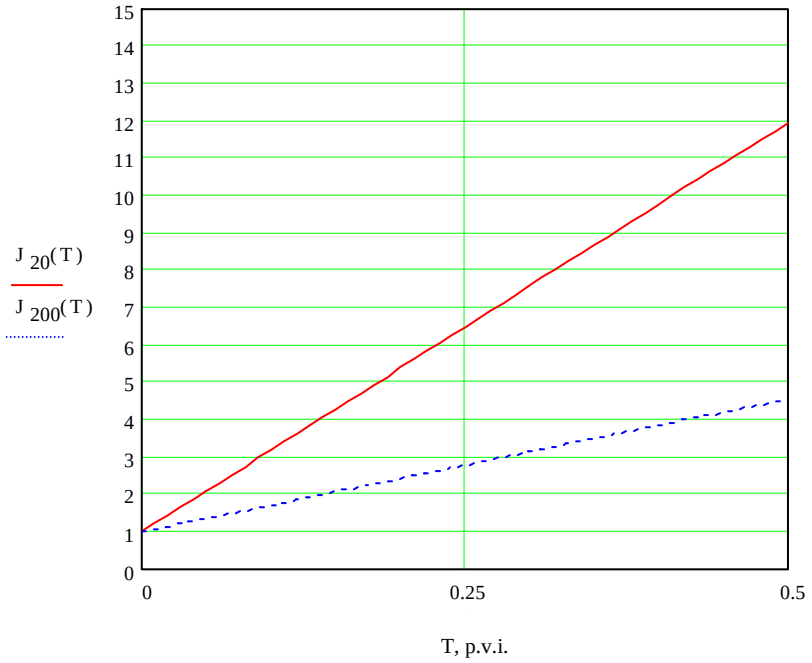


Figura 14. Duas diferentes previsões da injetividade para uma variação de pressão calculada pela metodologia tradicional de determinação dos coeficientes λ_0 e β do modelo.

Portanto, um novo método que determina simultaneamente ambos coeficientes λ_0 e β utilizando somente dados de variação de pressão, chamado Método dos Três Pontos de Pressão foi desenvolvido (Bedrikovetsky et al.,2000; 2001a,b; 2002). Esse método, descrito no capítulo 4, está baseado numa solução bem posta.

CAPÍTULO 4 - Plano e desenvolvimento de um novo teste laboratorial

Conforme descrito no artigo Rezende et al. (2001), o conhecimento dos parâmetros empíricos (λ_0 e β) do modelo matemático que considera a filtração profunda e a formação do reboco externo é essencial para a previsão da queda de injetividade do poço durante a injeção de água do mar/produzida. Geralmente, testes laboratoriais de injeção de água com partículas sólidas e líquidas aplicados a testemunhos representativos da formação do reservatório, são realizados para determinar λ_0 e β.

As equações (3-6) e (3-12) mostram que apenas a inclinação *m* pode ser determinada através das medidas de variação de pressão pela injeção de água com partículas em testemunhos. De posse desse valor constante de *m*, pode-se encontrar a relação $\beta(\lambda_0)$. O conhecimento dos parâmetros λ_0 e β separadamente, é atribuído à medição dos dados de concentração das partículas na saída do testemunho. Neste capítulo utilizaremos a medição da pressão num ponto qualquer intermediário entre a entrada e saída do testemunho como uma informação independente para também poder determinar os parâmetros λ_0 e β separadamente (Método dos Três Pontos de Pressão).

Dados laboratoriais da queda de injetividade feito por medições de pressão em 2 pontos intermediários no testemunho além dos tradicionais localizados na entrada e saída do testemunho foram publicados (Tran e Van den Broek, 1998; Van den Broek et al., 1998). Este capítulo mostra a aplicação do Método dos Três Pontos de Pressão a 36 testes laboratoriais, apresentados na tabela (1) por três diferentes tipos de testes (injeções de água com partículas sólidas, com partículas líquidas e com ambos os tipos de partículas).

O objetivo do tratamento aplicado aos dados laboratoriais, foi o de retirar o máximo de informações possíveis a respeito dos coeficientes λ_0 e β calculados.

4.1. Descrição do Método dos Três Pontos de Pressão

O esquema do teste laboratorial é mostrado na figura (7). Durante a injeção de água com partículas, as pressões $p(x=0,t)$, $p(x=\omega_1 L,t)$ e $p(x=L,t)$ são medidas. O ponto intermediário onde a pressão deve ser medida ($0<\omega_1<1$) está a uma distância $\omega_1 L$ da face de entrada do testemunho. A vazão q é constante durante o teste e o comprimento do testemunho é conhecido.

Amostras dos arenitos Berea e Bentheimer com diferentes permeabilidade e porosidade foram submetidos a testes de injeção utilizando água com diferentes tipos de partículas. A permeabilidade inicial é determinada pela variação de pressão no início da injeção, quando a rocha ainda não sofreu dano. A porosidade ϕ do testemunho e a viscosidade μ da água injetada foram determinadas antes do teste.

4.2. Cálculo da impedância nas duas zonas do testemunho

O sistema de equações (3-1)-(3-3), que governa o fenômeno da filtração profunda para fluxo linear, possui solução analítica de forma explícita (3-7) para $T>1$.

A equação (3-12) calcula a variação da impedância com o tempo (razão adimensional da variação de pressão pela velocidade do fluxo).

$$J(T) = mT + 1. \qquad \textbf{(4- 1)}$$

O valor da inclinação na equação (4-1) considerando a variação de pressão ocorrida no testemunho inteiro determina a curva $\beta=\beta(\lambda_0)$.

$$m = \beta c_m \phi \cdot (1 - e^{-\lambda_0 L}). \qquad \textbf{(4- 2)}$$

O cálculo da inclinação m_1 correspondente à variação de pressão de uma parte do testemunho $\omega_1 L$ é:

$$m_1 = \beta_1 c_m \phi \cdot (1 - e^{-\lambda_0 \omega_1 L}) . \qquad \textbf{(4- 3)}$$

Esta equação também determina uma curva $\beta=\beta_1(\lambda_0)$ no plano (λ_0,β). As fórmulas (4-2) e (4-3) formam um sistema de duas equações que determina os coeficientes desconhecidos λ_0 e β. A solução corresponde ao ponto de interseção das duas curvas (figura 15) (utilizou-se neste capítulo o teste 5.9 da tabela (1) como exemplo).

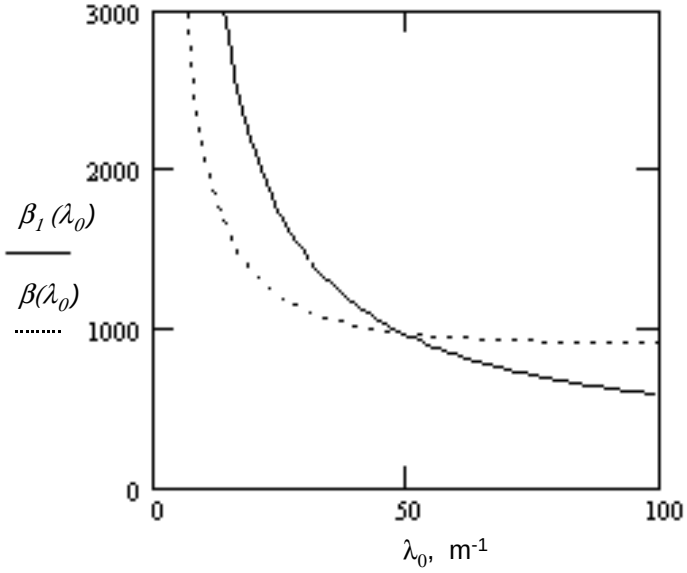


Figura 15. Determinação dos coeficientes de filtração e do dano de formação através dos dados de duas quedas de pressão.

A divisão da equação (4-3) pela (4-2) corresponde a:

$$(1 - y) \cdot \frac{m_1}{m} = (1 - y^{\omega_1}) \qquad \textbf{(4- 4)}$$

$$\lambda_0 = -\frac{1}{L} \cdot ln(y) \qquad \textbf{(4- 5)}$$

onde $y = \exp(-\lambda_0 L)$.

A equação (4-4) permite a determinação de λ_0. Esta equação transcendental pode ser resolvida numericamente.

A figura (16) mostra o comportamento dos lados direito e esquerdo da equação (4-4). O gráfico do lado direito é sempre côncavo ($\omega_1<1$) e a curva começa no ponto (0,1). Devido a $m_1/m<1$, a linha reta representada pelo lado esquerdo da equação (4-4) começa no ponto (0,m_1/m), fazendo com que exista um único ponto de interseção (solução única) entre a curva e a reta provenientes dos dois lados da equação (4-4). Com isso, os valores de λ_0 e β podem ser determinados somente pelas inclinações m_1 e m.

Pode-se verificar na figura (16), que o valor da raiz é 0.06, onde o ponto de interseção está mais visível no gráfico ampliado mostrado na figura (16b).

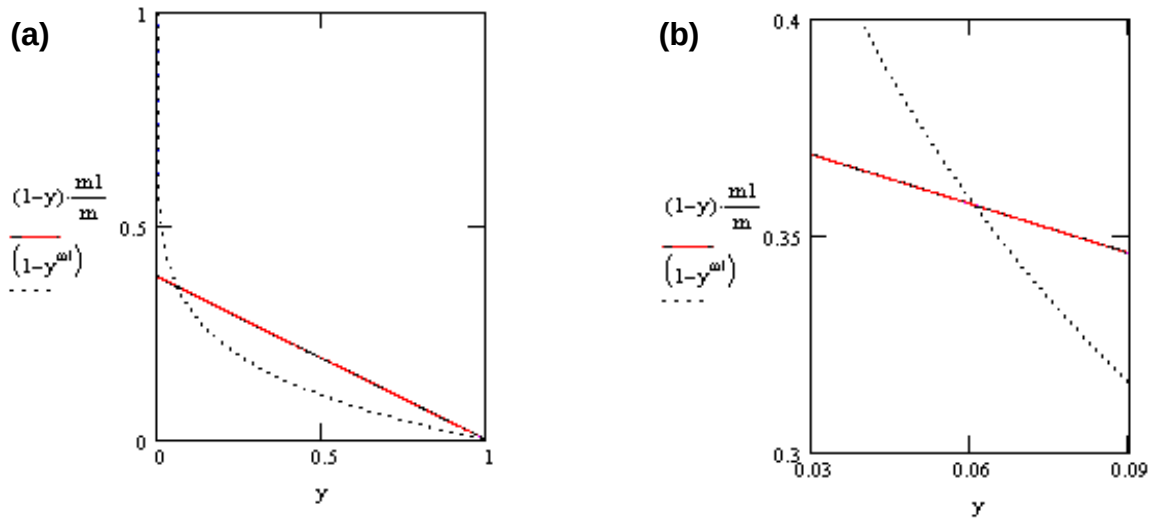


Figura 16. Comportamento dos lados direito e esquerdo da equação transcendental, considerando a inclinação do testemunho inteiro (m) e de uma parte dele (m_1). (a) Intervalo de 0< y <1; (b) Intervalo de 0.03< y <0.09.

A figura (17) mostra as impedâncias considerando o testemunho inteiro J e uma parte dele J_1 em relação ao volume poroso injetado T. Note que $m_1<m$.

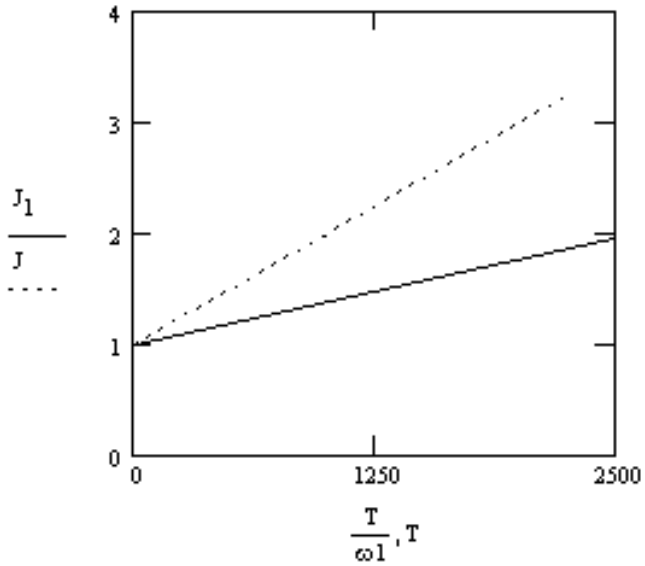


Figura 17. Inclinações das impedâncias obtidas das duas quedas de pressão medidas no testemunho inteiro (*L*) e em uma parte dele ($\omega_1 L$).

Esses resultados apresentados foram tratados utilizando um ω_1=0.1575 e *L=0.057 m*, onde as inclinações (*m*=0.001 e m_1=0.00038) foram calculadas a partir das medições das variações de pressões. Suas correspondentes curvas $\beta(\lambda_0)$ e $\beta_1(\lambda_0)$ estão mostradas na figura (15). O ponto de interseção corresponde aos valores de λ_0 = 49 m^{-1} e β = 967.

No caso de ω = 0.5, onde o ponto intermediário está localizado no meio do testemunho, a equação (4-4) tem a seguinte expressão explícita:

$$y = \left(\frac{m - m_\omega}{m_\omega} \right)^2 . \qquad \textbf{(4- 6)}$$

4.3. Validação da solução do problema inverso

A realização de testes laboratoriais de injeção utilizando quatro manômetros para medir as pressões na entrada e saída do testemunho e também em dois pontos intermediários (Tran et al., 1998) (figura 18) possibilitou a validação da solução do

problema inverso. Com isso, além das curvas $\beta(\lambda_0)$ e $\beta_1(\lambda_0)$ pôde-se também encontrar $\beta_2(\lambda_0)$ correspondente à parte do testemunho que vai da entrada até o segundo ponto intermediário, onde a inclinação da impedância e a equação transcendental em relação ao testemunho inteiro são expressas por:

$$m_2 = \beta_2 c_m \phi \cdot (1 - e^{-\lambda_0 \omega_2 L}) \quad \textbf{(4- 7)}$$

$$(1 - y) \cdot \frac{m_2}{m} = (1 - y^{\omega_2}) \quad \textbf{(4- 8)}$$

onde $\omega_2=0.667$ (Apêndice F).

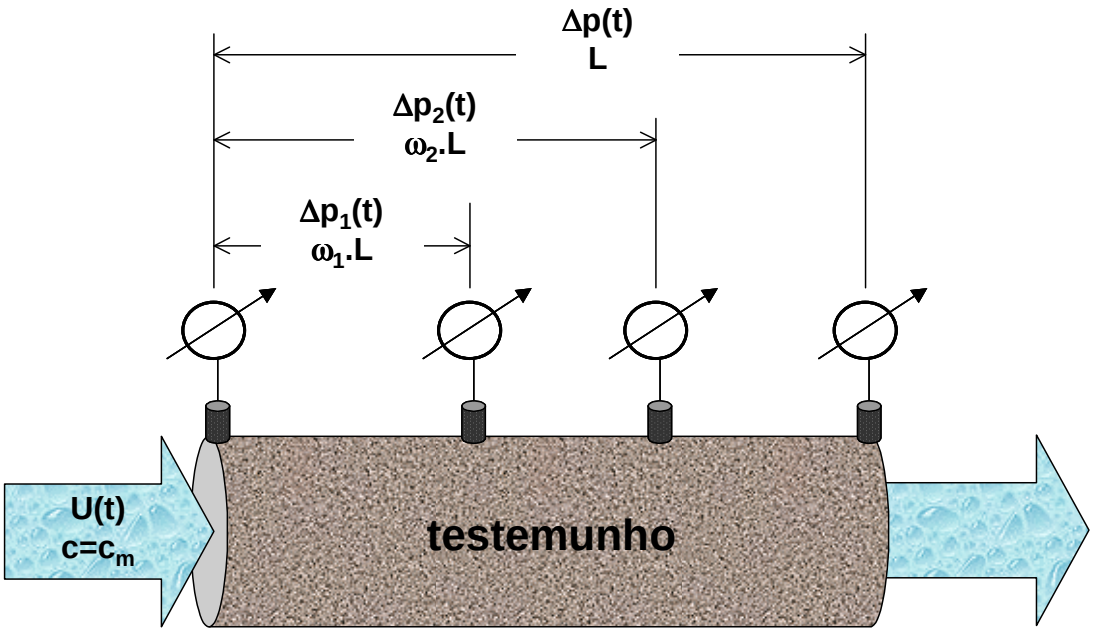


Figura 18. Diagrama esquemático dos testes laboratoriais utilizados por Tran e Broek, 1998.

A figura (19) mostra o comportamento das curvas dos lados direito e esquerdo da equação (4-8), o valor da raiz é 0.06 o que pode ser visto na ampliação do gráfico (figura 19b). Este valor é igual ao da figura (16). Logo, o valor da raiz é sempre o mesmo, independente da posição dos medidores intermediários de pressão. Isso valida o novo método.

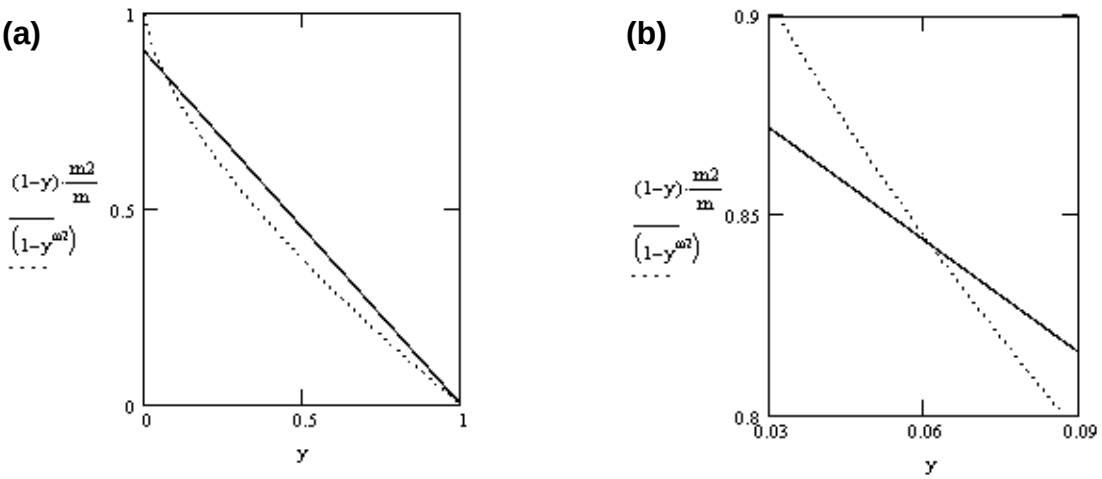


Figura 19. Comportamento dos lados direito e esquerdo da equação transcendental, considerando a inclinação do testemunho inteiro (*m*) e de uma segunda parte dele (m_2). (a) Intervalo de 0< *y* <1; (b) Intervalo de 0.03< *y* <0.09.

A figura (20) mostra o crescimento da impedância para o testemunho inteiro *J* (linha tracejada), para a primeira parte do testemunho J_1 (linha contínua) e para a segunda parte do testemunho J_2 (linha pontilhada). As curvas $\beta=\beta(\lambda_0)$ são obtidas para os três diferentes tamanhos do testemunho ($L;\omega_1 L;\omega_2 L$), onde encontramos um único ponto em comum (solução única) (figura 21).

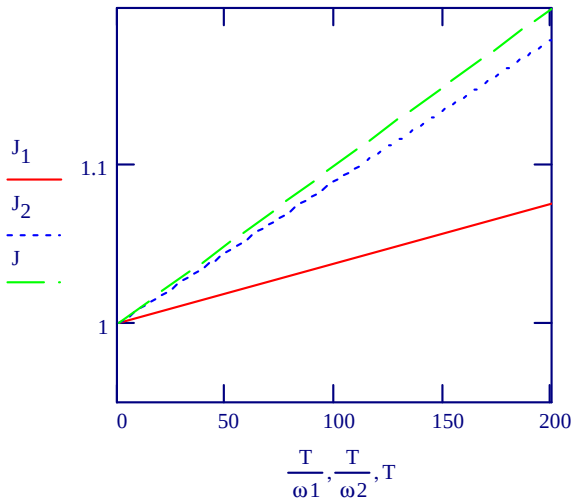


Figura 20. Inclinações das impedâncias obtidas das três quedas de pressão medidas no testemunho inteiro (*L*) e nas duas partes intermediárias ($\omega_1 L$ e $\omega_2 L$).

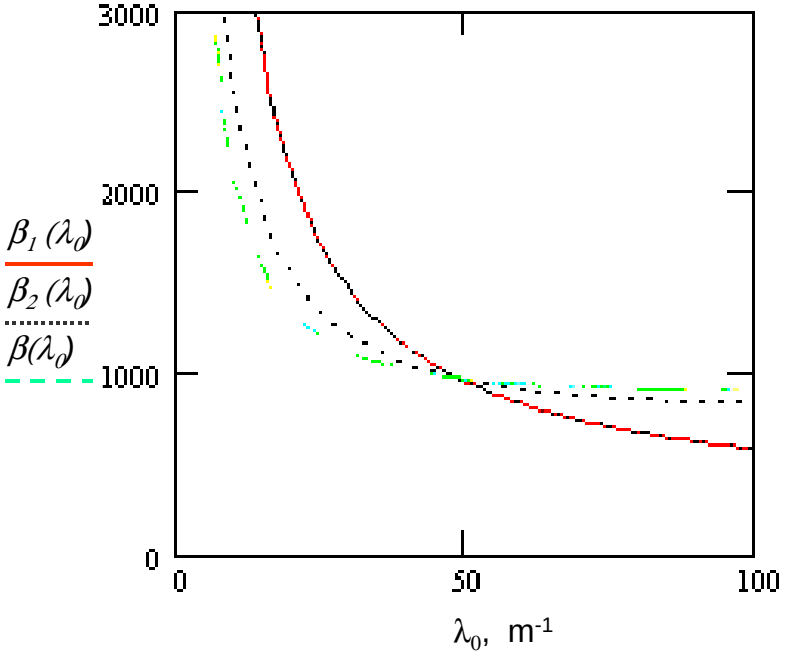


Figura 21. Determinação dos coeficientes de filtração e do dano de formação através dos dados de três quedas de pressão.

4.4. Análise de sensibilidade dos resultados

A solução do método está baseada no ponto de interseção das curvas $\beta(\lambda_0)$, que possuem um comportamento parabólico. Esse ponto de interseção é estável em relação as pequenas perturbações das curvas nas regiões próximas ao vértices. A instabilidade do método ocorre somente quando o ponto de interseção está localizado nas assimptotas horizontal e vertical das parábolas.

Nos testes laboratoriais de injeção, as inclinações m e m_1 foram calculadas através das variações de pressão medidas no testemunho inteiro e em uma parte dele. Para verificar se o método forneceu resultados estáveis, isto é, se pequenas variações em m e m_1 resultaram em pequenas variações de λ_0 e β. As curvas $\beta(\lambda_0)$ e $\beta_1(\lambda_0)$ correspondentes aos valores perturbados de m e m_1 em mais ou menos 20% são mostradas na figura(22) (curvas finas). As curvas $\beta(\lambda_0)$ e $\beta_1(\lambda_0)$ correspondentes aos valores originais de m e m_1 estão mostradas também (curvas grossas - retiradas da figura (15)). Os pontos “perturbados” de λ_0 e β estão localizados perto do ponto não perturbado λ_0=49 m^{-1} e β=967, comprovando a estabilidade do novo método.

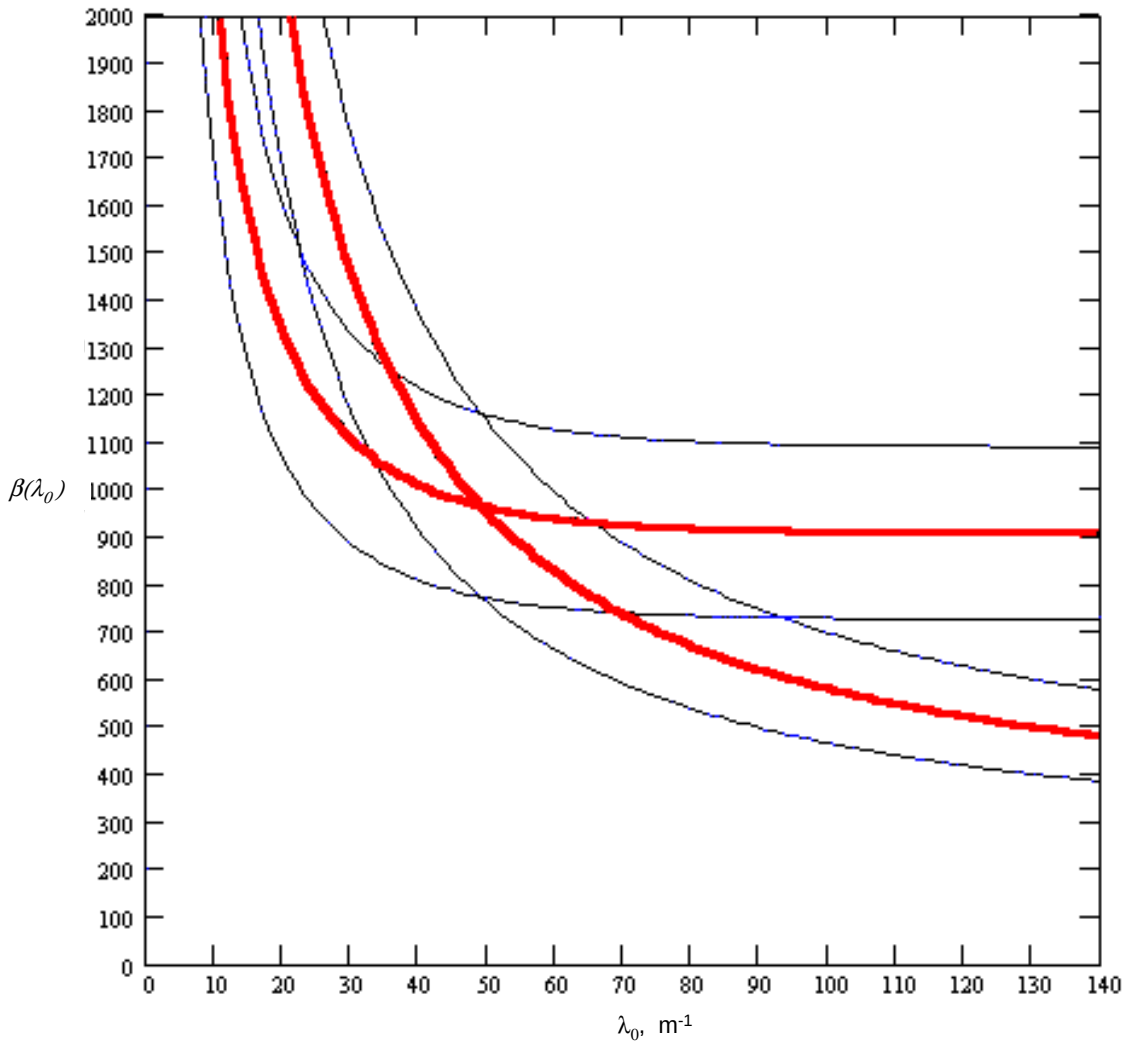


Figura 22. Pequenas perturbações nas inclinações das impedâncias obtidas de dados laboratoriais.

4.5. Tratamento de 36 testes de laboratório

Três tipos de testes foram realizados (Tran, T. K., 1998), onde foram injetados diferentes tipos de água: água com partículas sólidas, com partículas líquidas e com ambos os tipos de partículas. Os dados foram tratados utilizando o Método dos Três Pontos de Pressão. Os resultados estão mostrados na tabela (1). O Apêndice F mostra todos os cálculos feitos no Mathcad2000 referentes ao tratamento dos dados do testes 5.9 da tabela (1). Os testes 5.1 a 5.12 correspondem à injeção de água com partículas sólidas, 5.14 a 5.25 com partículas líquidas, e 5.26 a 5.37 com ambos

os tipos de partículas. A numeração dos testes na tabela (1) e no trabalho do Tran, T. K. (1998) são as mesmas.

A tabela (1) apresenta as seguintes informações: número do teste, vazão injetada, porosidade do testemunho, concentração das partículas injetadas, raio da partícula, permeabilidade inicial do testemunho, valor final da impedância *J* medido no último momento do teste *T*, inclinação da impedância, inclinação modificada da impedância, tempo de transição e os coeficientes de filtração e de dano de formação.

Tabela 1. Resultados do tratamento de 36 testes laboratoriais pelo Método dos Três Pontos de Pressão.

Testes	q (l/h)	ϕ	Cm (ppm)		rp (μm)		k_0(mD)	J	T (p.v.i.)	m (x10-5)	m/(ϕ*Cm)	Ttr (p.v.i.)	λo (1/m)	β
Injeção de água com partículas sólidas														
5.1	4	0.18	5		1-10		296.67	1.80	500.00	30.00	333.33	361.70	32.00	395.00
5.2	7	0.18	5		1-10		460.00	4.00	1,000.00	60.00	666.67	572.65	88.24	670.90
5.3	10	0.18	5		1-10		386.67	4.03	300.00	30.00	333.33	189.70	42.00	348.00
5.4	4	0.18	5		1-15		530.00	5.10	450.00	60.00	666.67	279.93	120.80	645.30
5.5	5	0.18	5		1-15		480.00	7.42	410.00	25.00	277.78	309.00	44.90	301.00
5.6	10	0.18	5		1-15		373.33	1.90	600.00	13.00	144.44	537.92	13.07	270.00
5.7	3	0.18	10		1-15		700.00	3.16	250.00	90.00	500.00	224.03	39.00	559.00
5.8	7	0.22	3		1-10		1,640.00	1.50	1,500.00	30.00	454.55	-	68.90	463.00
5.9	5	0.22	5		1.5-10		1,166.67	1.86	2,250.00	100.00	909.09	625.00	49.00	967.00
5.10	3	0.22	10		1-15		1,440.00	1.49	1,000.00	45.00	204.55	-	78.00	207.00
5.11	3	0.22	10		1-5		900.00	3.69	800.00	195.00	886.36	404.00	105.75	888.45
5.12	3	0.22	3		1-5		876.67	1.60	1,250.00	45.00	681.82	-	46.00	733.00
Injeção de água com partículas líquidas														
5.14	3	0.18	100		1-5		650.00	1.27	1,250.00	18.00	10.00	-	41.10	11.48
5.15	3	0.18	300		1-5		750.00	1.56	2,500.00	19.00	3.52	-	36.00	3.80
5.16	3	0.18	500		1-5		700.00	1.30	1,250.00	20.00	2.22	-	53.30	2.40
5.17	3	0.18	100		1-15		650.00	1.42	2,000.00	30.00	16.67	-	18.10	21.10
5.18	3	0.18	100		1-25		666.67	1.26	1,250.00	18.00	10.00	-	32.39	12.19
5.19	3	0.22	100		1-5		1,633.33	1.24	1,750.00	20.00	9.09	-	27.00	11.00
5.20	6	0.22	100		1-5		1,920.00	1.18	1,250.00	17.00	7.73	-	12.00	15.50
5.21	3	0.22	300		1-50		1,110.00	1.42	1,500.00	25.00	3.79	-	15.00	6.00
5.22	3	0.22	100		1-5		1,083.33	1.18	1,250.00	13.00	5.91	-	85.90	5.81
5.23	3	0.22	50		1-5		933.33	1.47	1,700.00	22.00	20.00	-	65.13	20.49
5.24	3	0.22	50		1-5		960.00	1.97	1,000.00	80.00	72.73	-	65.80	77.20
5.25	3	0.22	50		1-5		1,033.33	1.18	1,500.00	80.00	72.73	-	108.00	7.28
Injeção de água com partículas sólidas e líquidas														
			Sólido	Líquido	Sólido	Líquido								
5.26	3	0.18	5	100	1-10	1-5	600.00	1.20	1,250.00	14.00	7.78	-	93.60	7.40
5.27	3	0.18	5	300	5-10	1-5	550.00	1.39	1,500.00	30.00	5.56	-	10.00	12.00
5.28	3	0.18	5	500	1-10	1-5	726.67	1.90	1,500.00	100.00	11.11	509.09	32,39	13.00
5.29	3	0.22	5	100	1-10	1-5	1,350.00	1.37	1,500.00	25.00	11.36	-	53.00	11.30
5.30	3	0.18	5	100	1-10	5-20	490.00	1.42	1,250.00	52.00	28.89	568.00	21.00	39.00
5.31	6	0.22	10	300	1-15	1-5	1,666.67	26.77	150.00	300.00	45.45	122.26	39.00	49.00
5.32	3	0.22	10	300	1-5	1-5	940.00	1.54	1,000.00	80.00	12.12	475.00	24.00	15.00
5.33	3	0.22	10	300	1-5	1->50	1,166.67	1.85	1,500.00	66.00	10.00	461.50	127.00	9.60
5.34	3	0.22	10	300	1-15	1-5	716.67	3.05	400.00	45.00	6.82	173.00	30.00	8.00
5.35	3	0.22	10	300	1-15	1->50	1,000.00	17.42	100.00	900.00	136.36	75.00	39.30	147.50
5.36	3	0.22	10	300	1-5	1-5	1,266.67	1.31	1,250.00	23.00	3.48	-	51.40	3.56
5.37	3	0.22	10	300	1-5	1-5	1,066.67	1.35	2,500.00	16.00	2.42	-	61.00	2.41

4.6. Análise dos 36 testes laboratoriais

A aplicação da nova metodologia a 36 testes laboratoriais proporcionou a criação de um banco de dados dos resultados de λ_0 e β. Esses valores podem ser usados para prever as quedas de injetividades em poços que injetem águas parecidas, e que possuam rochas reservatório semelhantes aos testemunhos testados.

Dos 36 testes, 16 apresentaram formação do reboco externo, onde seus respectivos tempos de transição foram registrados.

O reboco externo foi formado em 9 testes de injeção de água com partículas sólidas dos 12 tratados. Já nos testes de injeção de água com partículas líquidas não foi verificado formação de reboco externo em nenhum dos 12 testes.

A relação encontrada entre os valores médios de β proveniente dos diferentes tipos de água injetada (β_S para injeção de água com partículas sólidas, β_L para líquidas e β_M para uma mistura com ambas partículas) foi: $\beta_S > \beta_M > \beta_L$, onde seus respectivos valores são 537.3, 26.5 e 16.2. A explicação para este resultado é a seguinte: o fenômeno da deformação e flexibilidade das gotas de óleo durante sua percolação pelo meio poroso (Todd et. al., 1979), faz com que as partículas líquidas consigam penetrar mais do que as sólidas, causando menores danos à formação (figura 23).

As partículas sólidas usadas nos testes da tabela (1) são molháveis à água (Tran, T. K., 1998). Então, um fino filme de água localizado na superfície dessas partículas, impede o contato direto com as partículas líquidas (gotas de óleo), não havendo agregação entre elas (figura 24). Com isso, as partículas sólidas e líquidas contribuem de forma independente em relação ao dano de formação, onde suas contribuições são influenciadas pelas suas concentrações (note que a concentração das partículas líquidas injetadas é muito maior do que as sólidas). Por isso o β_M é maior que β_L e menor que β_S.

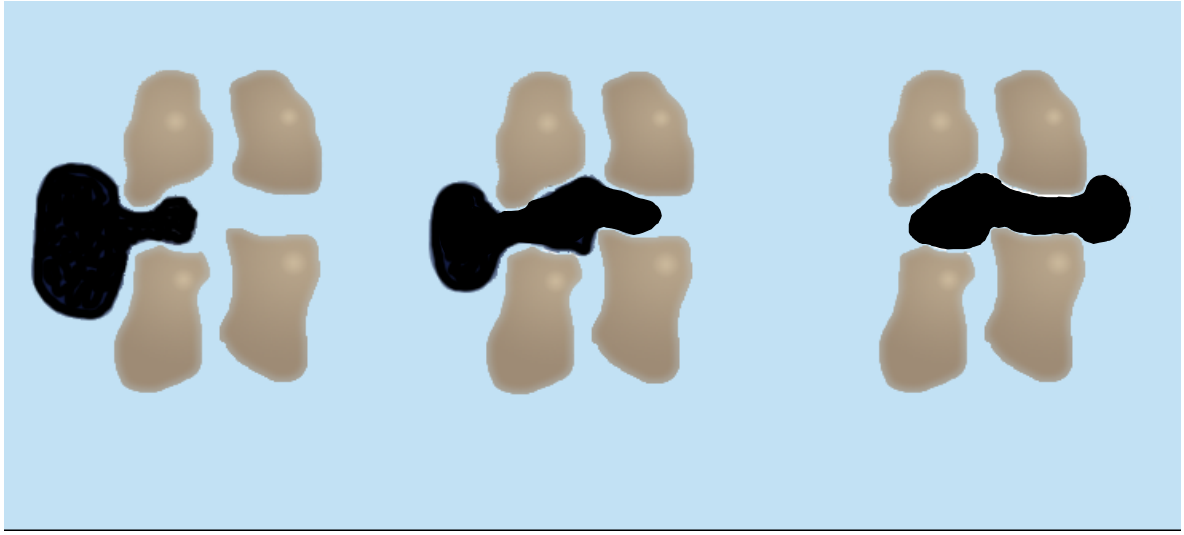


Figura 23. Percolação da gota de óleo pelo meio poroso.

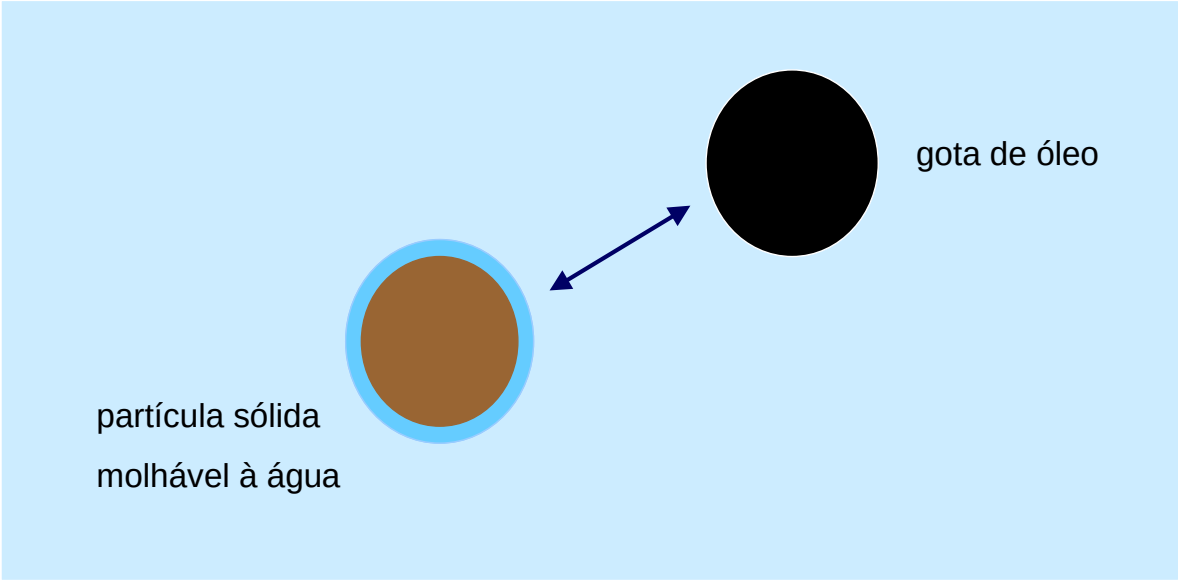


Figura 24. Ausência de agregação das partículas sólidas e líquidas.

Seguindo a mesma linha de raciocínio, a relação entre os diferentes valores médios de λ foi: $\lambda_S > \lambda_M > \lambda_L$, onde seus respectivos valores são 60.6, 48.5 e 46.6 m^{-1}. A explicação para isto, também envolve o fato da percolação das gotas de óleo e da ausência de agregação. A intensidade de captura das partículas líquidas poderia ser igual à das partículas sólidas, mas algumas partículas líquidas conseguem passar pelas gargantas dos poros e voltam a se dispersarem na água, diminuindo seu coeficiente de filtração efetivo. Essa análise confirma o que Wennberg e Sharma (1997) concluíram: que o coeficiente de filtração é inversamente proporcional à profundidade de penetração das partículas no meio poroso, pois λ para sólidos é maior que λ para líquidos.

A ausência da agregação entre as partículas sólidas e líquidas proporciona uma independência dos valores de λ_S e λ_L na mistura, resultando em um valor médio dos dois coeficientes referentes às partículas sólidas e líquidas. Por isso o valor de λ_M é intermediário aos valores de λ_S e λ_L.

Para comparar os valores das inclinações das impedâncias feitos em testes com diferentes porosidades e concentrações foi criado o parâmetro chamado inclinação modificada da impedância ($m/\phi c_m$) (apresentado na tabela 1), responsável pelo efeito coletivo do dano de formação e da intensidade de captura das partículas. Por causa disso, espera-se as mesmas relações de λ e β para as partículas sólidas, líquidas e para uma mistura entre elas. Os valores encontrados na relação $(m/\phi c_m)_S > (m/\phi c_m)_M > (m/\phi c_m)_L$ foram 504.9, 23.5 e 19.5 respectivamente.

O modelo de rede cúbica (“cubic lattice model”) do espaço poroso (Amyx et al., 1988) expressa o parâmetro adimensional que governa o efeito dos tamanhos da partícula e do poro:

$$\eta = \frac{r_{pm}}{5\sqrt{k/\phi}} \qquad \textbf{(4- 9)}$$

onde r_{pm} é o raio médio das partículas injetadas.

Este parâmetro η foi introduzido como um importante parâmetro para determinar a influência do efeito do fenômeno da exclusão por tamanho (figura 1) no dano causado à formação. Pois quanto maior for o parâmetro η maior será o tamanho da partícula injetada em relação à garganta do poro, e consequentemente os coeficientes do modelo λ, β e o parâmetro ($m/\phi c_m$). Contudo, a interconectividade e tortuosidade do meio poroso pode influenciar as relações de η com λ, β, porém esse fato não está sendo considerado.

As dependências de λ, β e ($m/\phi c_m$) em relação à η nos 36 testes da tabela (1) estão mostradas na figura (25a,b,c), onde a figura (25a) apresenta três diferentes pontos no plano (η,β) para partículas sólidas (losangos), para partículas líquidas (quadrados) e para misturas (triângulos). A ausência de um aumento monotônico nessa figura, indica que existe pouca influência do fenômeno de exclusão por tamanho em relação aos outros tipos de deposição (figura 1). Aliás, este comportamento monotônico também não foi observado nas figura (25b,c). Isso confirma a hipótese de que o fenômeno da agregação das partículas sólidas e líquidas não ocorreu nos testes laboratoriais.

A figura (25a,b,c) confirma também os relacionamentos mencionados acima sobre os valores médios de λ, β e ($m/\phi c_m$) em relação às partículas sólidas, líquidas e uma mistura entre elas.

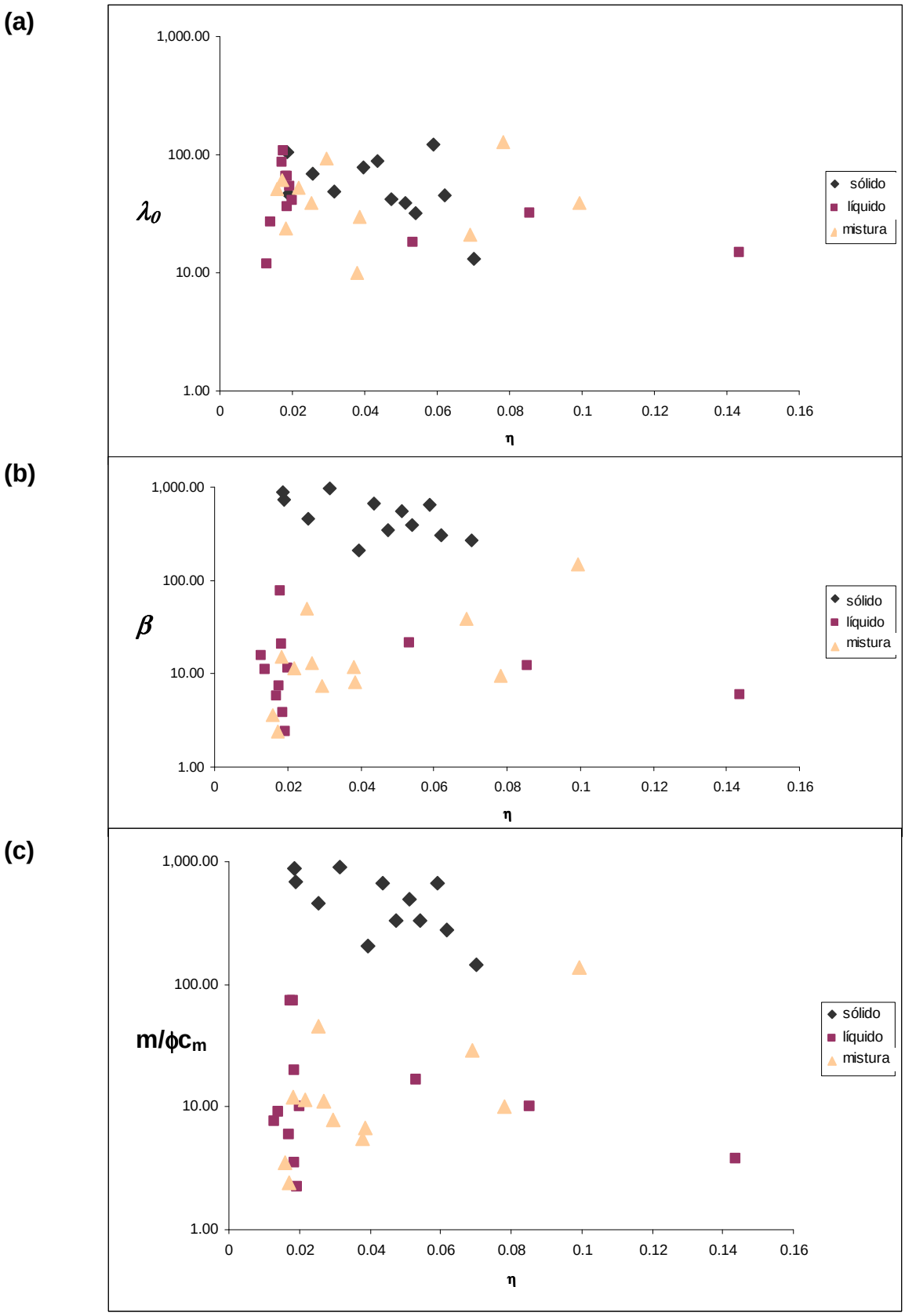


Figura 25. Dependência de (a) λ_0, (b) β e (c) ($m/\phi c_m$) em relação ao parâmetro adimensional η, diferenciando as partículas sólidas (losângulos), líquidas (quadrados) e uma mistura de ambas (triângulos).

CAPÍTULO 5 - Modelo semi analítico para fluxo radial em poços

O modelo radial para fluxo de águas do mar/produzida em meios porosos prevê o comportamento da deposição das partículas sólidas e líquidas em suspensão nas áreas próximas aos poços injetores e também ajuda na interpretação dos dados provenientes dos resultados da injeção. O modelo descreve o dano causado à formação em duas fases; filtração profunda e formação do reboco externo.

Neste capítulo é apresentado o modelo semi analítico da filtração profunda e do reboco externo para poços, onde os coeficientes λ_0 e β são obtidos de testes laboratoriais (capítulo 4) ou através do histórico de injeção (capítulo 6) para prever o declínio da injetividade do poço injetor.

5.1. Filtração profunda

O apêndice C descreve todas as equações do fenômeno da filtração profunda. O sistema de equações adimensionais para fluxo radial é:

$$\frac{\partial c}{\partial T} + \frac{\partial c}{\partial X} = -\frac{\lambda_0 R c}{2\sqrt{X}} \qquad \textbf{(5-1)}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = \frac{\lambda_0 R \phi c}{2\sqrt{X}} \qquad \textbf{(5-2)}$$

$$\frac{q}{4\pi X} = -\frac{k_0 K(\sigma)}{\mu}\frac{\partial p}{\partial X} \; . \qquad \textbf{(5-3)}$$

Note que as equações do balanço de massa (5-1) e da cinética de captura das partículas (5-2) possuem uma singularidade. Uma outra diferença entre os casos linear e radial está na condição de contorno, pois no caso radial, a concentração injetada está localizada na face da formação $X=X_w$ (C-9); e no caso linear, está fixada na entrada do testemunho $X=0$ (A-11).

A exata solução do problema para fluxo radial considerando o coeficiente de filtração constante λ_0 é:

$$c\left(X,T\right) = c_m\, e^{-\lambda_0\, R\left(\sqrt{X}-\sqrt{X_w}\right)}, \qquad T > X - X_w \tag{5-4}$$

$$\sigma\left(X,T\right) = \frac{\lambda_0\, R\,\phi\, c_m}{2\sqrt{X}}\, e^{-\lambda_0\, R\left(\sqrt{X}-\sqrt{X_w}\right)}\left(T - X + X_w\right), \qquad T > X - X_w \tag{5-5}$$

As concentrações (c e σ) como no caso linear, também são nulas adiante da frente de concentração ($X-X_w>T$) (figura 26). A dependência da impedância para tempos anteriores à chegada da frente de concentração aos poços de produção ($T<1-X_w$) é mostrada pela fórmula (C-20) e para tempos posteriores ($T>1-X_w$) pela (C-22).

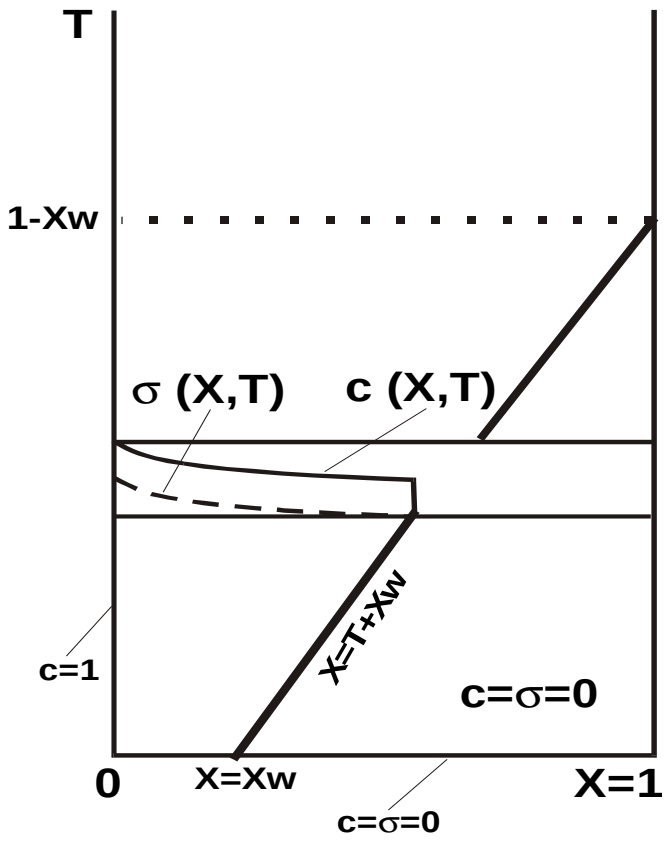


Figura 26. Comportamento das concentrações das partículas em suspensão e depositadas para fluxo radial no plano (X,T).

As equações (C-20) e (C-22) começam *(T=0)* com uma impedância indicando que não há dano de formação *(J=1)*. O segundo termo em ambas as fórmulas, representa a contribuição do dano causado à formação ao valor da impedância. Esta contribuição é proporcional ao coeficiente do dano de formação β e à concentração das partículas depositadas σ (C-14).

A impedância *J(T)* é uma função linear somente para tempos posteriores à chegada da frente de concentração aos poços produtores (C-22), onde sua inclinação está expressa na (C-24). Para tempos anteriores à chegada (C-20), *J(T)* também é quase uma reta, com exceção de um período inicial muito pequeno (figura 27). Esse curto período corresponde à passagem da frente de concentração pela zona danificada da formação, onde a abscissa X da frente de concentração é menor que o raio da zona do dano de formação. A inclinação de *J(T)* como no caso linear, também determina a relação $\beta=\beta(\lambda_0)$, só que agora devido os dados dos poços injetores.

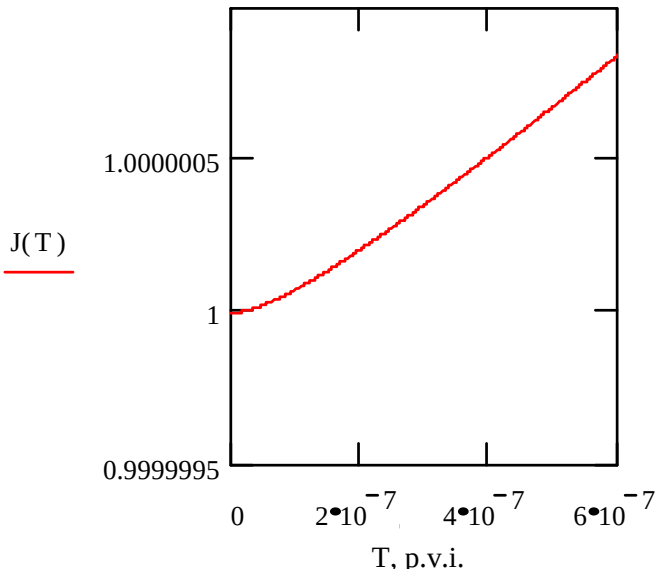


Figura 27. Comportamento da impedância para fluxo radial considerando tempos menores que 1 p.v.i..

5.2. Formação do reboco externo

O Apêndice D mostra todas as expressões matemáticas necessárias para calcular a queda da injetividade durante essa fase.

A modelagem tradicional para fluxo de água com partículas em meios porosos, que assume o fenômeno da filtração profunda, ocorre até o tempo de transição (início da construção do reboco externo localizado na face da formação). Neste momento, não há mais penetração das partículas dentro do meio poroso, e as partículas dispersas na água injetada, se acumulam na entrada da parede do poço formando o reboco externo.

A equação (D-1) expressa a cinética da deposição das partículas no meio poroso para fluxo radial, considerando o coeficiente de filtração constante. Através dessa fórmula, os valores dos tempos de transição dimensional e adimensional, podem ser calculados ((D-2) e (D-3)), devido à deposição das partículas na entrada da formação, corresponder a uma fração α do valor da porosidade inicial (Wennberg e Sharma, 1997).

Para estimar o intervalo de variação do tempo de transição adimensional, foram usados valores comuns na prática referentes aos parâmetros. Então, no cálculo do valor máximo foi utilizado c_m =0.1 ppm, λ_0=0.1 m^{-1}, r_w=0.1 m, R=50 m, encontrando 4000 p.v.i.. O valor mínimo 2x10^{-5} p.v.i. foi determinado utilizando c_m=10 ppm, λ_0=500 m^{-1}, r_w = 0.1 m, R=1000. Então a faixa de variação do tempo de transição para fluxo radial é: 2x10^{-5} < T_{tr} < 4000 p.v.i.. Por isso, o reboco externo é formado em quase todos os projetos de injeção de água do mar envolvendo o fenômeno da filtração profunda.

A suposição da homogeneidade e da ausência de compactação das partículas durante a acumulação do reboco externo proporcionam um crescimento linear (D-5). Considera-se o reboco externo e o meio poroso como sendo duas resistências hidráulicas posicionadas em série, de forma a conduzir à determinação da expressão matemática da impedância (D-9). Então, a fórmula da impedância total

durante a formação do reboco externo contém contribuições dos fenômenos da filtração profunda e do reboco externo de uma forma aditiva.

Durante a formação do reboco externo, a impedância também é uma função linear do tempo, cuja inclinação (D-10) permite calcular a permeabilidade do reboco k_c se o valor da porosidade ϕ_c for conhecido.

CAPÍTULO 6 - Análise e previsão da injetividade do campo de petróleo Y

As curvas das perdas de injetividade dos poços pertencentes ao campo Y ("*offshore*") devido à injeção de água do mar foram analisadas usando o modelo matemático para fluxo radial que prevê o entupimento do meio poroso por partículas. A previsão do comportamento do poço está baseada nos dados do campo (variação da injetividade com o tempo). Os dados foram interpretados através da utilização das soluções analíticas para a filtração profunda e formação do reboco externo para fluxo radial. Os problemas inversos para a determinação dos coeficientes de filtração e do dano de formação também foram utilizados.

Os principais responsáveis pelo dano causado à formação (reservatório) são as partículas sólidas provenientes da água do mar injetada, pois elas obstruem os poros localizados dentro do meio poroso e também formam um reboco externo na face da formação injetada.

A solução analítica para fluxo radial dos fenômenos da filtração profunda e da formação do reboco externo (Wennberg e Sharma, 1997) permite determinar os parâmetros do modelo (λ_0 e β) através da resolução dos problemas inversos utilizando o histórico de injetividade (Bedrikovetsky et al., 2000).

Neste capítulo, foram tratados dados de poços injetores cujos coeficientes de filtração e de dano de formação foram determinados e conseqüentemente, o comportamento da injetividade de cada poço foi previsto para longos tempos.

6.1. Descrição do modelo

Durante a injeção de água com partículas, ocorre uma diminuição da permeabilidade. Primeiro as partículas penetram no meio poroso em uma fase dispersa juntamente com água injetada, até o ponto onde elas não conseguem mais entrar (tempo de transição), se acumulando na face do reservatório e formando o reboco externo (Pang e Sharma, 1994).

O modelo que descreve o comportamento do poço possui três partes: a impedância para a fase da filtração profunda (C-22); o tempo de transição, que separa os dois fenômenos (filtração profunda e formação do reboco externo) (D-3); e a impedância para a formação do reboco externo (D-9). O modelo prevê o declínio da injetividade considerando os coeficientes de filtração e de dano de formação, e a permeabilidade e porosidade do reboco constantes, onde a curva da impedância é aproximada por dois intervalos lineares: o primeiro corresponde à filtração profunda, o ponto de interseção determina o tempo de transição; e a segunda reta corresponde à formação de reboco externo (figura 12).

A única informação disponível no crescimento da impedância durante a filtração profunda é a inclinação de *J(T)* (C-24). Essa inclinação determina a relação entre o coeficiente de filtração e o de dano de formação. O valor do tempo de transição retirado do gráfico *J(T)* (brusca mudança na inclinação) permite calcular o coeficiente de filtração (D-3). Utilizando a relação entre os dois coeficientes $\beta(\lambda_0)$, determina-se também o coeficiente do dano de formação.

A inclinação de *J(T)* durante a formação do reboco externo (D-10) permite calcular a permeabilidade do reboco.

6.2. Formulação do problema

As curvas das impedâncias *J(T)* dos diferentes poços injetores do campo Y foram calculadas desde o início da injeção no campo até hoje em dia (histórico de injeção).

A solução do problema da injetividade consiste nos seguintes passos:

- Aproximar os pontos do histórico de injeção no plano *(T,J)* por dois intervalos lineares;
- Calcular as inclinações das duas retas localizadas no gráfico *J(T);*
- Determinar o tempo de transição;
- Calcular o coeficiente de filtração por intermédio do tempo de transição (D-3);
- Calcular o coeficiente do dano de formação por intermédio da inclinação de *J(T)* durante a filtração profunda (C-24).

- Determinar a permeabilidade do reboco por intermédio da inclinação de *J(T)* durante a formação do reboco externo (D-10);
- Prolongar o segundo intervalo linear de *J(T)* para prever a injetividade.

Se for considerado que o tempo de transição ainda não foi alcançado durante o período de injeção, os seguintes procedimentos são obedecidos:

- Aproxima-se os pontos experimentais no plano *(T,J)* por uma reta;
- Prolonga-se a reta *J(T)* para prever a injetividade.

6.3. Tratamento dos dados de quatro poços injetores do campo Y

Existem dois pequenos aqüíferos laterais ao reservatório de óleo do campo Y, onde a injeção de água do mar tem sido praticada desde 1984 (17 anos). Durante esse tempo de injeção, a cota de água ("*water cut*") dos poços produtores apresentou uma variação de 0 a 0.90, onde o valor mais comum é de 0.55. A distância média entre os poços injetores e produtores é de 500 m. Um declínio significativo da injetividade (ou aumento da impedância) durante o período de injeção foi notado (aproximadamente 4 vezes) (tabela 2).

O Apêndice G mostra o programa feito no Mathcad2000 utilizado para calcular e interpretar os dados do poço Y-31.

6.3.1. Poço Y-31

As curvas da impedância *J(T)* e da injetividade *I(T)* deste poço estão mostradas na figura (28a-d). O histórico de injeção é apresentado até *T*=1.53 p.v.i. onde a impedância alcançou o valor 2.38 (representa o quanto sua permeabilidade diminuiu em relação a original).

Seguindo os passos da formulação do problema (ítem 6.2), a curva da impedância foi aproximada por dois segmentos lineares que se cruzam no ponto do tempo de transição. Oito pontos dos dados de injeção estão disponíveis. O primeiro segmento é obtido como uma linha média dos primeiros três pontos, no qual se inicia no ponto *J(T=0)=1*. O segundo segmento é uma linha média dos cinco últimos pontos (figura 28a).

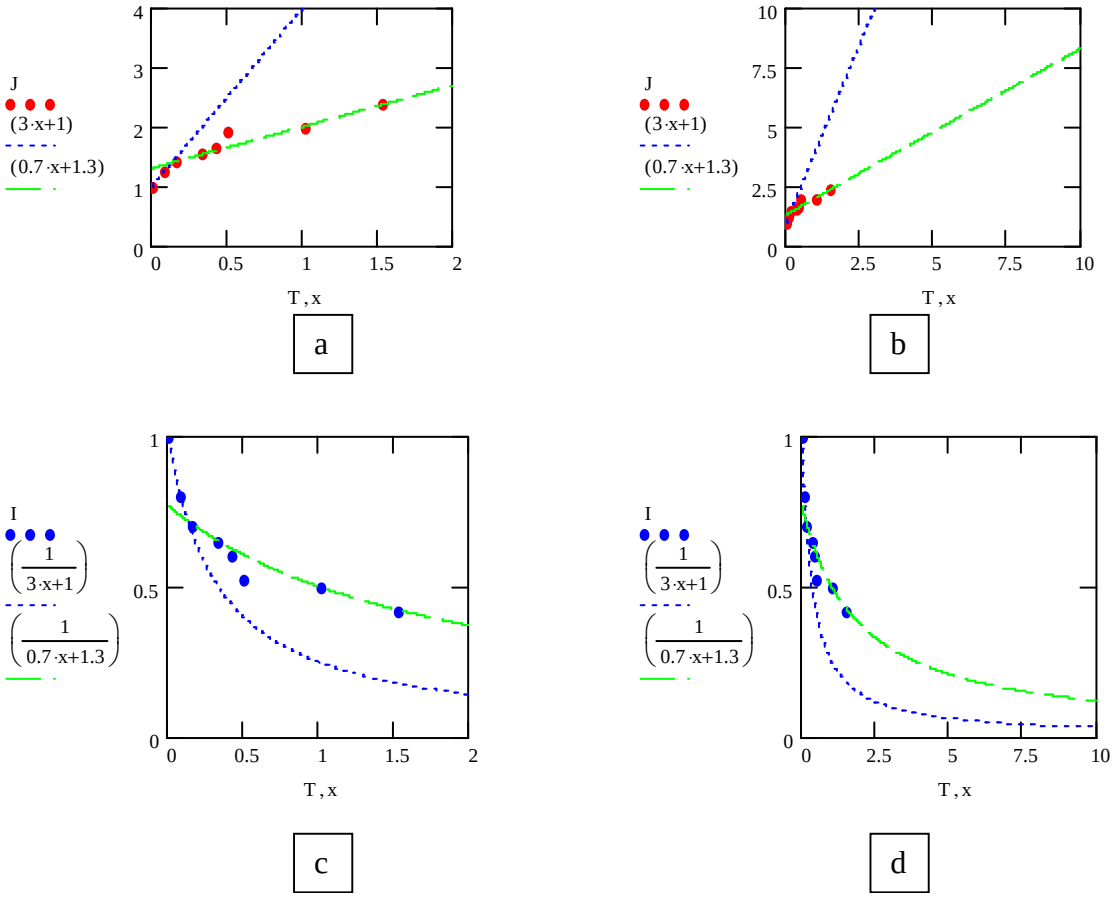


Figura 28. Dano do poço Y-31. (a) Histórico da impedância; (b) Previsão da impedância; (c) Histórico da injetividade; (d) Previsão da injetividade.

De posse dos seguintes dados: tempo de transição T_{tr} = 0.13 p.v.i., porosidade da formação ϕ = 0.23, porosidade do reboco externo ϕ_c = 0.20, permeabilidade inicial k_0 = 225 mD, intervalo do canhoneio localizado na zona do aqüífero H = 6.5 m, distâncias entre os poços injetores e produtores R = 500 m, raio do poço r_w = 0.0889 m, concentração das partículas injetada c_m = 0.7 ppm = 7x10^{-7} m^3/m^3, inclinação durante a filtração profunda $m_f = 3$, inclinação durante a formação do reboco externo $m_c = 0.7$, pôde-se calcular o coeficiente de filtração λ_0 = 3.8 m^{-1}, encontrar a relação $\beta = \beta(\lambda_0)$ correspondente a m_f = 3 (figura 29), o valor do coeficiente do dano de formação $\beta(3.8) = 47.9$ e a permeabilidade do reboco k_c=120.8 mD através da inclinação m_c=0.7.

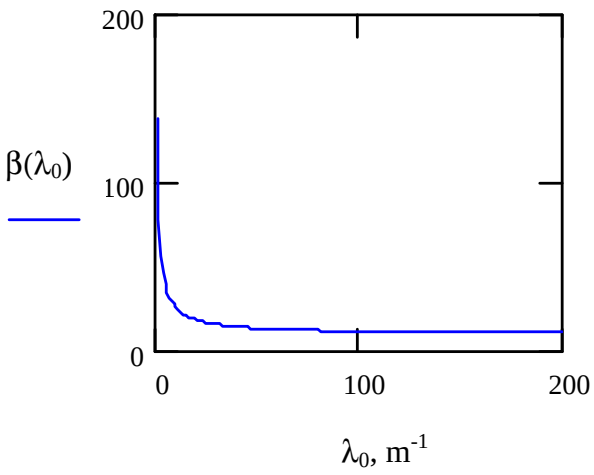


Figura 29. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda.

O prolongamento do segundo segmento linear da curva *J(T)* permite prever a impedância considerando tempos posteriores ao tempo de transição T_{tr}, (figura 28b). A curva da injetividade aproximada pelos dois segmentos lineares (figura 28c), foi extrapolada até o tempo *T*=10 p.v.i. (figura 28d).

A curva da impedância *J(T)* desse poço pode ser interpretada diferentemente, através da consideração da existência de somente uma única reta, onde assume-se que o reboco externo não se formou ainda (figura 30). A inclinação da fase da filtração profunda seria, então, m_f = 1.25 e sua correspondente curva $\beta = \beta(\lambda_0)$ está representada na figura (31). Como já foi dito e provado anteriormente neste trabalho, é impossível determinar os parâmetros λ_0 e β separadamente através da curva de *J(T)*. Então foram escolhidos quatro valores característicos para λ_0 = 1, 10, 20, 100 m^{-1} e encontrados os valores correspondentes a β = 57.6, 10.9, 7.8 e 5. Por comparação das aproximações mostradas nas figuras (28 e 30), concluiu-se que a primeira aproximação (existência do tempo de transição) é a mais confiável (figura 28), pois ela proporciona um melhor ajuste dos dados do histórico de injetividade.

A impedância em *T*=5 p.v.i. e 10 p.v.i. utilizando a reta da fase da formação do reboco externo é 4.9 e 8.3 (figura 28b), e a injetividade correspondente é 0.20 e

0.12. O modelo que considera a ausência do tempo de transição mostra uma queda de injetividade mais drástica: em *T*=5 p.v.i. e 10 p.v.i. os valores da impedância são 7.2 e 13.5 (figura 30b).

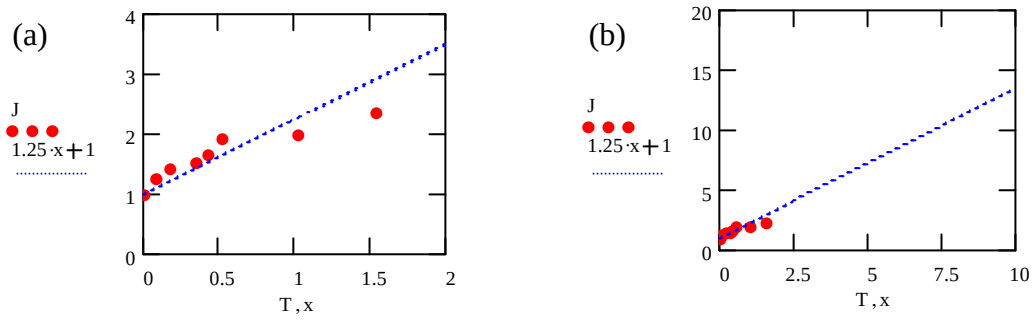


Figura 30. Dano do poço Y-31. (a) Histórico da impedância e (b) Previsão da impedância considerando que o reboco externo ainda não se formou.

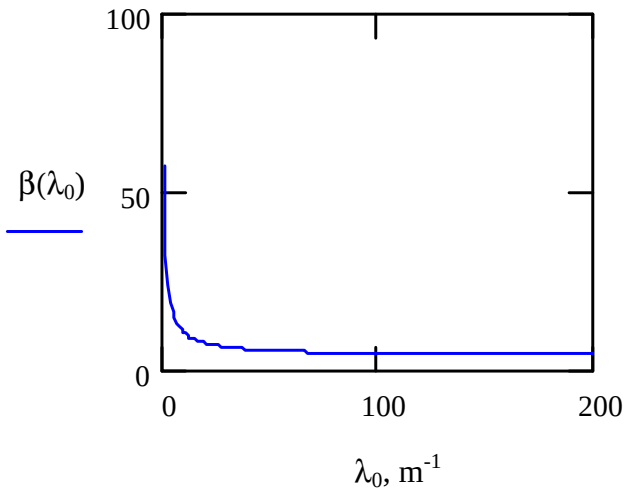


Figura 31. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda considerando que o reboco externo ainda não se formou.

6.3.2. Poço Y-23

Durante o histórico da injetividade deste poço, uma grande estimulação (acidificação) foi feita para aumentar a permeabilidade da formação, mas logo depois dessa acidificação a injetividade alcançou de novo a mesma curva anterior (figura 32).

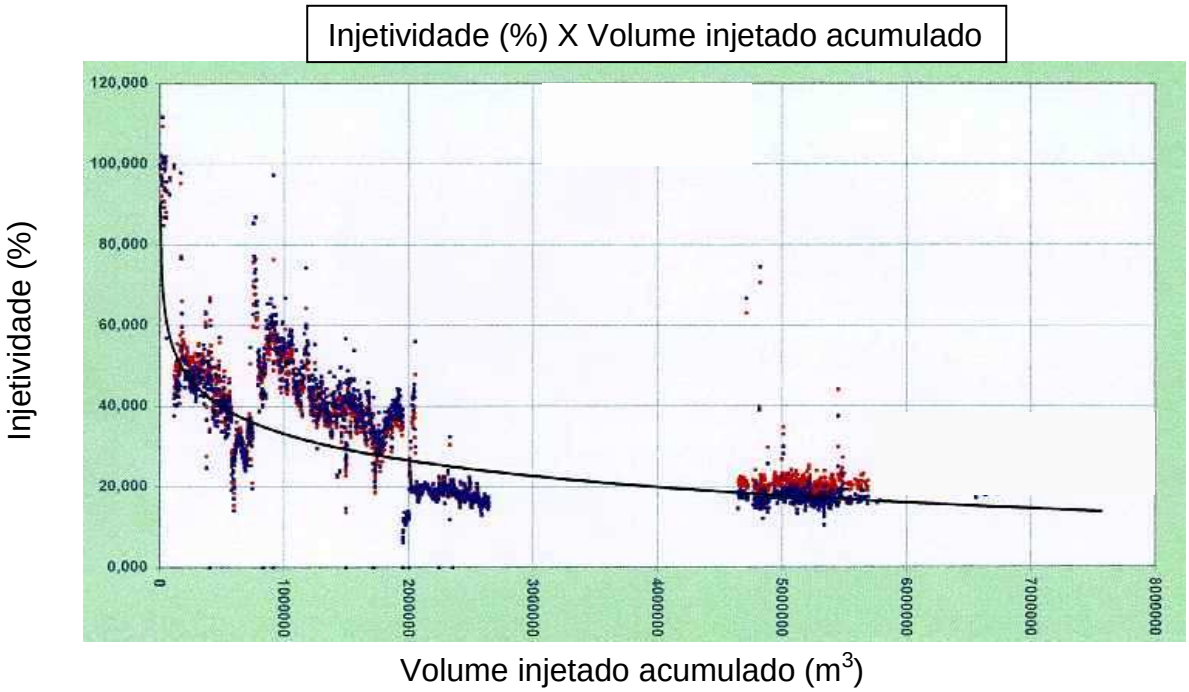


Figura 32. Histórico da injetividade do poço Y-23.

Com a injeção de 1.22 p.v.i. a injetividade diminuiu 5.9 vezes, apresentando um valor de 0.17 em relação ao valor inicial (figuras 33a,c). Os quatro últimos pontos dos seis existentes foram aproximados por uma linha reta média, e os três primeiros também (figuras 33a,b).

De posse dos seguintes dados: ϕ = 0.26, ϕ_c= *0.2,* k_0 = 115 mD, H = 24 m, R = 500 m, r_w = 0.089 m, c_m = 0.7 ppm, T_{tr} = 0.23 p.v.i., m_f = 10, m_c = 2.5, pôde-se calcular λ_0 = 2.2 m^{-1}, encontrar a relação $\beta = \beta(\lambda_0)$ correspondente a m_f (figura 34), $\beta(2.2) = 216$ e k_c = 19.54 mD.

A figura (33b) prevê a impedância até *T*=10 p.v.i.. Os valores da impedância para *T* = 5 p.v.i. e 10 p.v.i. são de 15.2 e 27.8, e suas correspondentes injetividades são 0.07 e 0.04 respectivamente (figura 33d).

Neste caso, conclui-se também que uma única aproximação linear é menos representativa comparada com a aproximação da figura (33a).

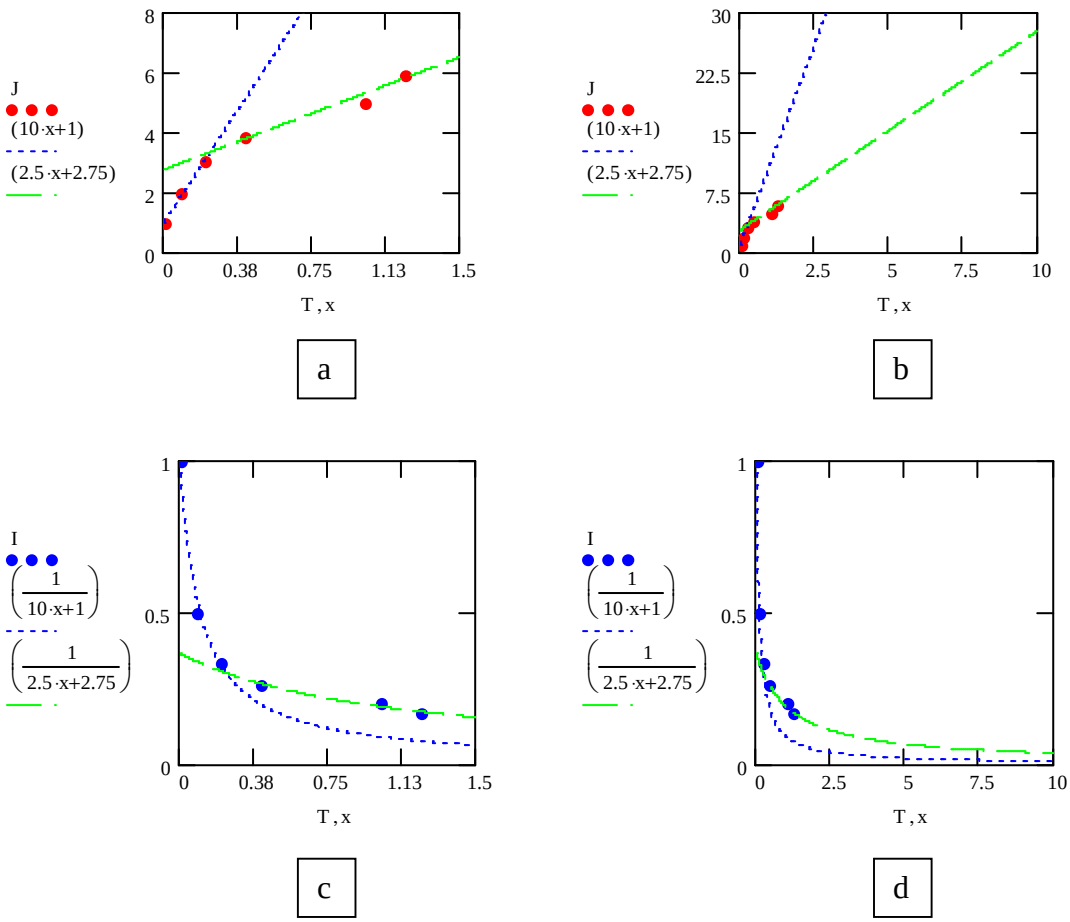


Figura 33. Dano do poço Y-23. (a) Histórico da impedância; (b) Previsão da impedância; (c) Histórico da injetividade; (d) Previsão da injetividade.

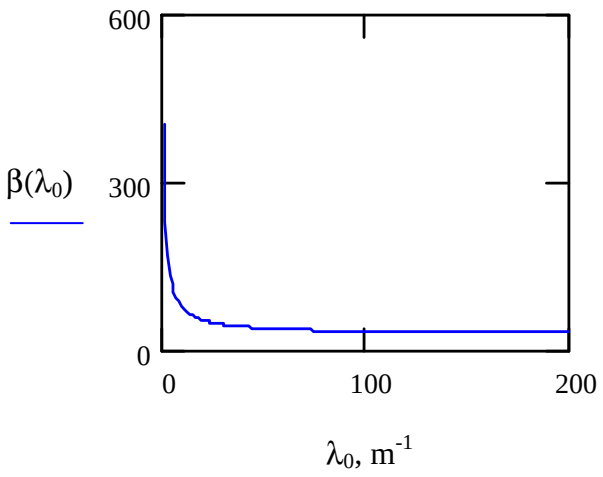


Figura 34. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda.

6.3.3. Poço Y-20

Ocorreram várias estimulações através da injeção de ácidos durante a vida deste poço. Em seguida a cada tratamento (acidificação), a injetividade retornou para a mesma curva (figura 35).

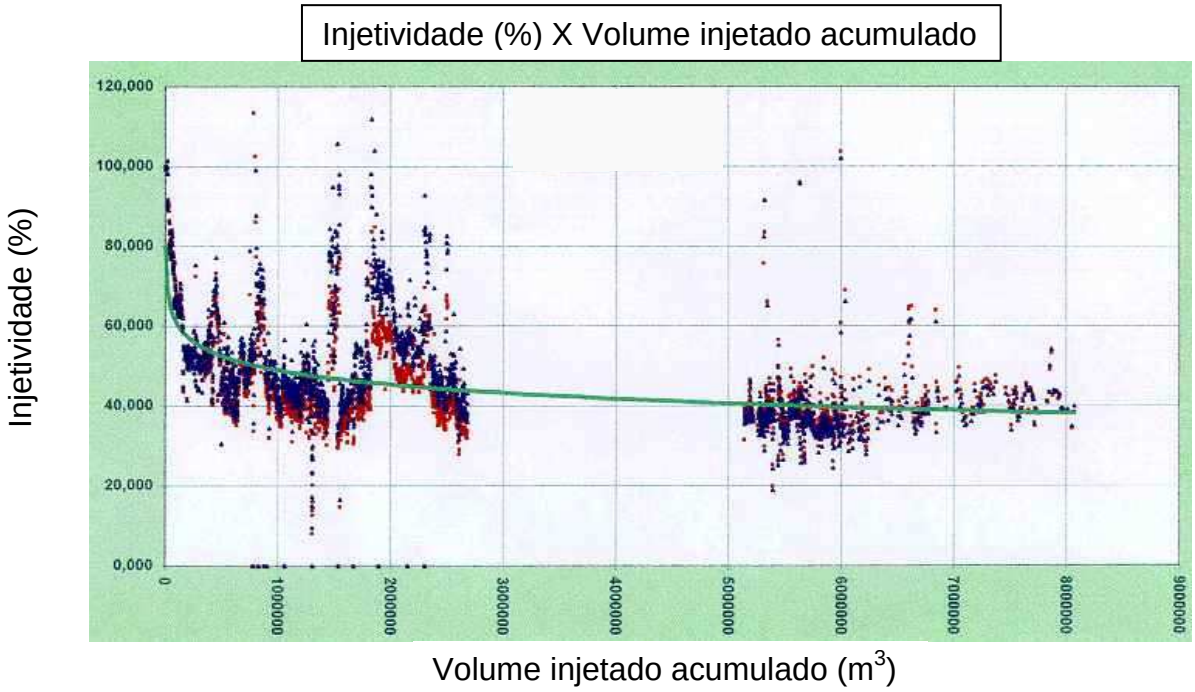


Figura 35. Histórico da injetividade do poço Y-20.

A figura (36a-d) mostra as curvas da impedância e da injetividade. O histórico de injeção é apresentado até *T* = 2.95 p.v.i., onde a impedância alcançou o valor 2.7 e a injetividade diminuiu 0.37 do seu valor inicial.

Seis pontos dos dados de injeção estão disponíveis. O primeiro segmento é obtido por uma linha média dos três primeiros pontos que começa no ponto *J(T=0)* = 1. O segundo segmento linear é uma média dos três últimos pontos (figura 36a).

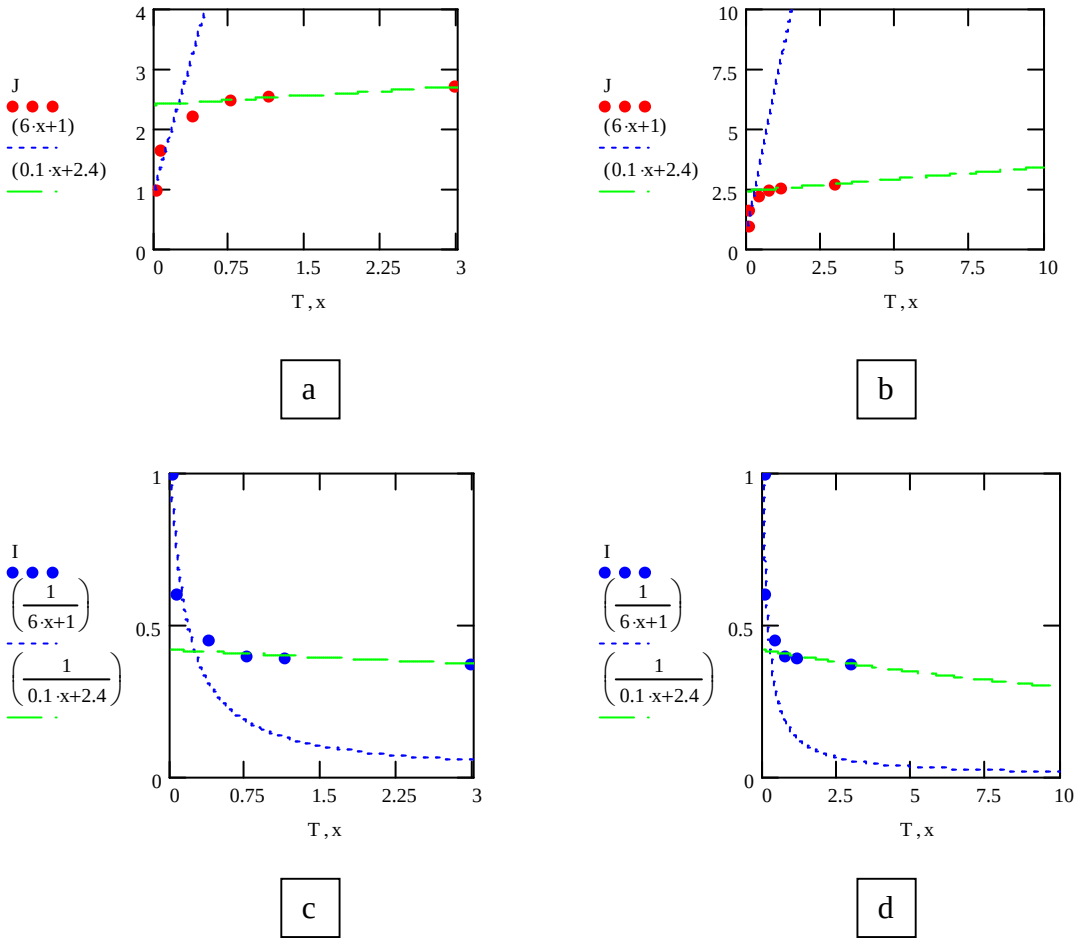


Figura 36. Dano do poço Y-20. (a) Histórico da impedância; (b) Previsão da impedância; (c) Histórico da injetividade; (d) Previsão da injetividade.

Os valores dos dados correspondentes a este poço são: T_{tr} = 0.24 p.v.i, ϕ = 0.23, ϕ_c = 0.20, k_0 = 225 mD, H = 15 m, R = 500 m, r_w = 0.0889 m, c_m = 0.7 ppm, m_f = 6, m_c = 0.1, k_c = 845.5 mD. Com isso, pôde-se calcular o λ_0 = 2.1 m^{-1}, a função $\beta = \beta(\lambda_0)$ (figura 37), $\beta(2.1)$ = 151.5, e k_c = 845.5 mD.

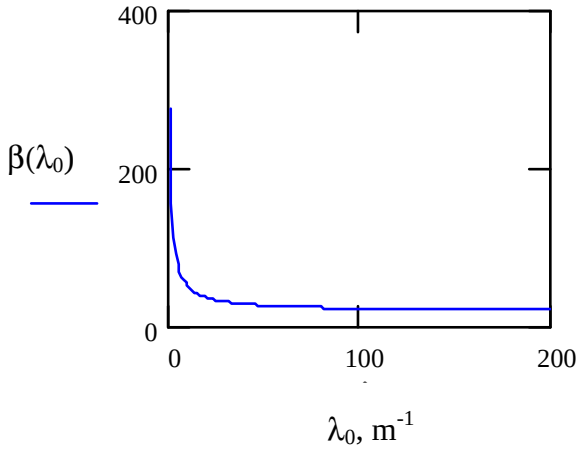


Figura 37. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda.

O autor do presente trabalho recomenda prolongar o segundo segmento linear da curva *J(T)* para prever a impedância (figura 36b). A figura (36c) mostra as curvas da injetividade com a aproximação dos dois segmentos lineares e a figura 36d) representa sua previsão até o tempo *T* = 10 p.v.i.

As impedâncias em *T*=5 p.v.i. e 10 p.v.i. são 2.9 e 3.4 (figura 36b), e suas injetividades correspondentes são 0.35 e 0.29, respectivamente (figura 36d).

6.3.4. Poço Y-18

Ocorreram vários tratamentos de acidificação durante a vida deste poço também, e logo em seguida a cada tratamento, a injetividade retornou para a mesma curva (figura 38).

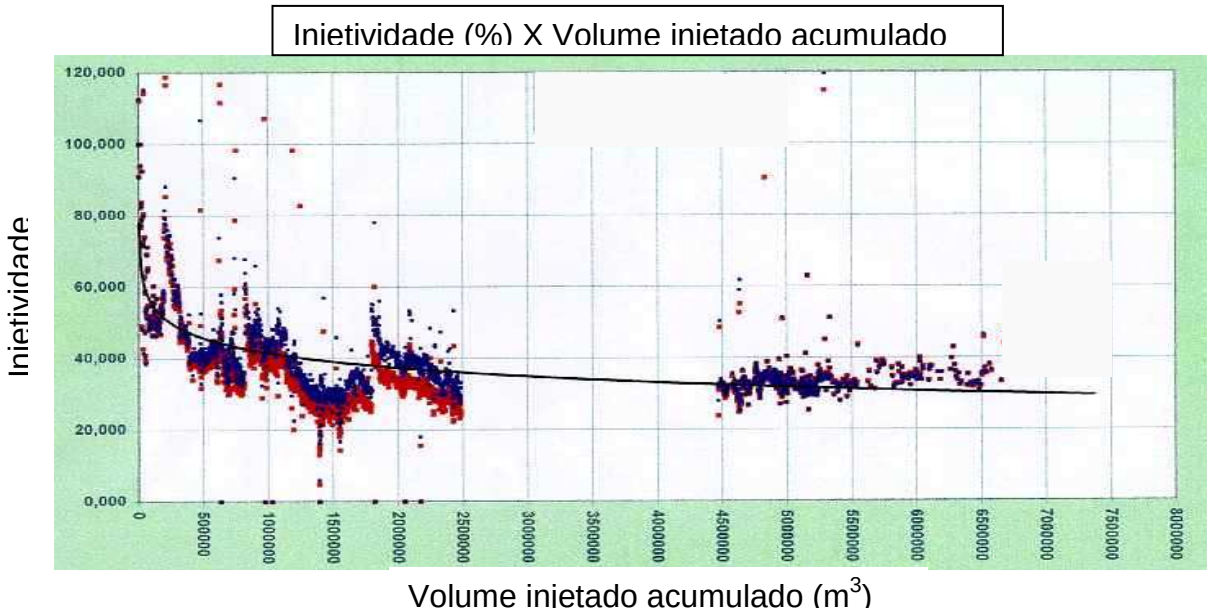


Figura 38. Histórico da injetividade do poço Y-18.

A figura (39a-d) mostra as curvas de impedância e injetividade. O histórico de injeção está apresentado até T = 2.5 p.v.i. onde a impedância alcançou o valor 3.3 e a injetividade diminuiu 0.3 do seu valor inicial.

Oito pontos dos dados de injeção estão disponíveis. O primeiro segmento é obtido por uma linha média dos cinco primeiros pontos. O segundo segmento linear é uma média dos três últimos pontos (figura 39a).

De posse dos seguintes dados: T_{tr} = 0.35 p.v.i., ϕ = 0.24, ϕ_c = 0.20, k_0 = 300 mD, H = 14 m, R = 500 m, r_w = 0.0889 m, c_m = 0.7 ppm, m_f = 5, m_c = 0.25, pôde-se calcular o λ_0 = 1.4 m^{-1}, a relação $\beta(\lambda_0)$ (figura 40), o β(1.4) = 163.9 e a k_c = 470.5 mD.

A figura (39) mostra as respectivas aproximações lineares para a impedância e a injetividade do poço. As impedâncias com T = 5 p.v.i. e 10 p.v.i. são 3.95 e 5.2 (figura 39b) e suas injetividades correspondentes são 0.25 e 0.19 (figura 39d).

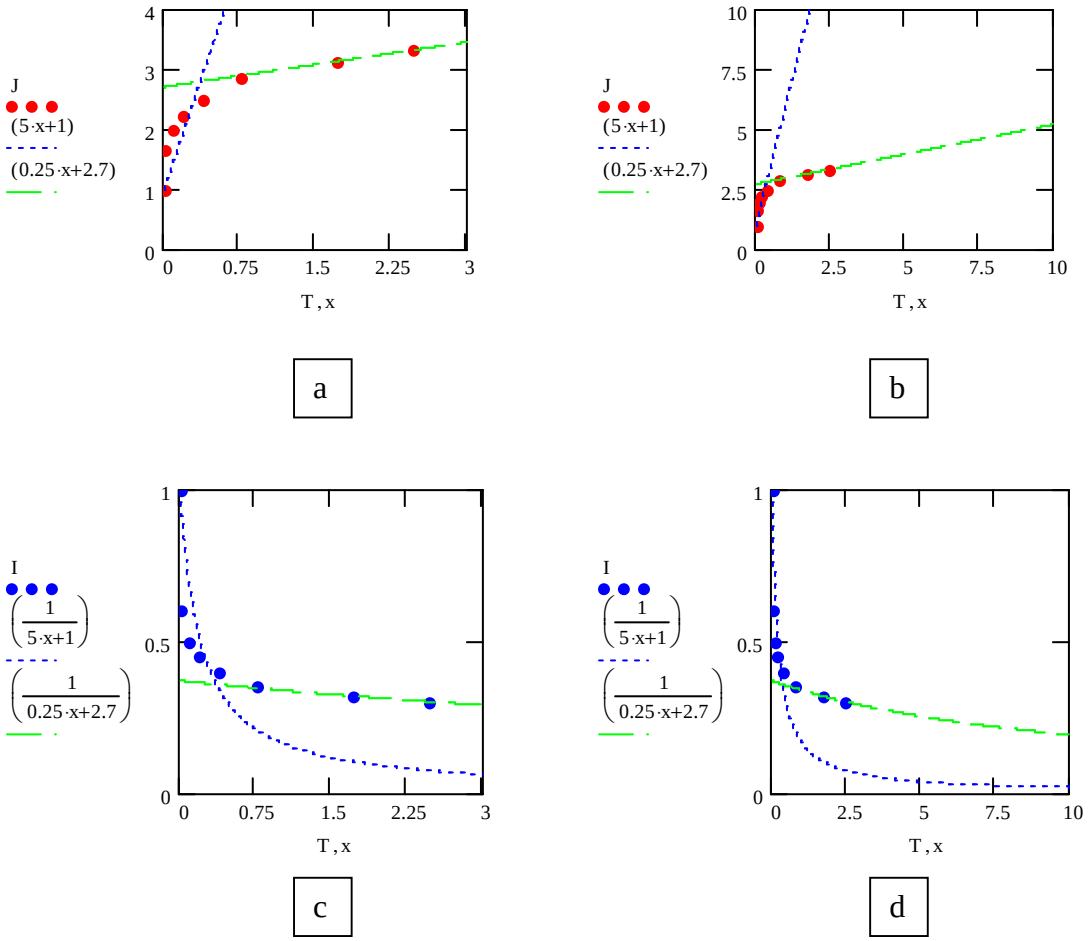


Figura 39. Dano do poço Y-18. (a) Histórico da impedância; (b) Previsão da impedância; (c) Histórico da injetividade; (d) Previsão da injetividade.

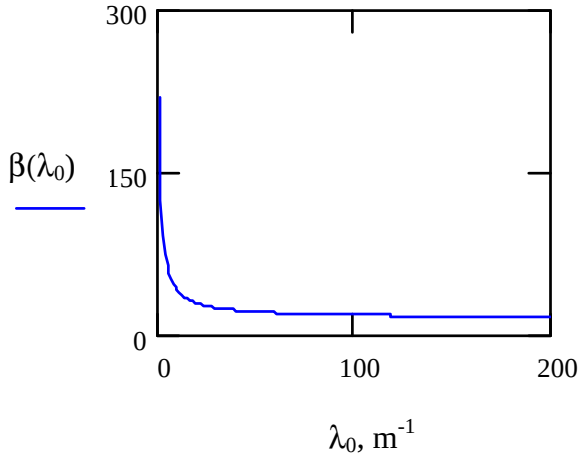


Figura 40. Dependência do coeficiente do dano de formação em relação ao coeficiente de filtração obtido através da inclinação da impedância durante a filtração profunda.

6.3.5. Resultados do tratamento dos dados dos quatro poços do campo Y:

A tabela (2) apresenta as seguintes informações: número do poço, porosidade da formação, permeabilidade inicial da formação, valor da impedância *J* medido no último momento da injeção *T*, inclinação da impedância na fase da filtração profunda, inclinação modificada da impedância, tempo de transição, coeficientes de filtração e de dano de formação, inclinação da impedância na fase da formação do reboco externo e a permeabilidade do reboco.

Tabela 2. Resultados do tratamento dos dados do campo Y utilizando o histórico de injeção.

Poços	Y-31	Y-23	Y-20	Y-18
ϕ	0.23	0.26	0.23	0.24
k_0 (mD)	225	115	225	300
J	2.4	5.9	2.7	3.3
T (p.v.i.)	1.53	1.22	2.95	2.5
m_f	3	10	6	5
$m_f / (c_m\phi)$	$2x10^7$	$5x10^7$	$4x10^7$	$3x10^7$
T_{tr} (p.v.i.)	0.13	0.23	0.24	0.35
λ_0 (m^{-1})	3.8	2.2	2.1	1.4
β	48	216	152	164
m_c	0.7	2.5	0.1	0.25
k_c (mD)	121	20	846	471

6.3.6. Análise qualitativa dos resultados

As curvas das impedâncias dos poços Y possuem um mesmo comportamento decrescente (figuras 28a, 33a, 36a, 39a). A tabela (2) mostra claramente que o poço Y-31 é o melhor (menos danificado), devido seus pequenos valores de m_f , $m_f / (c_m\phi)$ e β. A ausência de estimulações nesse poço durante a injeção da água do mar confirma essa avaliação. O poço mais danificado com a injeção é o Y-23, pois possui os maiores valores de m_f , $m_f / (c_m\phi)$ e β. Isso pode ser explicado pelo fato dele ter a menor permeabilidade inicial. Já os poços Y-20 e Y-18 possuem históricos de

injetividade bem parecidos. É observado também que os valores dos coeficientes de filtração dos quatro poços são menores que os calculados pelos testes laboratoriais em uma ordem de grandeza. Isso pode ser explicado pela heterogeneidade da zona de drenagem dos poços injetores ou pela existência de canais mais permeáveis, onde as partículas conseguem ter uma maior penetração. A variação do comprimento da penetração das partículas ($1/\lambda_0$) proveniente da água do mar injetada nos quatro poços injetores foi de 26 a 71 cm.

A figura (41) mostra as dependências λ, β e $m_f/(c_m\phi)$ em relação ao parâmetro adimensional η (equação 4-5) que determina a influência do efeito do fenômeno da exclusão por tamanho (figura 1) no dano causado à formação.

Já foi observado que a permeabilidade diminui devido à precipitação de parafina e deposição de produtos de reações químicas (Bedrikovetsky, 1993). Esta expectativa é confirmada pela figura (41b,c) com o aumento dos parâmetros β e $m_f/(c_m\phi)$ em relação a η. Se excluirmos o ponto do poço Y-31, o crescimento monotônico fica mais evidente.

O comportamento do coeficiente de filtração λ em relação a η não está bem definido (figura 41a). Entretanto, sem o poço Y-31, a tendência é a mesma da figura (41b,c) (λ cresce com o aumento de η).

Injetou-se a mesma água (água do mar) nos quatro poços, com isso esperava-se obter a mesma permeabilidade do reboco, mas a tabela (2) mostra as grandes diferenças. A permeabilidade do reboco é maior do que a permeabilidade inicial nos poços Y-20 e Y-18, e nos outros poços ocorre o contrário. Uma explicação para isso, pode estar nas diferentes pressões de injeção dos poços Y. Jiao (1993) mostrou através de resultados experimentais que a porosidade e permeabilidade do reboco externo são dependentes da pressão de filtração (quanto maior a p, menor a ϕ_c e a k_c).

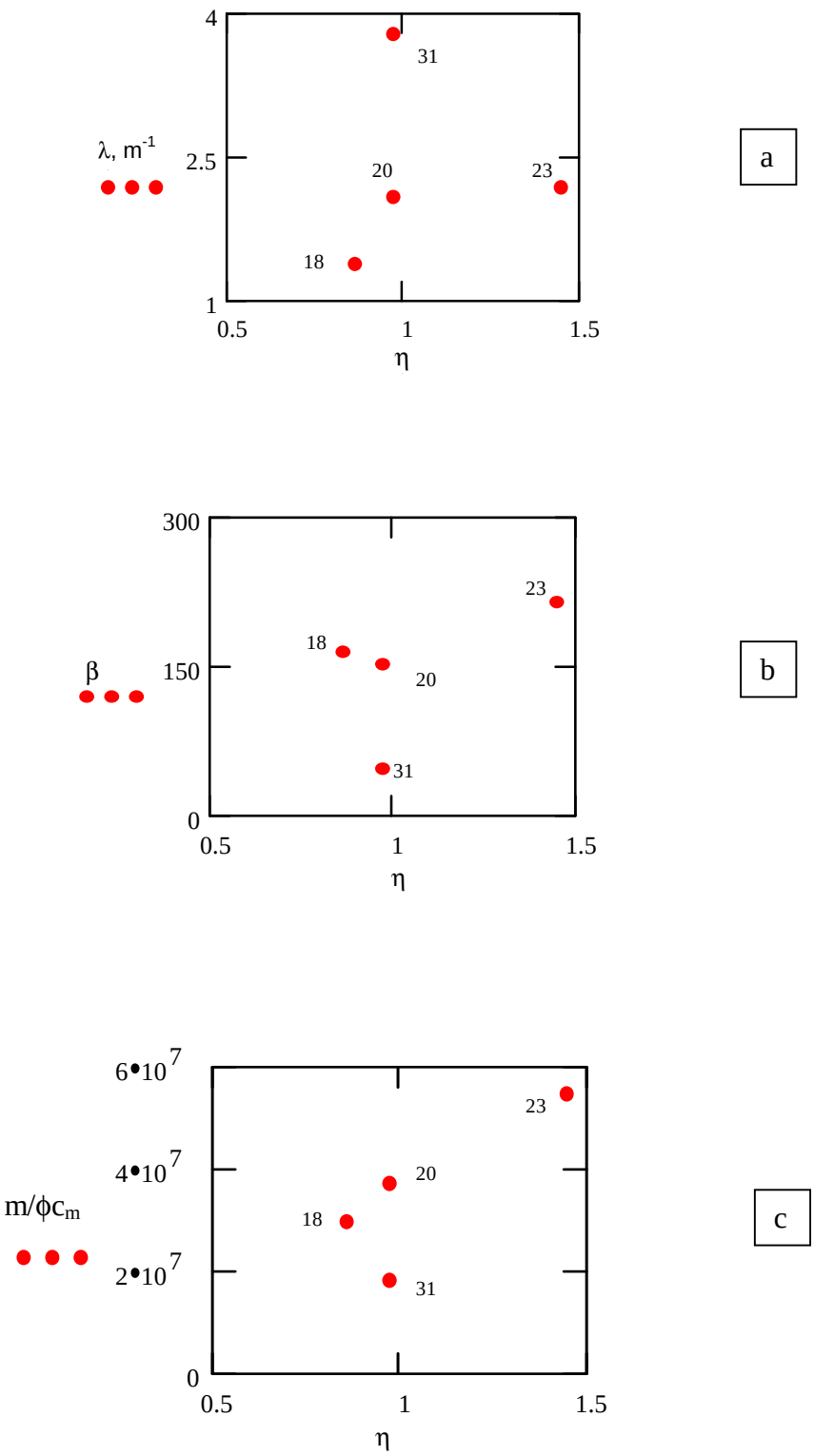


Figura 41. Dependências dos (a) coeficiente de filtração λ, (b) coeficiente do dano de formação β e (c) inclinação modificada da impedância ($m/\phi c_m$) em relação ao parâmetro adimensional que relaciona os tamanhos das partículas e dos poros η.

6.4. Interpretação dos dados de injeção e filosofia da modelagem

A interpretação é muito subjetiva, pois cada curva *J(T)* pode ser analisada como uma curva não-linear devido à variação de $\lambda(\sigma)$, como uma função não hiperbólica para $K(\sigma)$ ou como uma aproximação de dois segmentos lineares considerando os parâmetros do modelo (λ_0 e β) e os crescimentos de k_c e ϕ_c constantes. Por exemplo, o poço Y-31 pode ser interpretado de maneiras diferentes (com ou sem formação de reboco externo).

Essa subjetividade é uma situação comum nas modelagens matemáticas. Existem modelos que ajustam os dados experimentais, mas sem validar o comportamento obtido com uma explicação física ou sensata. Pode acontecer também de diferentes modelos ajustarem dados com uma mesma exatidão.

Os diferentes mecanismos de deposição das partículas (figura 1) podem causar as mesmas perdas de injetividade. Então, cabe ao especialista (Engenheiro de Reservatório) analisar bem todas as possíveis hipóteses para determinar a interpretação física e o modelo mais correto a ser utilizado.

Não obstante, o modelo da filtração profunda com a exibição do reboco externo ajustou muito bem os dados reais dos poços de petróleo do campo Y, proporcionando parâmetros confiáveis dentro dos intervalos previstos na literatura.

CAPÍTULO 7 - Conclusões

1. O método laboratorial tradicional determina os coeficientes de filtração λ_0 e do dano de formação β pelo ajustamento da curva de variação de pressão baseado em um problema inverso mal posto, que produz múltiplas soluções e diferentes previsões no declínio da injetividade em poços.

2. A nova metodologia laboratorial da determinação dos coeficientes λ_0 e β está baseada em um problema inverso bem posto de solução única e estável.

3. A utilização do novo método nos testes laboratoriais de injeção com quatro manômetros mostrou uma excelente coincidência dos valores de λ_0 e β, permitindo a recomendação desta metodologia a aplicações industriais de ampla escala.

4. Não foi formado reboco externo durante os testes de injeção de água com partículas líquidas devido à mobilização das gotas de óleo nos poros da entrada do testemunho, onde a concentração depositada e o gradiente de pressão são grandes o suficiente para exceder a pressão capilar.

5. O tratamento dos dados laboratoriais mostrou que a água injetada com partículas líquidas, causa menos dano à formação do que a com partículas sólidas. Esse efeito pode ser explicado devido às gotas de óleo serem deformáveis e flexíveis durante sua percolação pelo meio poroso.

6. A ausência de agregação entre as partículas sólidas e líquidas proporciona uma independência dos valores de λ_0 e β na mistura, resultando em um valor intermediário dos dois coeficientes referentes às partículas sólidas e líquidas.

7. Os resultados de λ_0 dos testes laboratoriais e de campo, mostraram que a penetração das partículas na água injetada é menor em testemunhos do que nos poços devido à existência de rochas heterogêneas inconsolidadas no reservatório.

Novidades Científicas

1. Foi mostrado que a variação de pressão ocorrida no meio poroso promove uma curva $\beta(\lambda_0)$ onde diferentes valores de λ_0 e β aplicados no modelo podem ajustar a mesma inclinação da impedância em função do tempo. A impossibilidade da determinação dos parâmetros λ_0 e β separadamente pela metodologia laboratorial tradicional, que é através do ajuste da variação de pressão entre a entrada e saída do testemunho, é um procedimento mal posto.

2. Foi proposto um novo método para determinar λ_0 e β, cuja solução é única e estável, baseado na medida de pressão adicional em um ponto intermediário do testemunho em testes laboratoriais.

3. Foi provado que a nova metodologia sempre fornece solução única e estável.

4. A aplicação dos métodos de laboratório permitiu recomendar à indústria de petróleo a previsão do declínio da injetividade em projetos de injeção de água.

Recomendações Futuras

- Implementar os modelos para fluxos linear e radial introduzindo o coeficiente de filtração em função da concentração depositada e da velocidade do fluxo $\lambda(\sigma,U)$ e a função do dano de formação com um comportamento não hiperbólico $K(\sigma)$.

- Adicionar mais um parâmetro no modelo para ajudar a calcular a influência de um tipo de deposição específico (fenômeno da dupla camada iônica, sedimentação, etc).

- Utilizar o modelo de rede para calcular λ_0 e β e prevê a injetividade pelo modelo fenomenológico.

Referências Bibliográficas

Amyx, J. W. et al., 1988. “Petroleum Reservoir Engineering”. McGraw-Hill, Inc. 610p. NY.

Barkman, J. H. and Davidson, D. H., 1972. “Measuring Water Quality and Predicting Well Impairment”, J. P. T., 865-873.

Bedrikovetsky, P., 1993. Mathematical Theory of Oil & Gas Recovery (With applications to ex-USSR oil & gas condensate fields), Kluwer Academic Publishers, London-Boston-Dordrecht 600 p.

Bedrikovetsky, P., Marchesin, D., Shecaira, F., Souza, A. L., Milanez, P., Rezende, E. R., 2000. Injectivity decline caused by injection of sea/produced water, IBP 43300, Proc. Rio Oil and Gas Expo and Conference, Rio de Janeiro, Brazil.

Bedrikovetsky, P., Marchesin, D., Shecaira, F., Souza, A. L., Marchesin, A., Rezende, E., Hime G., 2001a. Well Impairment During Sea/Produced Water Flooding: Treatment of Laboratory Data, SPE 69546, 7th Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference.

Bedrikovetsky, P., Marchesin, D., Shecaira, F., Souza, A. L., Milanez, P., Rezende, E. R., 2001b. Characterisation of deep bed filtration system from laboratory pressure drop measurements, Journal of Petroleum Science and Engineering, accepted for publication.

Bedrikovetsky, P., Tran, T. K., Van den Broek, Marchesin, D., Rezende, E. R., Shecaira, F., Souza, A L. S., 2002, Treatment of laboratory data on deep bed filtration, UENF, Petrobras, Brazil, Delft University of Technology, The Netherlands SPE paper submitted at SPE Formation Damage Conference, New Orleans, USA.

Bruin, J. N., et al., 1998, Permeability decrease caused by simultaneous invasion of solid particles and oil droplets, Delft University of Technology, Subfaculty Applied Earth Sciences Dietz Laboratory, The Netherlands.

Burganos, V. N., Paraskeva, C. A., Payatakes, A. C. (1992). Three-dimensional trajectory analysis and network simulation of deep bed filtration. Journal of Colloid and Interface Science, 148(1), 167-181.

Chauveteau, G., Nabzar, L., Coste, J-P (1998). Physics and modeling of permeability damage induced by particle deposition. SPE 39463, 1998.

Civan, F., 1996, A Multi-Purpose Formation Damage Model, SPE paper 31101, Symposium on Formation Damage Control, Lafayette

Davidson, D. H., 1979. Invasion and Impairment of Formations by Particulates, SPE 8210.

Donaldson, E. C., Baker, B. A., Carrol, H. B. (1977). Particle transport in sandstones, SPE 6905.

Dullien, F. A. L. 1992, Porous media: Fluid transport and pore structure. 2nd Edition. San Diego: Academic Press, 574p.

Eylander, J. G. R., 1988. Suspended Solids Specifications for Water Injection from Coreflooding Tests, SPE Reservoir Engineering.

Fan, L. T., Nassar, R., Hwang, S. H., Chou, S. T. (1985). Analysis of deep-bed filtration data: modeling as a birth-death process. AIChE Journal, 31(1), p.1781-1790.

Fatt, I. 1956a. The network model of porous media I. Capillary pressure characteristics. Petroleum Transactions, AIME, 207, 144-159.

Fatt, I. 1956b. The network model of porous media II. Dynamic properties of a single size tube network. Petroleum Transactions, AIME, 207, 160-163.

Fatt, I. 1956c. The network model of porous media III. Dynamic properties of networks with tube radius distribution. Petroleum Transactions, AIME, 207, 164-181,

Fitzpatrick, J. A., Spielman L. A., 1973. Filtration of aqueous latex suspensions through beds of glass spheres. Journal of Colloid and Interface Science, 43(2).

Gruesbeck, C., Collins, R. E. (1982). Entrainment and deposition of fine particles in porous media. Society of Petroleum Engineers Journal, 22, 847-856.

Herzig, J.P., Leclerc, D.M. Goff, P. le, 1970. Flow of Suspensions through Porous Media - Application to Deep Filtration, Industrial and Engineering Chemistry, 62 (5): 8-35.

Hsu, E. H., Fan, L. T. (1984). Experimental study of deep-bed filtration: a stochastic treatment. AIChE Journal, 30(3), 267-273.

Imdakm, A. O., Sahimi, M. (1987). Transport of large particles in flow through porous media, Physical Review A, 36, 5304-5309.

Imdakm, A. O., Sahimi, M. 1991. Computer simulation of particle transport processes in flow through porous media. Chemical Engineering Science, 46(8), 1977-1993.

Ioannidis, M. A., Kwiecen, M. J., Chatzis, I., Macdonald, I. F., Dullien, F. A. L. 1997. Comprehensive pore structure characterization using 3D computer reconstruction and stochastic modeling. SPE 38713.

Ison, C. R., Ives, K. J. (1969). Removal mechanisms in deep-bed filtration. Chemical Engineering Science, v.24, p.717-724.

Iwasaki, T. 1937. Some notes on sand filtration. J. Amer. Water Works Assoc., 29, 1591-1602, (apud. Tien e Payatakes, 1979).

Jiao, D., Ph.D Dissertation, 1993, The University of Texas at Austin.

Khatib, Z. I. 1994. Prediction of Formation Damage Due to Suspended Solids: Modeling Approach of Filter Cake Buildup in Injectors. SPE 28488.

Kumar, Tarkeshwar (1988). Modeling of formation damage due to particle invasion in relation to water injection schemes. Edinburgh: Department of Petroleum Engineering, Heriot-Watt University, 184p. Ph. D. Thesis.

Lacey, E. S., Wells, P. C. (1979). Prevent formation damage – The first step toward enhanced recovery. Drilling-DCW, 46-50, (apud Kumar, 1988).

Mackie, R. I., Horner, R. M. W., Jarvis, R. J. (1987). Dynamic modeling of deep-bed filtration, AIChE Journal, 33(11), 1761-1775.

Ochi, J. et al. 1999. External Filter Cake Properties During Injection of Produced Waters. SPE 54773.

Oort, van E., Velzen, van J. F. G. and Leelooijer, K., 1993, Impairment by Suspended Solids Invasion: Testing and Prediction, SPE, Production and Facilities

Pang, S. and Sharma, M.M., 1994. A Model for Predicting Injectivity Decline in Water Injection Wells, SPE paper 28489 presented at 69th Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, LA, 25-28.

Pautz, J. F., et al., 1989. Relating Water Quality and Formation Permeability to Loss of Injectivity, SPE 18888.

Payatakes, A. C., Tien, C., Turian, R. M. 1973. A new model for granular porous media. I. Model formulation. AIChE Journal, 19(1), 58-76.

Payatakes, A. S., Rajagopalan, R. and Tien, C., 1974. Application of Porous Medium Models to the Study of Deep Bed Filtration, The Canadian Journal of Chemical Engineering, 52.

Rege, S. D., Fogler, H. S. (1987). Network model for straining dominated particle entrapment in porous media. Chemical Engineering Science, 42(7), 1553-1564.

Rege, S. D., Fogler, H. S. (1988). A network model for deep bed filtration of solid particles and emulsion drops. AIChE Journal, 34(11), 1761-1772.

Rege, Sunil Devidatta (1988). Network modeling and experimental investigation of flow, dissolution, precipitation and fines migration in porous media. Ann Arbor: Department of Chemical Engineering, University of Michigan, 190p. Ph. D. Thesis.

Rezende E. R., Ribeiro, R., Tavares, I., Treatment of Laboratory Data on Deep Bed Filtration: Looking for Universal Relationships, 2001, COBEM – 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, 26-30 November, Uberlândia - MG, Brazil

Rochon, J. and Creosot, M., 1996, Water Quality for Water Injection Wells, SPE paper 31122, Symposium on Formation Damage Control, Lafayette

Roque, C., Chauveteau, G., Thibault, G. and Bouteca, M., 1995. Mechanisms of Formation Damage by Retention of Particles Suspended in Injection Water, SPE paper 30110, European Formation Damage Conference, The Hague.

Sahimi, M., Gavalas, G. R., Tsotsis, T. T., 1990. Statistical and continuum models of fluid-solid reactions in porous media. Chemical Engineering Science, 45(6), 443-1502.

Sahimi, M., Imdakm, A. O. 1991. Hydrodynamics of particulate motion in porous media. Physical Review Letters, 66(9), 1169-1172.

Schechter, D. S., 1990, Oil Well Stimulation, Prentice Hall, New Jersey

Seljakov, V. I., Kadet, V. V., 1998, Percolation Models of Flow in Porous Media, Kluwer Academic Publishers, London/Boston.

Sharma, M. M., Yortsos, Y. C. (1987a). Transport of particulate suspensions in porous media: model formulation. AIChE Journal, 33(10), 1636-1643.

Sharma, M. M., Yortsos, Y. C. (1987b). A network model for deep bed filtration processes. AIChE Journal, 33(10), 1644-1653.

Sharma, M. M., Yortsos, Y. C. (1987c). Fines migration in porous media. AIChE Journal, 33(10), 1654-1662.

Siqueira, A. G., 2000. Modelagem em rede 3D do escoamento de fluidos particulados em meios porosos. Tese (Mestrado em Engenharia de Reservatório) – Campinas – SP, Universidade Estadual de Campinas.

Soo, H., Radke, C. J. 1984a. The flow mechanism of dilute, stable emulsions in porous media. Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, 23, 342-347.

Soo, H., Radke, C. J. 1984b. Velocity effects in emulsion flow through porous media. Journal of Colloid and Interface Science, 102, 462-476.

Soo, H., Radke, C. J. 1985. Flow of dilute, stable liquid and solid dispersions in underground porous media. AIChE Journal, 31(11), 1926-1928.

Soo, H., Radke, C. J., 1986, A Filtration Model for Flow of Dilute, Stable Emulsions in Porous Media – 1. Theory, Chem Eng Sci, 41(2), 263 – 272

Soo, H., Williams, M.C. and Radke, C. J., 1986, A Filtration Model for Flow of Dilute, Stable Emulsions in Porous Media - 2. Parameter Evaluation and Estimation, Chem Eng Sci, 41(2), 273-281.

Tien, C. e Payatakes, A. C. 1979. Advances in deep-bed filtration. AIChE Journal, 25(9), 737-759.

Todd, A., et al., 1979, Review of Permeability Damage Studies and Related North Sea Water Injection, SPE 7883 presented at SPE International Symposium on Oilfield and Geothermal Chemistry, Dallas, TX, 22-24 January.

Todd, A. C., et al., 1988. The Value and Analysis of Core-Based Water Quality Experiments as Related to Water Injection Schemes, SPE 17148.

Todd, A. C., Somerville, J. E., Scott, G. 1984. The application of depth of formation damage measurements in predicting water injection decline. SPE 12498.

Tran, T. K., Van den Broek, 1998, Permeability decrease of sandstone as a result of injection of oil- and solid-containing water. MSc-thesis, Delft University of Technology, Subfaculty Applied Earth Sciences Dietz Laboratory, The Netherlands

Van den Broek, Bruin, J. N., Tran, T. K., van der Zande, van der Meulen, 1999, Core-flow experiments with oil and solids containing water, SPE paper 54769 presented at European Formation Damage Conference, Hague, The Netherlands.

Vetter, O. J., et al., 1984. Particle Invasion into Porous Medium and Related Injectivity Problems, SPE 16625.

Vitthal, S., Sharma, M. M. and Sepehrnoori, K., A.,1988. One Dimensional Formation Damage Simulator for Damage due to Fines Migration, Proceedings of SPE Symposium on Formation Damage Control, Bakersfield.

Wennberg, K. I., and Sharma, M.M., 1997, Determination of the Filtration Coefficient and the Transition Time for Water Injection Wells, SPE paper 38181.

Yao, K. M., Habibian, M. T., O'Melia, C. R. 1971. Water and waste water filtration: concepts and application. Environmental Science Technology, 5, 1105-1116.

Zhang, N. S., Somerville, J. M. and Todd, A. C., 1993, SPE paper 26702 presented at the Offshore European Conference held in Aberdeen, 7-10 September

Apêndice A. Modelo analítico da filtração profunda para fluxo linear

O modelo matemático para fluxo de água com partículas em suspensão, assume que as densidades da água e das partículas sólidas e líquidas são constantes. Então, encontra-se a conservação do fluxo total:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0, \qquad U = U(t). \tag{A- 1}$$

onde U é a velocidade aparente de injeção (razão entre a vazão volumétrica e a área transversal total de injeção).

A equação da conservação de massa com partículas em fluidos incompressíveis é:

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t} \ . \tag{A- 2}$$

A variação da deposição das partículas no meio poroso com o tempo é caracterizada por:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda(\sigma) U c \ . \tag{A- 3}$$

Geralmente a viscosidade é dependente da concentração das partículas em suspensão, mas para pequenas concentrações a viscosidade pode ser considerada constante. Então a Lei de Darcy modificada para fluxo de água com partículas em suspensão fica:

$$U = -\frac{k_0 \, K(\sigma)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \tag{A- 4}$$

onde a redução da permeabilidade é por causa do entupimento do meio poroso por partículas e a função do dano de formação depende da concentração depositada *K(σ)*, possuindo um comportamento hiperbólico (figura 3):

$$K(\sigma) = \frac{1}{1+\beta\sigma} \,. \qquad \textbf{(A- 5)}$$

Introduzindo o comprimento e o tempo adimensionais

$$X = \frac{x}{L}; \qquad T = \frac{Ut}{\phi L} \,. \qquad \textbf{(A- 6)}$$

O novo sistema adimensionalizado fica:

$$\frac{\partial c}{\partial T} + \frac{\partial c}{\partial X} = -\lambda(\sigma)\, L\, c \qquad \textbf{(A- 7)}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = \lambda(\sigma) L\, \phi\, c \qquad \textbf{(A- 8)}$$

$$U = -\frac{k_0\, K(\sigma)}{\mu L} \frac{\partial p}{\partial X} \,. \qquad \textbf{(A- 9)}$$

A condição inicial deste novo sistema acima assume a ausência de partículas no meio poroso (testemunho) antes da injeção:

$$T = 0: \quad c = 0\,; \quad \sigma = 0\,. \qquad \textbf{(A- 10)}$$

A condição de contorno aplicada na entrada do testemunho corresponde à injeção do fluido a uma especificada concentração das partículas em suspensão

$$X = 0: \quad c = c_m\,. \qquad \textbf{(A- 11)}$$

Considerando o coeficiente de filtração constante λ_0, e aplicando o método das características na equação (A-7) para *c(X,T(X))* encontra-se:

$$\frac{dc}{dX} = -\lambda_0 L c \qquad \textbf{(A-12)}$$

Integrando a equação (A-12) por variáveis separáveis e utilizando a condição de contorno (A-11) obtém-se a primeira solução do problema para $X < T$ (Wennberg e Sharma, 1997):

$$c\left(X,T\right) = c_m \, e^{-\lambda_0 L X} \qquad \textbf{(A- 13)}$$

Através da substituição da equação (A-13) na fórmula (A-8) e da integração por variáveis separáveis, determina-se a segunda solução também para $X<T$:

$$\sigma\left(X,T\right) = \lambda_0 \; L \; \phi \; c_m \left(T-X\right) e^{-\lambda_0 L X} \qquad \textbf{(A- 14)}$$

onde ambas concentrações (c e σ) adiante da frente de concentração são iguais a zero (figura 8).

Integrando em X o gradiente de pressão da (A-9), e substituindo nela as equações (A-5) e (A-14), obtém-se a expressão da impedância $J(T)$ para $X < T$, o qual é o inverso da injetividade:

$$J(T) = \frac{k_0}{k\left(T\right)} = \frac{k_0 \, \Delta p\left(T\right)}{\mu L U(T)} \; ; \qquad \textbf{(A- 15)}$$

$$J(T) = 1 + \beta \phi c_m \left(T\,(1 - e^{-\lambda_0 L}) + e^{-\lambda_0 L} + \frac{e^{-\lambda_0 L} - 1}{\lambda_0 L} \right). \qquad \textbf{(A- 16)}$$

O aspecto mais importante da fórmula (A-16) é a dependência linear da impedância com o tempo:

$$J(T) = mT + \delta, \quad , \quad m = \beta \phi c_m \left(1 - e^{-\lambda_0 L}\right) \qquad \textbf{(A- 17)}$$

$$\delta = 1 + \beta \phi c_m \left(e^{-\lambda_0 L} + \frac{e^{-\lambda_0 L} - 1}{\lambda_0 L} \right). \qquad \textbf{(A- 18)}$$

onde *m* é a inclinação da reta *J(T)* no plano *(J,T).*

Como explicado no item (3.1), geralmente o parâmetro δ é aproximadamente 1 (um), portanto a reta *J(T)* inicia-se quase em *J=1* no momento *T= 0*. Isso permite simplificar a fórmula da impedância:

$$J(T) = 1 + mT \qquad \textbf{(A- 19)}$$

A fórmula (A-19) é válida para *T>1*, onde a frente de concentração já atingiu a saída do testemunho.

A fórmula (A-16) mostra que o declínio da injetividade ou o aumento da impedância durante a filtração profunda depende de dois parâmetros adimensionais: $\lambda_0 L$ e $\beta \phi c_m$.

O cálculo da impedância em seu estágio inicial é feito integrando em *X* o gradiente de pressão da fórmula (A-9) e substituindo (A-5) na mesma:

$$J(T) = \int_0^1 \frac{dX}{K(\sigma)} = \int_0^1 (1 + \beta\sigma) dX = 1 + \beta \int_0^1 \sigma \, dX \, . \qquad \textbf{(A- 20)}$$

Para *X>T*, ou seja, adiante da frente *X=T*, ambas concentrações (*c* e σ) são iguais a zero (figura 8). De acordo com isso, e através da fórmula (A-20), obtemos a expressão para *T<1*:

$$J(T) = 1 + \beta \int_0^T \sigma \, dX = 1 + \beta \phi c_m \left(T(1 - e^{-\lambda_0 L T}) + T e^{-\lambda_0 L T} + \frac{e^{-\lambda_0 L T} - 1}{\lambda_0 L} \right). \qquad \textbf{(A- 21)}$$

A fórmula (A-21) mostra o comportamento inicial da curva da impedância, onde a frente de concentração ainda não chegou na saída do testemunho. Em $T=1$ esta curva suave torna-se uma reta representada pela equação (A-17) (figura 11).

Apêndice B. Modelo analítico da formação do reboco externo para fluxo linear

Depois do tempo de transição, o reboco externo cresce com uma permeabilidade k_c e uma porosidade ϕ_c. Para $t > t_{tr}$, a taxa de crescimento do reboco é constante, a qual é determinada pela velocidade do fluxo e pela quantidade das partículas em suspensão fornecidas ao reboco (Pang e Sharma, 1994).

$$(1-\phi_c)h_c(t) = c_m U(t - t_{tr}). \qquad \textbf{(B- 1)}$$

Na equação acima, h_c é a espessura do reboco externo, que é zero para $t \leq t_{tr}$.

A permeabilidade média do testemunho $k(T)$ é igual a média harmônica de dois condutores seqüenciais - o reboco externo e o testemunho com as partículas depositadas:

$$\frac{h_c + L}{k(T)} = \frac{h_c}{k_c} + \frac{L}{k(T_{tr})}. \qquad \textbf{(B- 2)}$$

A fórmula (B-2) determina $k(T)$ para $T > T_{tr}$, e mostra que a permeabilidade média do testemunho não muda mais: portanto, $k(T_{tr}) = k_0 / J(T_{tr})$ é a permeabilidade média no tempo de transição, como determinado pela fórmula (A-15).

Assumindo que o reboco possui pequena espessura $h_c << L$ em (B-1) e (B-2), obtém-se uma expressão para a diminuição da permeabilidade de uma maneira similar à da equação (A-15):

$$\frac{k(T_{tr})}{k(T)} = \frac{k(T_{tr})\,\Delta p(T)}{\mu L U(T)} \qquad \textbf{(B- 3)}$$

$$\frac{k(T_{tr})}{k(T)} = 1 + \frac{k(T_{tr})}{k_c}\frac{c_m \phi}{1-\phi_c}(T - T_{tr}). \qquad \textbf{(B- 4)}$$

A expressão da impedância (inverso da injetividade), é obtida através das fórmulas (B-3) e (B-4), para $T > T_{tr}$:

$$J(T) = \frac{k_0}{k(T)} = \frac{k_0 \ \Delta p(T)}{\mu L U(T)} = J(T_{tr})\left(1 + \frac{k_0}{k_c \, J(T_{tr})} \frac{c_m \, \phi}{1 - \phi_c}(T - T_{tr})\right). \qquad \textbf{(B- 5)}$$

O declínio da injetividade durante a formação do reboco depende de m_c (inclinação da reta $J(T)$ para $T > T_{tr}$).

$$m_c = \frac{k_0 \, c_m \, \phi}{k_c (1 - \phi_c)}. \qquad \textbf{(B- 6)}$$

Apêndice C. Modelo semi analítico da filtração profunda para fluxo radial

O modelo para fluxo radial de água com partículas em suspensão considerando a injeção em poços verticais possui o sistema de equações semelhante ao do modelo para o caso linear (A-2)-(A-4), onde $U=q/2\pi rh$ para h=1 m:

$$\phi \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{q}{2\pi r}\frac{\partial c}{\partial r} = -\frac{\partial \sigma}{\partial t} \qquad \textbf{(C- 1)}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda_0 c \frac{q}{2\pi r} \qquad \textbf{(C- 2)}$$

$$\frac{q}{2\pi r} = -\frac{k_0 K(\sigma)}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r}\ . \qquad \textbf{(C- 3)}$$

Vamos introduzir o comprimento adimensional ρ, o tempo adimensional T e a coordenada X:

$$\rho = \frac{r}{R}; \quad T = \frac{q\,t}{\phi \pi R^2}; \quad X = \rho^2\ . \qquad \textbf{(C- 4)}$$

Utilizam-se estes parâmetros adimensionais no sistema de equações ((C-1) a (C-3)) para transformá-lo em:

$$\frac{\partial c}{\partial T} + \frac{\partial c}{\partial X} = -\frac{\lambda_0 R\, c}{2\sqrt{X}} \qquad \textbf{(C- 5)}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = \frac{\lambda_0 R \phi c}{2\sqrt{X}} \qquad \textbf{(C- 6)}$$

$$\frac{q}{4\pi X} = -\frac{k_0 K(\sigma)}{\mu}\frac{\partial p}{\partial X}\ . \qquad \textbf{(C- 7)}$$

A condição inicial deste novo sistema acima assume a ausência de partículas no meio poroso (reservatório) antes da injeção:

$$T=0: \quad c=0; \quad \sigma=0. \qquad \textbf{(C- 8)}$$

A condição de contorno corresponde à injeção de um fluido a uma concentração especificada aplicada na parede do poço.

$$X=X_w: \quad c=c_m. \qquad \textbf{(C- 9)}$$

Considerando o coeficiente de filtração constante λ_0 e seguindo a mesma linha de raciocínio do caso linear, a aplicação do método das características na frente de concentração X=T na equação (C-5) para *c(X,T(X))* resulta:

$$\frac{dc}{dX}=-\frac{\lambda_0 R c}{2\sqrt{X}}. \qquad \textbf{(C-10)}$$

Integrando a equação (C-10) por variáveis separáveis e usando a condição de contorno (C-9), determina-se a concentração das partículas em suspensão:

$$c(X,T)=c_m e^{-\lambda_0 R\left(\sqrt{X}-\sqrt{X_w}\right)}, \qquad T>X-X_w. \qquad \textbf{(C- 11)}$$

Substituindo a equação (C-11) na (C-6) e integrando-a obtém-se a concentração depositada do problema:

$$\sigma(X,T)=\frac{\lambda_0 R\phi c_m}{2\sqrt{X}} e^{-\lambda_0 R\left(\sqrt{X}-\sqrt{X_w}\right)}\left(T-X+X_w\right), \qquad T>X-X_w. \qquad \textbf{(C- 12)}$$

Onde X_w é o raio do poço adimensional, que é calculado pela fórmula (C-4) através do raio do poço $r=r_w$. Ambas concentrações (c e σ) adiante da frente de concentração são iguais a zero (figura 26).

Substituindo a fórmula (A-5) na (C-7), obtém-se a seguinte expressão para a variação de pressão e impedância:

$$\Delta p = \int_{X_w}^{1} -\frac{\partial p}{\partial X} d X = \frac{q \mu}{4 \pi k_0} \int_{X_w}^{1} \frac{d X}{X K(\sigma)} = \frac{q \mu}{4 \pi k_0} \int_{X_w}^{1} \frac{1+\beta \sigma}{X} d X \qquad \textbf{(C- 13)}$$

$$J(T) = \frac{4 \pi k_0 \Delta p}{q \mu (-\ln X_w)} = 1 - \frac{\beta}{\ln X_w} \int_{X_w}^{1} \frac{\sigma(X,T)}{X} d X \,. \qquad \textbf{(C- 14)}$$

Substituindo também a deposição para $T>X-X_w$ (C-12) na (C-14), encontra-se a seguinte expressão para a integral:

$$\int \frac{\sigma(X,T)}{X} d X = \lambda_0 R \phi c_m e^{\lambda_0 R \sqrt{X_w}} \left((T + X_w) \int \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X}}}{2 \sqrt{X}\, X} dX - \int \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X}}}{2 \sqrt{X}} dX \right). \qquad \textbf{(C- 15)}$$

Utiliza-se uma nova variável ($u = \lambda_0 R \sqrt{X}$) para simplificar as integrais do lado direito da fórmula (C-15):

$$\int \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X}}}{2 \sqrt{X}\, X} dX = \lambda_0 R \left(-\frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X}}}{\lambda_0 R \sqrt{X}} - \int \frac{e^{-u}}{u} du \right) \qquad \textbf{(C- 16)}$$

$$\int \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X}}}{2 \sqrt{X}} dX = -\frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X}}}{\lambda_0 R} \,. \qquad \textbf{(C- 17)}$$

Substituindo as integrais indefinidas acima na fórmula (C-15), tem-se:

$$\int \frac{\sigma(X,T)}{X} dX = \lambda_0 R \phi c_m e^{\lambda_0 R \sqrt{X_w}} \left((T + X_w) \left(-\frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X}}}{\sqrt{X}} - \lambda_0 R \int \frac{e^{-u}}{u} du \right) + \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X}}}{\lambda_0 R} \right). \qquad \textbf{(C- 18)}$$

Utilizam-se os limites X_w e $T+X_w$ na substituição da (C-18) na (C-14) para obter a expressão da impedância referente a $T<1-X_w$:

$$J(T) = 1 - \frac{\beta}{ln\, X_w} \lambda_0 R \phi c_m e^{\lambda_0 R \sqrt{X_w}} *$$
$$* \{ (T + X_w) \left(- \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{T + X_w}}}{\sqrt{T + X_w}} + \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X_w}}}{\sqrt{X_w}} - \lambda_0 R \int_{\lambda_0 R \sqrt{X_w}}^{\lambda_0 R \sqrt{T + X_w}} \frac{e^{-u}}{u} du \right) + \qquad \textbf{(C- 19)}$$
$$+ \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{T + X_w}}}{\lambda_0 R} - \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X_w}}}{\lambda_0 R} \} .$$

Esta expressão pode ser simplificada ainda mais, através da substituição da integral acima por $\int_{ln(\lambda_0 R \sqrt{X_w})}^{ln(\lambda_0 R \sqrt{T + X_w})} e^{-e^u} du$ e da expressão $\lambda_0 R \sqrt{X_w}$ por $\lambda_0 r_w$:

$$J(T) = 1 - \frac{\beta}{ln\, X_w} \lambda_0 R \phi c_m e^{\lambda_0 r_w} *$$
$$* \{ (T + X_w) \left(- \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{T + X_w}}}{\sqrt{T + X_w}} + \frac{e^{-\lambda_0 r_w}}{\sqrt{X_w}} - \lambda_0 R \int_{ln(\lambda_0 r_w)}^{ln(\lambda_0 R \sqrt{T + X_w})} e^{-e^u} du \right) + \qquad \textbf{(C- 20)}$$
$$+ \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{T + X_w}}}{\lambda_0 R} - \frac{e^{-\lambda_0 r_w}}{\lambda_0 R} \} .$$

A expressão da impedância para $T>1-X_w$ segue o mesmo procedimento anterior, mas utiliza-se os limites X_w e 1 na integral indefinida (C-18) para ser substituída na fórmula (C-14):

$$J(T) = 1 - \frac{\beta}{ln\, X_w} \lambda_0 R \phi c_m e^{\lambda_0 R \sqrt{X_w}} *$$
$$* \{ (T + X_w) \left(- e^{-\lambda_0 R} + \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X_w}}}{\sqrt{X_w}} - \lambda_0 R \int_{\lambda_0 R \sqrt{X_w}}^{\lambda_0 R} \frac{e^{-u}}{u} du \right) + \frac{e^{-\lambda_0 R}}{\lambda_0 R} - \frac{e^{-\lambda_0 R \sqrt{X_w}}}{\lambda_0 R} \}. \qquad \textbf{(C- 21)}$$

Foi mostrado anteriormente, que esta expressão, também pode ser simplificada para:

$$J(T) = 1 - \frac{\beta}{ln\, X_w} \lambda_0 R \phi c_m e^{\lambda_0 r_w} *$$
$$* \{ (T + X_w) \left(-e^{-\lambda_0 R} + \frac{e^{-\lambda_0 r_w}}{\sqrt{X_w}} - \lambda_0 R \int_{ln(\lambda_0 r_w)}^{ln(\lambda_0 R)} e^{-e^u} du \right) + \frac{e^{-\lambda_0 R}}{\lambda_0 R} - \frac{e^{-\lambda_0 r_w}}{\lambda_0 R} \} . \quad \textbf{(C- 22)}$$

Pode-se colocar a expressão acima igual a:

$$J(T) = Tm + b \quad \textbf{(C- 23)}$$

onde:

$$m = -\frac{\beta \phi c_m}{ln(X_w)} \left[\left(\frac{\lambda_0 R}{\sqrt{X_w}} - \lambda_0 R e^{\lambda_0 (r_w - R)} - \lambda_0^{\ 2} R^2 e^{\lambda_0 r_w} \int_{ln(\lambda_0 r_w)}^{ln(\lambda_0 R)} e^{-e^u} du \right) \right] \quad \textbf{(C- 24)}$$

$$b = 1 - \frac{\beta \phi c_m}{ln(X_w)} *$$
$$* \left[e^{\lambda_0 (r_w - R)} - 1 + X_w \left(\frac{\lambda_0 R}{\sqrt{X_w}} - \lambda_0 R e^{\lambda_0 (r_w - R)} - \lambda_0^{\ 2} R^2 e^{\lambda_0 r_w} \int_{ln(\lambda_0 r_w)}^{ln(\lambda_0 R)} e^{-e^u} du \right) \right]. \quad \textbf{(C- 25)}$$

Se utilizarmos nas variáveis da equação (C-25) valores comuns na prática, obtém-se $b \cong 1$ (semelhante ao caso linear). Então, pode-se considerar também a expressão simplificada da impedância $J(T)=mT+1$ para fluxo radial.

Portanto, a queda de injetividade durante a filtração profunda depende de três parâmetros adimensionais: X_w, $\lambda_0 R$ e $\beta \phi c_m$.

Vamos comparar as fórmulas (C-20) e (C-22) que representam a impedância com o termo do dano de formação, com a fórmula da impedância para fluxos de fluidos incompressíveis e homogêneos sem precipitação. A variação de pressão entre o injetor e o produtor é descrita pela fórmula de Dupui:

$$\Delta p(T) = \int_{X_w}^{1} -\frac{\partial p}{\partial X} d X = \frac{q \mu}{4 \pi k_0} \int_{X_w}^{1} \frac{d X}{X} = -\frac{q \mu}{4 \pi k_0} ln X_w \qquad \textbf{(C- 26)}$$

$$J(T) = \frac{4 \pi k_0 \Delta p}{q \mu (-ln X_w)} = 1 \qquad \textbf{(C- 27)}$$

Esta comparação permite a observação de que o primeiro termo nas expressões (C-20) e (C-22) representa a impedância sem dano a formação, e que o termo da integral na (C-14) é exatamente a contribuição do dano causado à formação na expressão da impedância.

Apêndice D. Modelo da formação do reboco externo para fluxo radial

A cinética da deposição das partículas na parede do poço para fluxo radial é representada pela equação (C-2):

$$\sigma(r_w, t) = \frac{\lambda_0 \, c_m \, q}{2 \, \pi \, r_w} \cdot t. \qquad \textbf{(D- 1)}$$

No tempo de transição, a deposição das partículas corresponde a uma fração α do valor inicial da porosidade:

$$t_{tr} = \frac{2 \, \alpha \, \phi \, \pi \, r_w}{\lambda_0 \, c_m \, q} \, . \qquad \textbf{(D- 2)}$$

Considerando α=*0.5* (Wennberg e Sharma, 1997) e substituindo (C-4) na fórmula acima, obtém-se a seguinte expressão para o tempo de transição adimensional em volume poroso injetado (p.v.i.).

$$T_{tr} = \frac{r_w}{\lambda_0 \, c_m \, R^2} \, . \qquad \textbf{(D- 3)}$$

A formação do reboco externo ocorre após o tempo de transição. A fórmula para o crescimento do reboco h_c é representada por:

$$\pi \left(r_w^2 - (r_w - h_c)^2 \right) (1 - \phi_c) = q \, c_m \, (t - t_{tr}) \, . \qquad \textbf{(D- 4)}$$

Assume-se que a espessura do reboco é muito menor que o raio do poço ($h_c(t) << r_w$) para linearizar o lado esquerdo da equação (D-4), simplificando-a:

$$h_c(t) = \frac{q \, c_m}{2 \, \pi \, r_w (1 - \phi_c)} (t - t_{tr}) \, . \qquad \textbf{(D- 5)}$$

Utiliza-se a fórmula $\frac{q}{2\pi r_w} = -\frac{k_c}{\mu}\frac{\partial p}{\partial X}$ para calcular a queda da pressão no reboco externo:

$$\Delta p_c = \int_{X_w - h_c}^{X_w} -\frac{\partial p}{\partial X} d X = \frac{q\mu}{2\pi k_c r_w} h_c = \frac{q^2 \mu c_m (t - t_{tr})}{4\pi^2 r_w^2 k_c (1-\phi_c)} . \quad \textbf{(D- 6)}$$

A adimensionalização da queda de pressão no reboco externo ocorre pela substituição da (C-4) em (D-6):

$$\Delta p_c = \frac{q\mu c_m \phi}{4\pi X_w k_c (1-\phi_c)}(T - T_{tr}) . \quad \textbf{(D- 7)}$$

Para tempos posteriores ao tempo de transição, a queda de pressão localizada na zona do dano causado dentro da formação pelo fenômeno da filtração profunda não muda mais. Por isso, adiciona-se a queda de pressão situada no reboco externo à da zona do dano dentro da formação, para obter a queda de pressão total ((C-14)+(D-7)):

$$\Delta p_t (T) = \frac{q\mu(-ln X_w)}{4\pi k_0}\left(J(T_{tr}) + \frac{k_0 \phi c_m}{k_c (1-\phi_c) X_w (-ln X_w)}(T - T_{tr})\right). \quad \textbf{(D- 8)}$$

Substitui-se (D-8) na (C-14) para determinar a fórmula final da impedância na fase da formação do reboco externo

$$J(T) = J(T_{tr}) + \frac{k_0 \phi c_m (T - T_{tr})}{k_c (1-\phi_c) X_w (-ln X_w)} . \quad \textbf{(D- 9)}$$

A impedância durante a formação do reboco é também uma função linear do tempo (D-9), onde o parâmetro adimensional m_c (inclinação da reta proveniente do fenômeno da formação do reboco externo) é:

$$m_c = \frac{k_0\, c_m\, \phi}{k_c\,(1-\phi_c)\, X_w\,(-ln\, X_w)}\ . \qquad \textbf{(D- 10)}$$

Para calcular a permeabilidade de reboco k_c, considera-se que a porosidade ϕ_c é conhecida.

Apêndice E. Intervalo de variação dos coeficientes do modelo

O comprimento do dano à formação causado pela deposição das partículas em suspensão, possui a magnitude de $1/\lambda_0$. Neste trabalho, testes laboratoriais e de campo foram tratados com a intenção de determinar os coeficientes de filtração λ_0 e do dano de formação β, e também prever o comportamento do declínio da injetividade. Os resultados dos valores de λ_0 promovidos em laboratórios apresentaram uma variação de 10 a 127 m^{-1} e os realizados nos campos de petróleo uma variação de 1.4 a 3.8 m^{-1}. Com isso, foi encontrado um comprimento de penetração das partículas injetadas de 0.8 a 71 cm. Todos os valores de λ_0 calculados deste trabalho estão compreendidos entre o intervalo de variação previsto anteriormente na literatura (Wennberg e Sharma, 1997; Todd et al., 1979; Soo et al., 1986; Fitzpatrick e Spielman, 1973). Considerando os valores calculados neste trabalho e os na literatura, sugere-se um intervalo de variação igual a: $0.1<\lambda_0<500$ m^{-1}.

Se for considerada uma redução da permeabilidade de 2 a 101 vezes, o termo da Lei de Darcy modificada $k_0K(\sigma)$ permite uma variação do produto $\beta\sigma$ de 1 a 100. Essa queda significativa da permeabilidade pode acontecer para valores de σ entre 1 a 0.01 ppm. Isso proporciona um intervalo de variação de β igual a: $1<\beta<10^4$. É improvável que a diminuição da permeabilidade em 100 vezes possa ser causada por uma concentração depositada de σ = 0.01 ppm. Assim, deve-se reduzir a estimativa superior do coeficiente de dano de formação em uma ordem: $1<\beta<10^3$.

Existem poucos dados referentes ao coeficiente do dano de formação na literatura. Os tratamentos dos dados de injeção elaborados neste trabalho proporcionaram valores de β iguais a: $48 < \beta < 340$ proveniente de testes em poços e $2.4 < \beta < 967$ proveniente de testes laboratoriais.

Apêndice F. Programa para o tratamento de testes laboratoriais no software Mathcad2000.

Esse programa trata dados laboratoriais de injeção de água com partículas no meio poroso (testemunho) para determinar os parâmetros do modelo (λ_0 e β), resolvendo os problemas inversos; e assim, prever o declínio da injetividade do poço devido à aplicação de λ_0 e β no modelo semi-analítico de injeção para fluxo radial (capítulo 5).

CÁLCULO DOS COEFICIENTES DE FILTRAÇÃO E DANO DE FORMAÇÃO

Teste 5.9
Velocidade do fluxo = 0.00274101m/s
Porosidade (Bentheimer) = 0.22
Conc(sólido) = 5 ppm
Diâmetro da partícula = 3-20 micrômetros

Entrada de dados

Proporção do comprimento do plug (L = 0.05715)

$\omega 1 := 0.1575 \qquad \omega 2 := 0.667 \qquad \omega 3 := 1$

Comprimento das seções do plug

$\Delta L1 := 0.009 \qquad \Delta L2 := 0.0291 \qquad \Delta L3 := 0.01905$

Valores iniciais da permeabilidade para cada curva (permeabilidade absoluta)

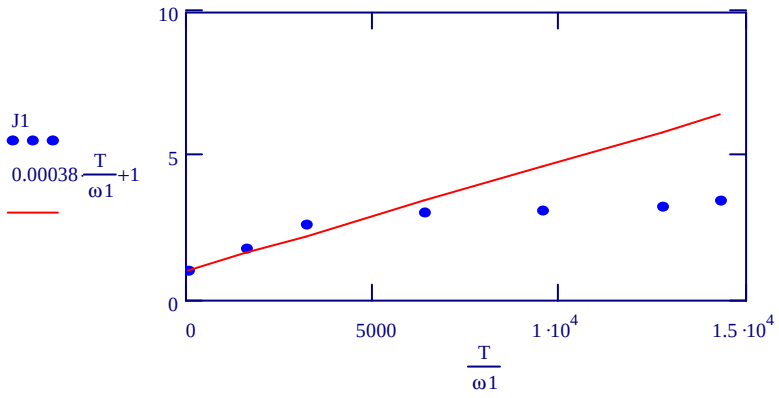
$k_{01} := 900 \qquad k_{02} := 1250 \qquad k_{03} := 1350$

Volume poroso injetado

$$T := \begin{pmatrix} 0 \\ 250 \\ 500 \\ 1000 \\ 1500 \\ 2000 \\ 2250 \end{pmatrix}$$

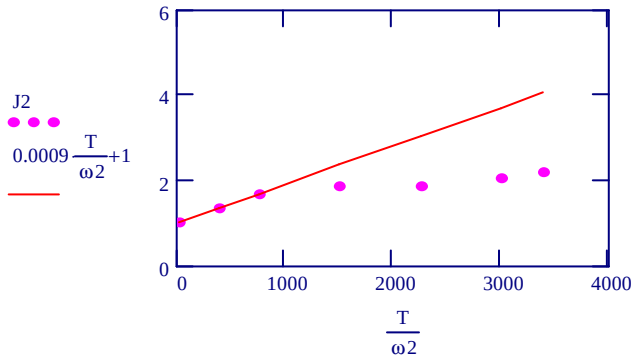
Impedância 1

$$J1 := \begin{pmatrix} \frac{k_{01}}{900} \\ \frac{k_{01}}{500} \\ \frac{k_{01}}{350} \\ \frac{k_{01}}{300} \\ \frac{k_{01}}{290} \\ \frac{k_{01}}{280} \\ \frac{k_{01}}{260} \end{pmatrix}$$



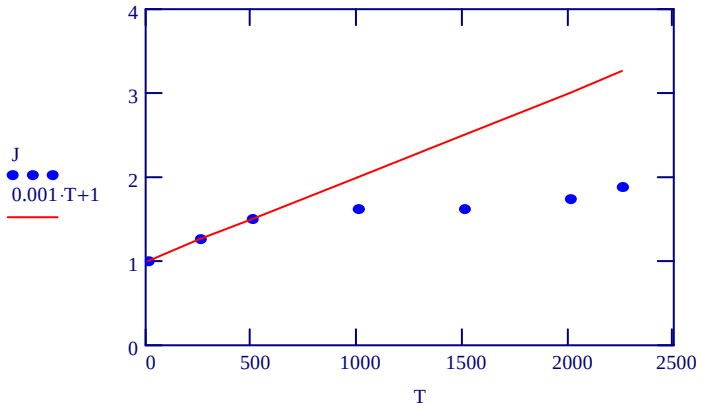
Impedância 2

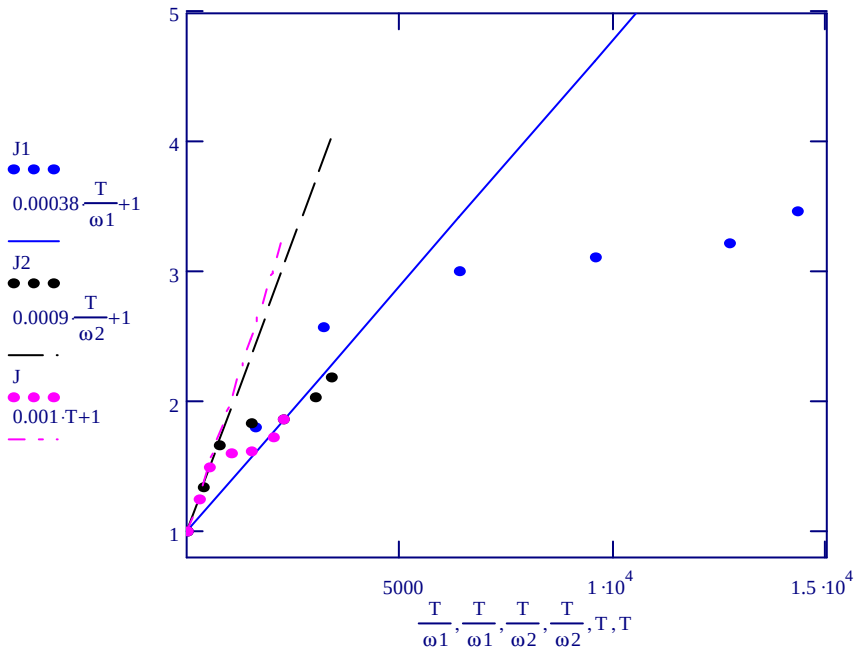
$$J2 := \frac{k_{01}}{(\Delta L1 + \Delta L2)} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\Delta L1}{900} \\ \frac{\Delta L1}{500} \\ \frac{\Delta L1}{350} \\ \frac{\Delta L1}{300} \\ \frac{\Delta L1}{290} \\ \frac{\Delta L1}{280} \\ \frac{\Delta L1}{260} \end{pmatrix} + \frac{k_{02}}{(\Delta L1 + \Delta L2)} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\Delta L2}{1250} \\ \frac{\Delta L2}{1050} \\ \frac{\Delta L2}{900} \\ \frac{\Delta L2}{850} \\ \frac{\Delta L2}{850} \\ \frac{\Delta L2}{750} \\ \frac{\Delta L2}{700} \end{pmatrix}$$



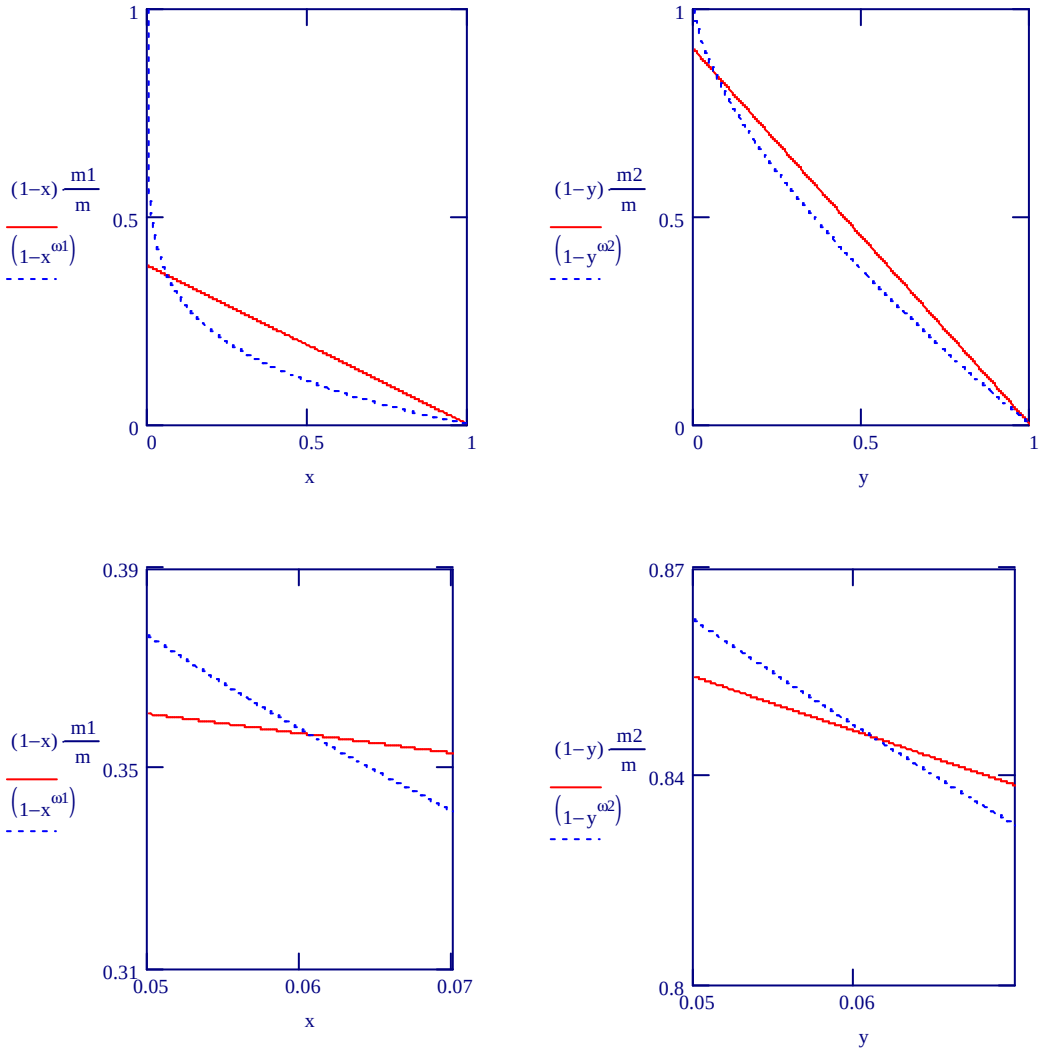
Impedância 3

$$J := \frac{k_{01}}{(\Delta L1 + \Delta L2 + \Delta L3)} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\Delta L1}{900} \\ \frac{\Delta L1}{500} \\ \frac{\Delta L1}{350} \\ \frac{\Delta L1}{300} \\ \frac{\Delta L1}{290} \\ \frac{\Delta L1}{280} \\ \frac{\Delta L1}{260} \end{pmatrix} + \frac{k_{02}}{(\Delta L1 + \Delta L2 + \Delta L3)} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\Delta L2}{1250} \\ \frac{\Delta L2}{1050} \\ \frac{\Delta L2}{900} \\ \frac{\Delta L2}{850} \\ \frac{\Delta L2}{850} \\ \frac{\Delta L2}{750} \\ \frac{\Delta L2}{700} \end{pmatrix} + \frac{k_{03}}{(\Delta L1 + \Delta L2 + \Delta L3)} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\Delta L3}{1350} \\ \frac{\Delta L3}{1250} \\ \frac{\Delta L3}{1200} \\ \frac{\Delta L3}{1200} \\ \frac{\Delta L3}{1200} \\ \frac{\Delta L3}{1200} \\ \frac{\Delta L3}{1100} \end{pmatrix}$$





$m1 := 0.00038$ $\quad m2 := 0.0009$ $\quad m := 0.001$ $\quad \frac{m1}{m} = 0.38$ $\quad \frac{m2}{m} = 0.9$



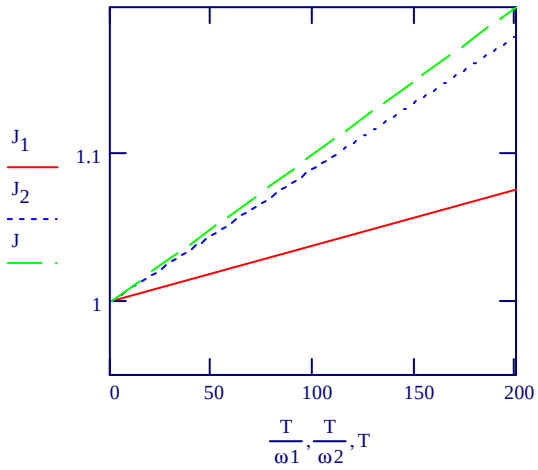
Cálculo da interseção da reta com a curva (utilizando os sensores (1 e 2) e (1 e 4))

$u := 0.07$ $\qquad x := \mathrm{root}\left[\left(1 - u^{\omega 1}\right) - \left[(1-u)\cdot\frac{m1}{m}\right], u\right]$ $\qquad x = 0.06065524$

Cálculo da interseção da reta com a curva (utilizando os sensores (1 e 3) e (1 e 4))

$p := 0.07$ $\qquad y := \mathrm{root}\left[\left(1 - p^{\omega 2}\right) - \left[(1-p)\cdot\frac{m2}{m}\right], p\right]$ $\qquad y = 0.0606527$

$J_1 := m1\cdot\frac{T}{\omega 1} + 1$ $\qquad J_2 := m2\cdot\frac{T}{\omega 2} + 1$ $\qquad J := m\cdot T + 1$



Resolução dos problemas inversos

$\phi := 0.22$ $\quad c_m := 5\cdot 10^{-6}$ $\quad L := 0.05715$

$x = 0.06065524$ $\quad y = 0.0606527$

$\lambda_0 := \frac{-1}{L}\cdot \ln(x)$ $\quad \lambda_0 = 49.03848104$ $\quad \lambda_1 := \frac{-1}{L}\cdot \ln(y)$ $\quad \lambda_1 = 49.0392143$

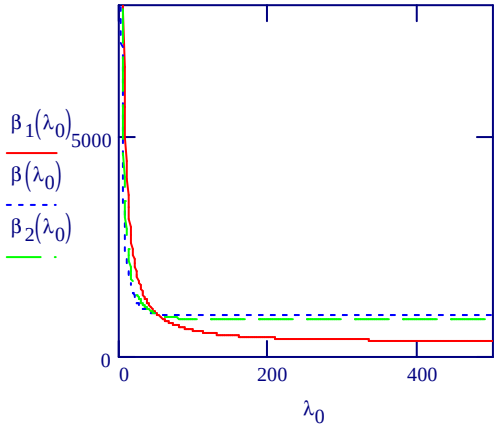
$L_1 := 0.009$ $\quad L_2 := 0.0381$ $\quad L = 0.05715$

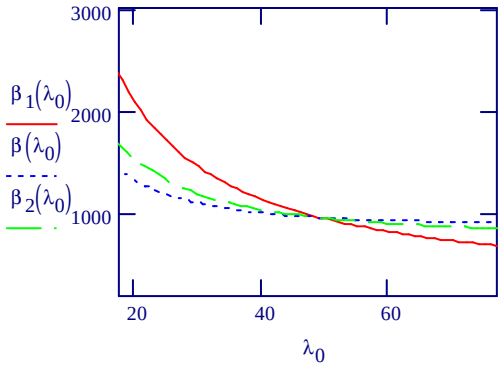
$$\beta_1(\lambda_0) := \frac{m1}{\phi\cdot c_m\cdot\left(1 - e^{-\lambda_0\cdot L_1}\right)}$$

$$\beta_2(\lambda_0) := \frac{m2}{\phi\cdot c_m\cdot\left(1 - e^{-\lambda_0\cdot L_2}\right)}$$

$$\beta(\lambda_0) := \frac{m}{\phi\cdot c_m\cdot\left(1 - e^{-\lambda_0\cdot L}\right)}$$

$\lambda_0 := 0, 1 .. 1000$





Cálculo matemático de β e λo

Valores de λo: Valores de β:

$\theta := 48$

$$h := \mathrm{root}\left[\frac{m1}{\phi \cdot c_m \cdot \left(1 - e^{-\theta \cdot L_1}\right)} - \frac{m}{\phi \cdot c_m \cdot \left(1 - e^{-\theta \cdot L}\right)}, \theta\right]$$

$h = 49.06552428$ $\beta(h) = 967.69610652$

$\gamma := 48$

$$h2 := \mathrm{root}\left[\frac{m2}{\phi \cdot c_m \cdot \left(1 - e^{-\gamma \cdot L_2}\right)} - \frac{m}{\phi \cdot c_m \cdot \left(1 - e^{-\gamma \cdot L}\right)}, \gamma\right]$$

$h2 = 48.96075043$ $\beta_2(h2) = 968.07181707$

$\upsilon := 48$

$$h3 := \mathrm{root}\left[\frac{m2}{\phi \cdot c_m \cdot \left(1 - e^{-\upsilon \cdot L_2}\right)} - \frac{m1}{\phi \cdot c_m \cdot \left(1 - e^{-\upsilon \cdot L_1}\right)}, \upsilon\right]$$

$h3 = 49.10238435$ $\beta_1(h3) = 967.11831209$

Apêndice G. Programa para o tratamento dos dados do campo Y no software Mathcad2000.

Esse programa trata dados de poços injetores para determinar os parâmetros do modelo (λ_0 e β) e prever a queda da injetividade em poços pelo modelo radial (capítulo 5).

Poço Y-31

Dados:

$i := 0, 1 .. 6$

$r_0 := 2.5$ $\quad Nm_0 := 84.9$

$r_1 := 4$ $\quad Nm_1 := 59.8$

$r_2 := 6$ $\quad Nm_2 := 18.4$

$r_3 := 8.5$ $\quad Nm_3 := 10.9$

$r_4 := 12.5$ $\quad Nm_4 := 7.5$

$r_5 := 17.5$ $\quad Nm_5 := 2.9$

$r_6 := 35$ $\quad Nm_6 := 2.9$

$\phi := 0.23$ $\quad R := 500$ $\quad r_w := 0.0889$ $\quad x := 0, 0.001 .. 10$

$x_w := \left(\frac{r_w}{R}\right)^2$ $\quad \phi_c := 0.2$ $\quad H := 6.5$

$k_o := 225$ mD

$x_w = 3.161 \times 10^{-8}$

r = raio das partículas injetadas pela água do mar

Nm = número de partículas injetadas pela água do mar

x = vetor que vai de 0 a 10

$r_i =$

2.5
4
6
8.5
12.5
17.5
35

$Nm_i =$

84.9
59.8
18.4
10.9
7.5
2.9
2.9

Cálculo do raio médio das partículas

$$r_{pm} := \frac{\sum_i Nm_i \cdot r_i}{\sum_i Nm_i}$$

$r_{pm} = 4.808$

Cálculo da concentração injetada

$$c_m := \frac{\sum_i \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(r_i \cdot 10^{-6}\right)^3 \cdot Nm_i}{10^{-6}}$$

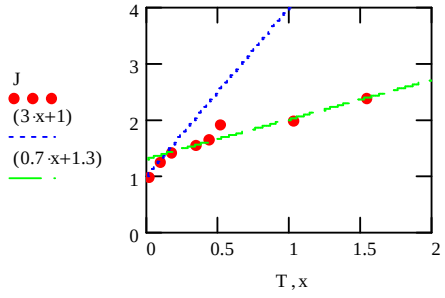
$c_m = 7.136 \times 10^{-7}$

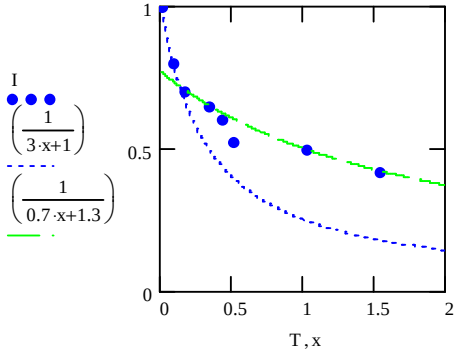
$$T := \frac{1000}{\left(H \cdot \phi \cdot \pi \cdot R^2\right)} \cdot (\ 0 \quad 100 \quad 200 \quad 400 \quad 500 \quad 600 \quad 1200 \quad 1800\ )$$

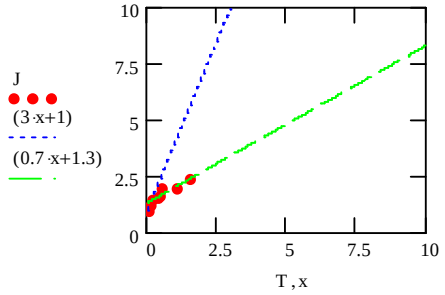
$i := (\ 100 \quad 80 \quad 70 \quad 65 \quad 60 \quad 52 \quad 50 \quad 42\ )$ $\quad$ i = injetividade em porcentagem

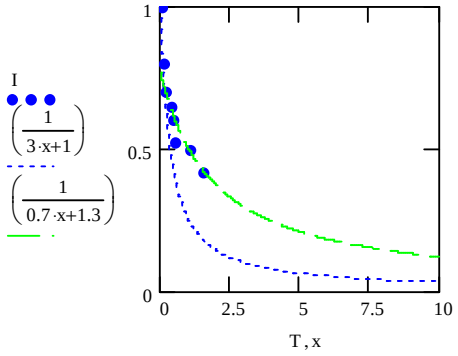
$$J := \left(\ 1 \quad \frac{100}{80} \quad \frac{100}{70} \quad \frac{100}{65} \quad \frac{100}{60} \quad \frac{100}{52} \quad \frac{100}{50} \quad \frac{100}{42}\ \right)$$

$$I := \frac{i}{100}$$









$T_{tr} := 0.13$

$m_f := 3$

$m_c := 0.7$

Cálculo do coeficiente de filtração

$$\lambda := \frac{r_w}{T_{tr} \cdot c_m \cdot R^2} \qquad \lambda = 3.833$$

Cálculo da permeabilidade do reboco externo

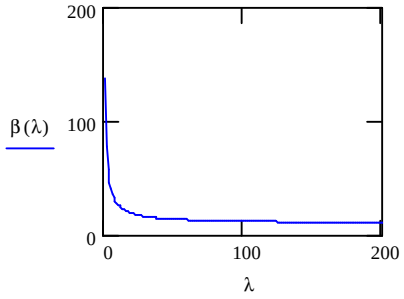
$$k_c := \frac{k_o \cdot c_m \cdot \phi}{m_c \cdot (1 - \phi_c) \cdot x_w \cdot (-\ln(x_w))} \qquad k_c = 120.783 \quad \text{mD}$$

Cálculo do coeficiente do dano de formação

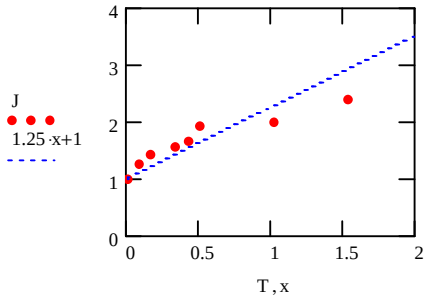
$$\beta(\lambda) := \frac{m_f \cdot (-\ln(x_w))}{\phi \cdot c_m \cdot \left[\frac{\lambda \cdot R}{\sqrt{x_w}} - \lambda \cdot R \cdot e^{\lambda \cdot R \cdot (\sqrt{x_w} - 1)} - \lambda^2 \cdot R^2 \cdot e^{\lambda \cdot R \cdot \sqrt{x_w}} \cdot \int_{\ln(\lambda \cdot R \cdot \sqrt{x_w})}^{\ln(\lambda \cdot R)} e^{-e^u} \, du \right]}$$

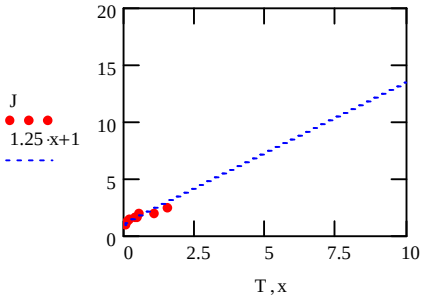
$$\beta(\lambda) = 47.975$$

$\lambda := 0, 1 .. 200$



Considerando a ausência do tempo de transição

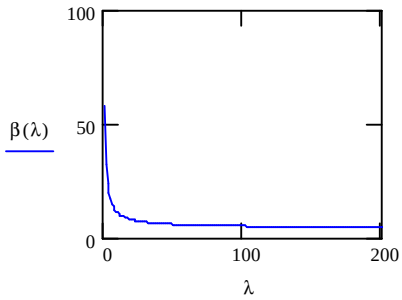




$m_f := 1.25$

$$\beta(\lambda) := \frac{m_f \cdot \left(-\ln\left(x_w\right)\right)}{\phi \cdot c_m \cdot \left[\frac{\lambda \cdot R}{\sqrt{x_w}} - \lambda \cdot R \cdot e^{\lambda \cdot R \cdot \left(\sqrt{x_w} - 1\right)} - \lambda^2 \cdot R^2 \cdot e^{\lambda \cdot R \cdot \sqrt{x_w}} \cdot \int_{\ln\left(\lambda \cdot R \cdot \sqrt{x_w}\right)}^{\ln(\lambda \cdot R)} e^{-e^u} \, du\right]}$$

$\lambda := 0, 1 .. 300$



$\beta(1) = 57.569$

$\beta(10) = 10.968$

$\beta(20) = 7.862$

$\beta(100) = 5.019$

Apêndice H. Publicações geradas pela tese

1. Bedrikovetsky, P., Marchesin, D., Shecaira, F., Souza, A. L., Milanez, P., Rezende, E. R., 2000. Injectivity decline caused by injection of sea/produced water, *IBP 43300*, Proc. Rio Oil and Gas Expo and Conference, Rio de Janeiro, Brazil.

2. Bedrikovetsky, P., Marchesin, D., Shecaira, F., Souza, A. L., Marchesin, A., Rezende, R. E., Hime G., 2001. Well impairment during sea/produced water flooding: treatment of laboratory data, *SPE 69546*, 7th Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference.

3. Bedrikovetsky, P., Marchesin, D., Shecaira, F., Souza, A. L., Milanez, P., Rezende, E. R., 2001. Characterisation of deep bed filtration system from laboratory pressure drop measurements, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, accepted for publication.

4. Rezende, R. E., 2001. Permeability decline during the sea/produced water, VII International Workshop on Partial Differential Equations, July 16-20 - IMPA.

5. Rezende E. R., Ribeiro, R., Tavares, I., Treatment of laboratory data on deep bed filtration: looking for universal relationships, 2001, COBEM – 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, 26-30 November, Uberlândia - MG, Brazil.

6. Bedrikovetsky, P., Tran, T. K., Van den Broek, Marchesin, D., Rezende, E. R., Shecaira, F., Souza, A L. S., 2002, Treatment of laboratory data on deep bed filtration, UENF, Petrobras, Brazil, Delft University of Technology, The Netherlands *SPE paper submitted* at SPE Formation Damage Conference, New Orleans, USA.